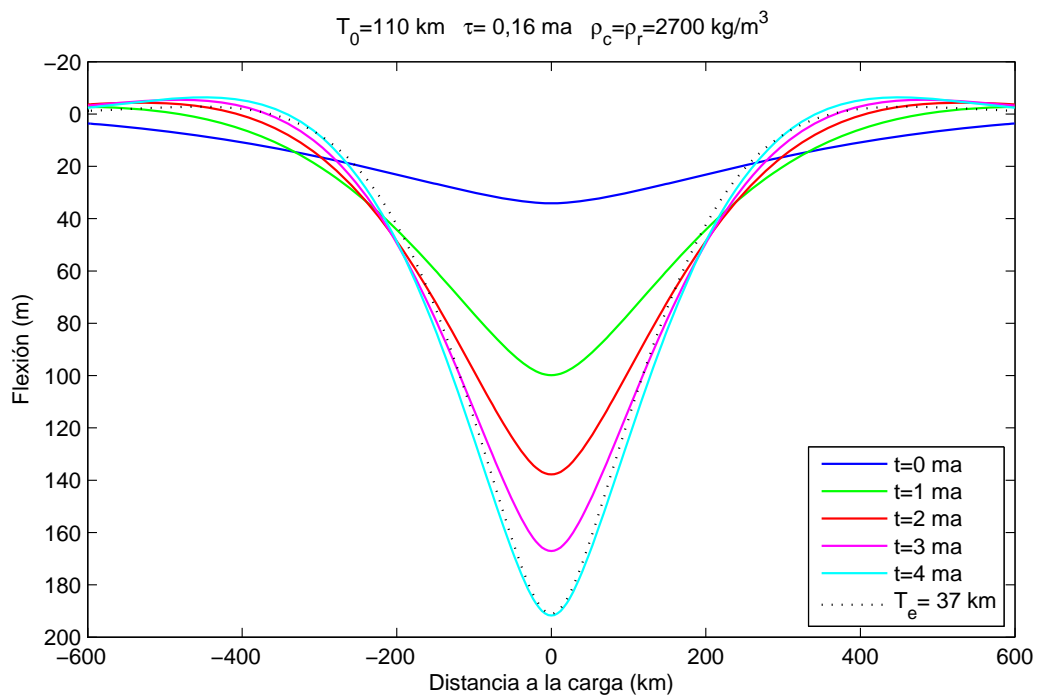




UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
Departamento de Física

## TESIS DOCTORAL

# Modelización de la flexión litosférica generada por la Isla de Tenerife sobre la Isla de Gran Canaria en los últimos 4 millones de años



M<sup>a</sup> Flora Andrés de Araujo





UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
Departamento de Física

**D<sup>a</sup> M<sup>a</sup> DE LOS ÁNGELES MARRERO DÍAZ, SECRETARIA DEL  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA DE LA UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE  
GRAN CANARIA,**

**CERTIFICA,**

Que el Consejo de Doctores del Departamento en su sesión de fecha.....tomó el acuerdo de dar el consentimiento para su tramitación, a la tesis doctoral titulada “Modelización de la flexión litosférica generada por la Isla de Tenerife Sobre la Isla de Gran Canaria en los últimos 4 millones de años” presentada por la doctoranda D<sup>a</sup> M<sup>a</sup> Flora Andrés de Araujo y dirigida por los Doctores D. Ángel Rodríguez Santana y D. Francisco José Pérez Torrado

Y para que así conste, y a efectos de lo previsto en el Artº 6 del Reglamento para la elaboración, defensa, tribunal y evaluación de tesis doctorales de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, firmo la presente en Las Palmas de Gran Canaria, a.....de.....de dos mil quince.





DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE DOCTORADO  
FÍSICA, MATEMÁTICAS, GEOLOGÍA Y CLIMA  
Bienio 2006-2008

**Modelización de la flexión litosférica generada por  
la Isla de Tenerife sobre la Isla de Gran Canaria en  
los últimos 4 millones de años**

Tesis doctoral presentada por D<sup>a</sup> M<sup>a</sup> Flora Andrés de Araujo

Dirigida por los Doctores D. Ángel Rodríguez Santana y

D. Francisco José Pérez Torrado

El Director

El Director

La Doctoranda

Las Palmas de Gran Canaria, a 12 de noviembre de 2015



*A Jesús y a Bruno*





## *Agradecimientos*

Llegar a este momento supone para mí una gran satisfacción personal y profesional pues cierro una etapa que comenzó hace ya veinte años. En el camino quedó el proyecto iniciado en Santander que años más tarde y con otras directrices he podido llevar a cabo en Gran Canaria.

A mis directores, el Dr. Ángel Rodríguez Santana y el Dr. Francisco José Pérez Torrado, por confiar en mí para el desarrollo de este trabajo. Realizar este trabajo bajo vuestra tutela ha sido para mí una experiencia muy enriquecedora desde el punto de vista científico, pero sobre todo personal. He tenido el lujo de iniciarme, aunque tarde, en el mundo de la investigación de la mano de dos investigadores excepcionales. Habéis conseguido que, a pesar de lo duro que ha sido el camino, haya disfrutado recorriéndolo y que aún me queden ganas para seguir. Creo que pocas personas me habrían recibido tras varios meses de 'quietud investigadora' como si nos hubiéramos visto el día anterior, lo cual me ha permitido reincorporarme a esta tarea cada vez que el resto de mis quehaceres me lo permitían.

Ángel, gracias por guiarme durante estos últimos años sin perder la paciencia, aunque, en ocasiones te sobrarian motivos.

Paco, gracias por aportarme tus conocimientos en ese campo tan desconocido para mí como es la Geología.

Compañeros del Departamento de Cartografía y Expresión Gráfica en la Ingeniería, gracias por vuestro apoyo, por compartir el día a día conmigo con consejos, bromas y dosis de ánimo cuando eran necesarias.

A mis amigos, por soportar los buenos y malos modos de los últimos meses.

A mi familia, gracias. Vosotros sabéis lo difíciles que han sido para mí los últimos meses y a veces con tino y otras con desatino siempre habéis estado ahí, evitando que perdiera el norte y la confianza en mi capacidad para llevar a cabo este proyecto.

Jesús y Bruno: ¡GRACIAS!



## Resumen

En este trabajo se analiza si la inclinación hacia el oeste mostrada en los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe en los sectores NE, N y NO de Gran Canaria puede ser explicada por la flexión generada por el material emitido por Tenerife en los últimos 4 millones de años (*ma*).

Para ello se consideran los modelos de flexión elástico y viscoelástico, ambos tridimensionales. Las ecuaciones diferenciales que rigen ambos modelos se han resuelto aplicando la Transformada Rápida de Fourier por lo que se ha realizado un análisis de las dimensiones y del intervalo de muestreo que debe tener la cuadrícula para obtener una perfecta reconstrucción de la flexión. Ambos modelos se han ejecutado utilizando valores de densidad de la carga y del material de relleno, espesor elástico  $T_e$ , espesor elástico inicial  $T_0$  y tiempo de relajación  $\tau$ , acordes con rangos propuestos por diversos trabajos sobre flexión de la litosfera oceánica producida por cargas superficiales.

El valor de  $T_e$  que da lugar al modelo elástico que mejor se ajusta a las observaciones se ha estimado entre 35 y 40 *km* y es acorde a valores obtenidos en anteriores trabajos realizados en la zona. Sin embargo, este modelo no permite discernir qué valores de densidades de la carga y del material de relleno producen la flexión que mejor se ajusta a las observaciones. Los valores de  $T_0$  y  $\tau$  que generan flexiones viscoelásticas que mejor se ajustan a las observaciones se han estimado entre 90 y 130 *km* y entre  $10^5$  y  $2,5 \times 10^5$  *a*, respectivamente. El rango de valores estimado para  $T_0$  es entre 2 y 3 veces superior al de  $T_e$ , por lo que puede considerarse que el basculamiento sufrido por Gran Canaria puede haber sido producido por la flexión de la litosfera generada por el material emitido por Tenerife en los 4 *ma*.

Este trabajo es uno de los pocos sobre flexión de la litosfera oceánica que se apoya en evidencias geomorfológicas y estratigráficas (la mayoría se apoyan en evidencias geofísicas) que ponen de manifiesto movimientos verticales asociados a efectos isostáticos, y el primero en el que dichas evidencias son afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe. Según el conocimiento que se tiene hasta la fecha, es la primera vez que se aplica el modelo viscoelástico desarrollado en este trabajo para el estudio de la flexión en el entorno de Canarias.



## Índice general

Índice de figuras.....	iii
Índice de tablas.....	vii
Lista de símbolos.....	ix
<b>Capítulo 1: Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1. Zona de estudio .....	1
1.2. Motivación .....	2
1.3. Objetivos.....	3
1.4. Estructura de la tesis.....	4
<b>Capítulo 2: Consideraciones geológicas.....</b>	<b>7</b>
2.1 Lavas pahoehoe y pillow-lavas. Antiguo nivel del mar. ....	7
2.2 Transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe en el NO-N-NE de Gran Canaria.....	9
2.2.1. Datos topográficos y geocronológicos de los deltas de lava Roque Nublo.....	12
2.3 Estimación del volumen de material emitido en la isla de Tenerife.....	14
2.4 Densidad del material emitido por la Isla de Tenerife.....	16
<b>Capítulo 3: Consideraciones geofísicas .....</b>	<b>19</b>
3.1. Litosfera y astenosfera.....	19
3.2. Isostasia: modelos locales y regionales .....	21
3.3. Parámetros reológicos de la litosfera oceánica.....	23
3.4. Flexión de la litosfera debida a la carga de islas.....	29
3.5. Observaciones sobre la flexión de la litosfera en las Islas Canarias .....	40
<b>Capítulo 4: Modelos conceptuales de flexión .....</b>	<b>45</b>
4.1. Comportamientos reológicos .....	45
4.1.1. Comportamiento elástico.....	46
4.1.2. Comportamiento de un fluido viscoso newtoniano.....	51
4.2. Modelos de flexión de placa delgada .....	55
4.2.1. Modelo elástico (3D y 2D).....	55
4.2.2. Modelo viscoelástico.....	62
<b>Capítulo 5: Modelos numéricos de flexión .....</b>	<b>65</b>
5.1. Modelos numéricos .....	65
5.1.1. Elección de la cuadrícula.....	67
5.2. Sensibilidad del modelo elástico 3D .....	72
5.2.1. En función de la forma.....	73
5.2.2. En función del volumen.....	74
5.2.3. En función de la densidad.....	76
5.2.4. Conclusiones.....	78
5.3. Sensibilidad del modelo viscoelástico 3D .....	81

Capítulo 6: Aplicación de modelos de flexión .....	85
6.1. Obtención de la cuadrícula basada en coordenadas geodésicas.....	85
6.2. Modelo elástico 3D con espesor elástico constante.....	86
6.3. Modelo viscoelástico 3D.....	93
6.4. Análisis de los modelos aplicados.....	97
Capítulo 7: Discusión, conclusiones y trabajos futuros .....	105
7.1. Discusión.....	105
7.2. Conclusiones.....	109
7.3. Trabajos futuros.....	111
Apéndice 1: Ley de Hooke.....	115
Apéndice 2: Resolución analítica de la ecuación de flexión elástica 2D.....	121
Apéndice 3: Resolución de las ecuaciones de flexión 3D usando la Transformada de Fourier .....	127
A3.1 Flexión elástica 3D con $Te$ constante .....	131
A3.2 Flexión elástica 3D con $Te$ variable .....	135
A3.3 Flexión viscoelástica 3D .....	141
Apéndice 4: Figuras de sensibilidad del modelo elástico 3D.....	147
A4.1 Figuras de sensibilidad del modelo elástico 3D variando la forma.....	149
A4.2 Figuras de sensibilidad del modelo elástico 3D variando el volumen .....	157
A4.3 Figuras de la sensibilidad del modelo elástico 3D variando la densidad .....	165
Apéndice 5: Figuras de sensibilidad del modelo viscoelástico 3D.....	173
Apéndice 6: Diferencias entre desniveles observados y de flexión.....	183
A6.1 Diferencias entre desniveles observados y de flexión considerando el modelo elástico.....	185
A6.1 Diferencias entre desniveles observados y de flexión considerando el modelo viscoelástico.....	189
Apéndice 7: Gráficos comparativos.....	197
Referencias .....	205

## Índice de figuras

Figura 1.1: Situación y localización de las Islas Canarias .....	1
Figura 1.2: Norte de la isla de Gran Canaria. Los puntos indican las localizaciones de los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe. ....	2
Figura 2.1: Lavas a'a del volcán Parícutín, Méjico (A) y del volcán Teneguía, La Palma, Canarias (B) y lavas pahoehoe, del volcán Xitle, Méjico (C) y de los volcanes Lajial y Julán, El Hierro, Canarias, (D) y (E). (Modificado de López-Ruiz & Cebriá, 2014) .....	7
Figura 2.2: Esquema ilustrativo de la formación de pillow lavas (Araña & Carracedo, 1978).....	8
Figura 2.3: Mapa geológico simplificado de La Formación Detrítica de Las Palmas y lavas Roque Nublo incluyendo la paleocosta de hace 4,1-4,0 ma. (Modificado de Perez-Torrado et al., 2015). ....	10
Figura 2.4: a) Panorámica de la secuencia volcanosedimentaria de la Formación Detrítica de Las Palmas salvo el Miembro Superior. P1 es el plano de contacto entre los depósitos marinos del Miembro Medio y las pillow-lavas superiores. P2 es el plano formado por la zona de transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe. b) Detalle de los sedimentos marinos cubiertos por pillow-lavas. c) Detalle de la zona de transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe (Modificado de Pérez-Torrado et al., 2002).....	11
Figura 2.5: Esquema interpretativo de la formación de la zona de transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe en Gran Canaria (Modificado de Pérez-Torrado et al., 2015). ....	11
Figura 2.6: Localizaciones de los siete afloramientos que muestran la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe en el norte de Gran Canaria considerados en este estudio. Cada localización está acompañada por su altitud media respecto del nivel medio del mar actual y, entre paréntesis, su desnivel respecto de la localización A. Ambos valores vienen dados en metros. ....	12
Figura 2.7: Esquema geológico de Tenerife. (Modificado de Mitjavila & Villa, 1993).....	15
Figura 2.8: Modelo de densidades de la isla de Tenerife en $kg\ m^{-3}$ a partir de velocidades sísmicas (Modificado de Minshull & Charvis, 2001, modificado a su vez de Watts et al., 1997) .....	17
Figura 2.9: Modelo de densidades de la parte central de la isla de Tenerife en $kg\ m^{-3}$ a partir de datos gravimétricos (Modificado de Ablay & Kearey, 2000).....	17
Figura 2.10: Modelo 3D de densidades de Tenerife obtenido a partir de datos gravimétricos. El valor medio de densidad utilizado como referencia es $2900\ kg\ m^{-3}$ (Modificado de Gottsman et al., 2008 y Camacho et al., 2011). ....	18
Figura 3.1: Esquema de las diferentes clasificaciones de las capas exteriores de la Tierra. ....	20
Figura 3.2: Esquemas de los modelos isostáticos de Airy y Pratt. Los números representan los valores de densidades ( $gr\ cm^{-3}$ ) de los distintos materiales .....	22
Figura 3.3: Flexión de una placa según los modelos elástico, viscoelástico y Airy. $t\tau$ es la relación entre la edad de la carga $t$ y el tiempo de relajación de la placa viscoelástica ( $\tau$ ) (Modificado de Watts & Zong, 2000). ....	23

Figura 3.4: Espesor elástico de la litosfera oceánica en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga. Los cuadrados corresponden a localizaciones en dorsales oceánicas, los círculos a montes submarinos o islas y los triángulos a fosas oceánicas. (Modificado de Watts et al., 1980a). Las ubicaciones de cada uno de los resultados mostrados en esta figura pueden verse en la Tabla 3.1. Para algunas ubicaciones, existen diferentes resultados obtenidos en diferentes trabajos.....	25
Figura 3.5: Modelos simples de flexión de la litosfera generada por la carga de montes submarinos. a) Densidad del material de relleno igual a la densidad de la carga. b) Densidad del material de relleno inferior a la densidad de la carga. c) Espesor elástico variable, siendo menor bajo la carga y mayor en las zonas periféricas. d) Placa fracturada bajo la carga. $T_e$ es el espesor elástico en $km$ , y $\rho_L, \rho_{infill}, \rho_m$ son las densidades de la carga, del material de relleno y del manto, respectivamente en $g\ cm^{-3}$ (Modificado de Watts & Ribe, 1984).....	27
Figura 3.6. Distribución global de los 24643 posibles montes submarinos detectados por Kim & Wessel (2011). Los puntos negros corresponden a posibles montes submarinos de altura comprendida entre 0,1 y 1 km; los azules, entre 1 y 3 km; y los rojos con altura superior a los 3 km. Los bordes de placa se muestran con línea gris, mientras que las líneas negras, que marcan las zonas de exclusión del estudio, corresponden a las isóbatas de 2000 m de profundidad. También se muestra un histograma que muestra la distribución de los montes submarinos por alturas (Modificado de Kim & Wessel, 2011). .....	30
Figura 3.7: Boceto dibujado a escala que muestra cómo la subsidencia puede explicar el grosor de la capa de arrecife de coral, $\Delta$ . (Modificado de Dietrick & Crough, 1978) .....	33
Figura 3.8: a) Perfil este-oeste atravesando la isla de Ascensión. Los círculos corresponden a observaciones de anomalías de gravedad determinadas desde barco; los puntos corresponden a observaciones de anomalías de gravedad obtenidas vía satélite; las diferentes líneas corresponden a anomalías de gravedad calculadas a partir del modelo con los valores de espesor elástico y densidad indicadas. b) Sección ilustrando los valores de densidad asignados en el modelo de flexión en $kg\ m^{-3}$ (Modificado de Minshull & Bozena, 1997).....	36
Figura 3.9: Espesor elástico de la litosfera en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga. 1: Atlantis, 2: Plato (oeste), 3: Tyro, 4: Plato (este), 5: Complejo de Cruiser, 6: Gran Meteor (Modificado de Dañoibeitia 1988).....	42
Figura 3.10: Espesor elástico de la litosfera en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga. (Modificado de Canales & Dañoibeitia 1998).....	43
Figura 3.11: Profundidad del LAB en la zona comprendida entre el sur de la península ibérica y Canarias, pasando por Marruecos. La línea discontinua amarilla indica el límite occidental de la delgada litosfera térmica que subyace bajo Marruecos (modificado de Miller et al., 2015). .....	44
Figura 4.1: Componentes de la tensión, respecto de los ejes cartesianos, generada por las fuerzas de superficie actuando en cada una de las caras de paralelepípedo de lados $dx, dy, dz$ que representa un elemento de volumen de un cuerpo. Sólo se han representado las tensiones en las caras visibles.....	47
Figura 4.2: Desplazamiento de dos puntos cercanos en un medio continuo bajo el efecto de una fuerza aplicada. $D$ es el dominio que ocupa el cuerpo en el espacio antes del desplazamiento y $D'$ , después del desplazamiento. ....	49
Figura 4.3: Representación esquemática de flujo laminar horizontal en la dirección del eje $x$ . $u$ es la derivada respecto del tiempo de la componente del desplazamiento en la dirección del eje $x$ (siguiendo la notación utilizada en el apartado 4.1.1) y por tanto la velocidad de flujo.....	52
Figura 4.4: a) Sistema de coordenadas definido sobre la placa delgada libre de cargas. b) Perfil de la placa flexionada paralelo al plano $xz$ y pasando por el punto $A$ . $r_{xx}$ es el radio de curvatura y $\partial w/\partial x$ la pendiente de la superficie neutra en un plano paralelo al plano $xz$ . .....	56
Figura 4.5: Variación de la tensión $\sigma_{xx}$ a lo largo del espesor de la placa delgada.....	58



Figura 4.6: Distribución de fuerzas y momentos actuando sobre un elemento $dx dy$ de placa delgada bajo el efecto de una carga superficial $P$ .	59
Figura 4.7: Esquema de la litosfera oceánica flexionada bajo el efecto de una carga superficial.	60
Figura 4.8: Flexión elástica 2D generada por una carga puntual $h$ .	61
Figura 4.9: Representación del comportamiento de (a) un sólido elástico lineal, (b) un fluido viscoso newtoniano y (c) un sólido viscoelástico o de Maxwell utilizando su analogía con un muelle y un amortiguador.	63
Figura 5.1: Diferencias entre la flexión analítica y la obtenida mediante FFT con cuadrículas de diferentes dimensiones para diferentes valores de $Te$ . En todos los casos $h = 100 \text{ km}^3$ .	71
Figura 5.2: Contornos de los nodos ocupados por las bases de los diferentes cilindros que representan a la carga	73
Figura 5.3: Perfiles de flexión variando la forma de la carga para $Te = 10$ y $20 \text{ km}$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.	74
Figura 5.4: Perfiles de flexión variando el volumen de la carga para $Te = 10, 20$ y $30 \text{ km}$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.	75
Figura 5.5: Perfiles de flexión variando el volumen de la carga para $Te = 40, 50$ y $60 \text{ km}$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.	76
Figura 5.6: Perfiles de flexión variando la densidad de la carga para $Te = 10, 20$ y $30 \text{ km}$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.	77
Figura 5.7: Perfiles de flexión variando la densidad de la carga para $Te = 40, 50$ y $60 \text{ km}$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.	78
Figura 5.8: Perfiles de flexión para diferentes valores de $Te$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).	80
Figura 5.9: Perfiles de flexión variando la relación $\tau r$ para los diferentes valores de $T0$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.	83
Figura 5.10: Perfiles de flexión variando $T0$ para los diferentes valores de $\tau r$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.	84
Figura 6.1: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $Te$ y $\rho c$ considerando todas las localizaciones.	87
Figura 6.2: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $Te$ y $\rho c$ considerando sólo las localizaciones A, B, F y G.	88
Figura 6.3: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $Te$ y $\rho c$ considerando sólo las localizaciones C, D y E.	89
Figura 6.4: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $Te$ considerando todas las localizaciones. El color negro corresponde a los resultados obtenidos variando $\rho r$ y el color rojo a los resultados obtenidos variando $\rho c$ .	90
Figura 6.5: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $Te$ considerando las localizaciones A, B, F y G. El color negro corresponde a los resultados obtenidos variando $\rho r$ y el color rojo a los resultados obtenidos variando $\rho c$ .	90

Figura 6.6: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $Te$ considerando las localizaciones C, D y E. El color negro corresponde a los resultados obtenidos variando $\rho r$ y el color rojo a los resultados obtenidos variando $\rho c$ . .....	91
Figura 6.7: Perfiles de flexiones generadas por cada par de valores $Te, \rho c$ y $Te, \rho r$ que generan emc mínimos. Las líneas continuas corresponden a los valores de la Tabla 6.2 (variando $\rho c$ ) y las líneas discontinuas a los valores de la Tabla 6.3 (variando $\rho r$ ). .....	92
Figura 6.8: Detalle de la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en la Figura 6.7 .....	92
Figura 6.9: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $T0$ y $\tau$ considerando todas las localizaciones. ....	94
Figura 6.10: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $T0$ y $\tau$ considerando sólo las localizaciones A, B, F y G. ....	95
Figura 6.11: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de $T0$ y $\tau$ considerando sólo las localizaciones A, B, F y G. ....	95
Figura 6.12: Perfiles de flexiones generadas por cada par de valores $T0, \tau$ que generan emc mínimos. ....	97
Figura 6.13: Detalle de la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en la Figura 6.12 .....	97
Figura 6.14: Perfiles de flexión elástica con $Te = 35 km$ (rombos negros) superpuestos a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. a) y b) $\rho c = 2400 kg m - 3$ , c) y d) $\rho c = 2500 kg m - 3$ , e) y f) $\rho c = 2600 kg m - 3$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda...100	100
Figura 6.15: Perfiles de flexión elástica con $Te = 40 km$ (rombos negros) superpuestos a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. a) y b) $\rho c = 2700 kg m - 3$ , c) y d) $\rho c = 2800 kg m - 3$ , e) y f) $\rho c = 2900 kg m - 3$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda...101	101
Figura 6.16: Evolución de la flexión viscoelástica producida por el aumento de carga sufrido por Tenerife en los últimos 4 ma, considetando $T0 = 90 km$ y $\tau = 0,25 ma$ junto con la flexión elástica que mejor se amolda a la situación actual ( $t = 4 106 a$ ) que corresponde a $Te = 35 km$ . ....	102
Figura 6.17: Evolución de la flexión viscoelástica producida por el aumento de carga sufrido por Tenerife en los últimos 4 ma, considetando $T0 = 110 km$ y $\tau = 0,16 ma$ junto con la flexión elástica que mejor se amolda a la situación actual ( $t = 4 106 a$ ) que corresponde a $Te = 37 km$ . ....	102
Figura 6.18: Evolución de la flexión viscoelástica producida por el aumento de carga sufrido por Tenerife en los últimos 4 ma, considetando $T0 = 130 km$ y $\tau = 0,10 ma$ junto con la flexión elástica que mejor se amolda a la situación actual ( $t = 4 106 a$ ) que corresponde a $Te = 37,5 km$ . ....	103
Figura 7.1: Ubicación de las localizaciones junto con las zonas estudiadas por Lietz & Schmincke (1975) y Krastel & Schmincke (2002). ....	107

## Índice de tablas

Tabla 2.1: Altitudes medias de las siete localizaciones estudiadas, desnivel relativo respecto de la localización A, distancia a la carga, coordenadas UTM, dataciones obtenidas por diferentes autores y denominaciones utilizadas por los mismos. ....	13
Tabla 2.2: Resumen de datos recopilados, en este trabajo, sobre estimaciones de densidades en Tenerife y Canarias. ....	16
Tabla 3.1: Ubicaciones que aparecen en la Figura 3.4. ....	25
Tabla 3.2: Resumen de datos recopilados en este trabajo sobre observaciones de flexión de la litosfera generada por islas o montes submarinos.....	39
Tabla 3.3: Resumen de datos recolectados, en este trabajo, sobre observaciones de flexión de la litosfera generada por las Islas Canarias.....	41
Tabla 4.1: Valores de la longitud y semi-longitud de onda de la flexión, redondeados al km, correspondientes a diferentes valores de $T_e$ para la litosfera oceánica.....	62
Tabla 5.1: Valores de los parámetros utilizados para el cálculo de la flexión generada por una carga puntual considerando diferentes cuadrículas.....	68
Tablas 5.2: Errores medios cuadráticos obtenidos para cada una de las cuadrículas generadas para $V = 100 \text{ km}^3$ y variando $T_e$ , $X$ y $\Delta x$ . Las celdas sombreadas corresponden a emc inferiores a $0,01 \text{ m}$ . ....	69
Tablas 5.3: Errores medios cuadráticos obtenidos para cada una de las cuadrículas generadas para $V = 1000 \text{ km}^3$ y variando $T_e$ , $X$ y $\Delta x$ . Las celdas sombreadas corresponden a emc inferiores a $0,01 \text{ m}$ . ....	70
Tabla 5.4: Rango de valores utilizados para analizar la sensibilidad del modelo de flexión en la zona de las localizaciones comprendida entre 80 y 120 km de la carga. <sup>(1)</sup> Se han considerado sólo los volúmenes máximo, mínimo y el correspondiente a un cilindro de 25 km de radio y 1600 m de altura. ....	72
Tabla 5.5: Valores utilizados para la representación discreta de los cilindros considerados en el análisis de la sensibilidad del modelo en función de la forma de la carga. ....	73
Tabla 5.6: Alturas asignadas a los cilindros de 25 km de radio para que la representación discreta de la carga tenga los volúmenes buscados. ....	74
Tabla 5.7: Diferencias máximas de flexión (m) en los extremos de la zona de estudio para cada valor de $T_e$ al variar la forma, el volumen y la densidad de la carga en el área de estudio.....	79
Tabla 5.8: Diferencias máximas de pendientes (%) para cada valor de $T_e$ al variar la forma, el volumen y la densidad de la carga en el área de estudio. ....	79
Tabla 5.9: Rango de valores utilizados para analizar la sensibilidad del modelo viscoelástico 3D de flexión en la zona de las localizaciones comprendida entre 80 y 120 km de distancias de la carga. <sup>(1)</sup> Se trata de un incremento a escala logarítmica.....	82

Tabla 6.1: Rango de valores asignados a los parámetros  $T_e$  y  $\rho c$  en el cálculo de la flexión aplicando el modelo elástico 3D en la zona de las localizaciones comprendida entre 80 y 120 km de distancia de la carga. ....86

Tabla 6.2: Valores de  $T_e$  que para cada valor de  $\rho c$  minimizan los  $emc$  considerando las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$  así como el  $emc$  correspondientes. Cálculos realizados con  $\rho r = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ ....88

Tabla 6.3: Valores de  $T_e$  que para cada valor de  $\rho r$  minimizan el  $emc$  considerando las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$  así como los  $emc$  correspondientes. Cálculos realizados con  $\rho c = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ ...91

Tabla 6.4: Rango asignados a los parámetros  $T_0$  y  $\tau$  en el cálculo de la flexión aplicando el modelo viscoelástico 3D en la zona de las localizaciones comprendida entre 80 y 120 km de distancia de la carga. (1) Incremento correspondiente a una escala logarítmica. ....93

Tabla 6.5: Valores de  $\tau$  que para cada valor de  $T_0$  minimizan los  $emc$  considerando las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$  así como el  $emc$  correspondientes. Cálculos realizados con  $\rho c = \rho r = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ . ....96

Tabla 6.6: Valores de  $D_e$  y  $T_e$  asociados a una placa elástica que genera una flexión equivalente a la generada por una placa viscoelástica de parámetros  $T_0, \tau$  y  $D_0$ .....99

## *Lista de símbolos*

$a$	Años
$D$	Rigidez a la flexión, modelo elástico
$D_0$	Rigidez inicial a la flexión. Modelo viscoelástico
$E$	Módulo de Young
$h$	Carga puntual, altura del cilindro que representa la carga
$h(x, y)$	Función que describe la carga
$H(k, l)$	Transformada de Fourier de la función que representa la carga
$k, l$	Variables en el dominio de la frecuencia
$ma$	Millones de años
$r$	Radio del cilindro que representa la carga
$t$	Edad de la caga
$T_e$	Espesor elástico
$T_0$	Espesor elástico inicial
$(u, v, w)$	Componentes del vector desplazamiento correspondientes a los ejes $x, y$ y $z$
$(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w})$	Derivadas respecto del tiempo de las componentes del vector desplazamiento
$w(x, y)$	Función que representa la flexión
$W(k, l)$	Transformada de Fourier de la función que representa la flexión
$x, y$	Variables en el dominio del espacio
$\gamma$	Viscosidad normal
$\varepsilon$	Tensor de deformación unitaria
$\dot{\varepsilon}$	Tensor de velocidad de deformación unitaria
$\eta$	Viscosidad (tangencial)
$\mu$	Módulo de rigidez o cizalla
$\nu$	Relación de Poisson
$\rho_a$	Densidad del aire o en su caso del material desplazado

## Lista de símbolos

---

$\rho_c$	Densidad de la carga
$\rho_r$	Densidad del material de relleno
$\rho_r$	Densidad del manto
$\sigma$	Tensor de tensiones
$\phi(x, y)$	Función de transferencia
$\Phi(k, l)$	Transformada de Fourier de la función de transferencia

# Capítulo 1: Introducción

## 1.1. Zona de estudio

Las islas de Tenerife y Gran Canaria están situadas en el centro del archipiélago Canario ubicado al NE del margen continental africano, entre los paralelos  $27^{\circ} 37' N$  y  $29^{\circ} 25' N$  y los meridianos  $13^{\circ} 20' O$  y  $18^{\circ} 10' O$  y con una extensión de unos  $500 \text{ km}$  en dirección E-O y unos  $200 \text{ km}$  en dirección N-S (Figura 1.1).

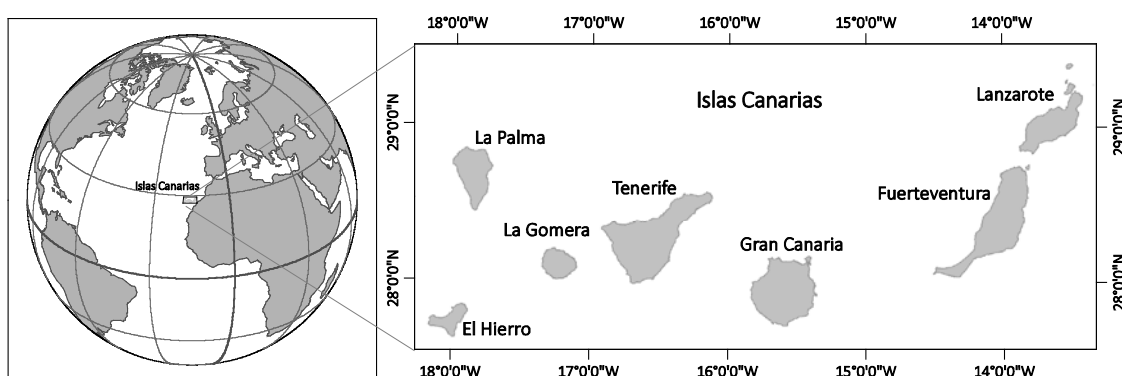


Figura 1.1: Situación y localización de las Islas Canarias

El archipiélago se encuentra emplazado en la zona de calma magnética jurásica lo que dificulta determinar la edad de la corteza oceánica sobre la que se asienta. Sin embargo, extrapolando la velocidad de expansión del fondo marino, determinada a partir de las líneas magnéticas mesozoicas situadas al oeste del archipiélago, puede estimarse que su edad bajo las islas de Tenerife y Gran Canaria es de unos  $180$  y  $190$  millones de años (*ma*) respectivamente (Watts, 1994).

La isla de Tenerife, de planta triangular, es la isla de mayor extensión del archipiélago con una superficie aproximada de  $2034 \text{ km}^2$ . En su centro se encuentra el edificio del doble

estratovolcán Teide-Pico Viejo que, con una altitud de 3718 *m* sobre el nivel del mar y 7500 *m* sobre el fondo marino, es el punto más alto de España y el tercer mayor volcán de la Tierra desde su base tras el Mauna Kea y el Mauna Loa en Hawaii. La isla de Gran Canaria, de planta prácticamente circular y cuya elevación máxima, localizada en su centro, es Pico de Las Nieves con 1949 *m* sobre el nivel del mar. Es la tercera isla en cuanto a extensión con una superficie aproximada de 1532 *km*<sup>2</sup>.

La zona de estudio se localiza, concretamente, en los sectores costeros del NO, N y NE de la isla de Gran Canaria donde se encuentran los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe y cuya disposición espacial es la base fundamental de este trabajo (ver Capítulo 2, Consideraciones geológicas, para la comprensión de esta transición entre distintos tipos de lavas).

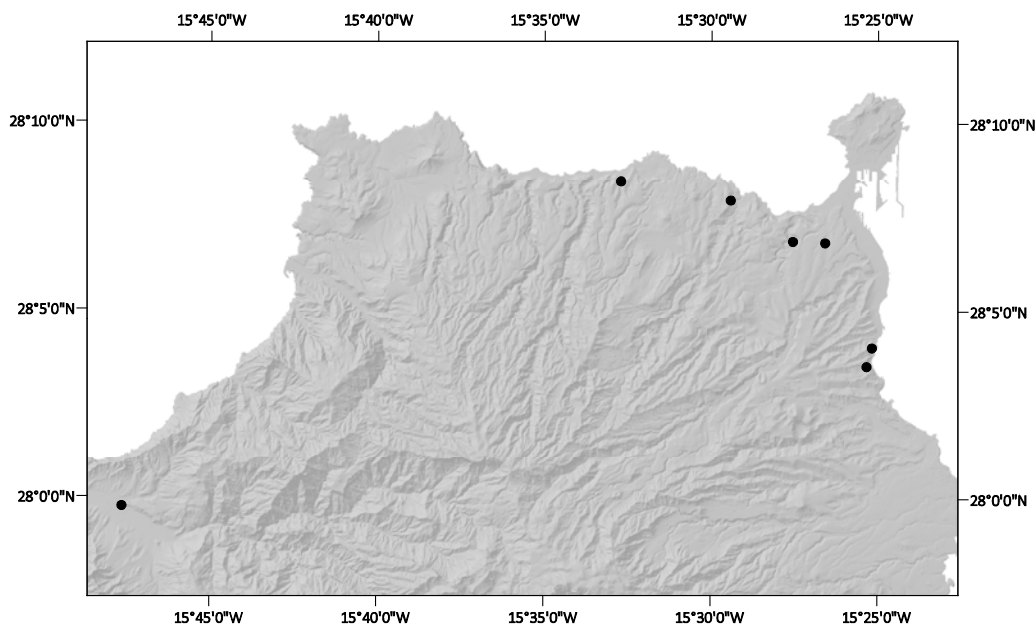


Figura 1.2: Norte de la isla de Gran Canaria. Los puntos indican las localizaciones de los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe.

## 1.2. Motivación

Estudios previos de la evolución volcánica de Gran Canaria, en concreto del estratovolcán Roque Nublo perteneciente al estadio de rejuvenecimiento (5,5 *ma* hasta el presente), han proporcionado información sobre los deltas de lava formados en los sectores NO, N y NE de la isla y destacan la importancia del estudio de la transición de pillow-lavas (subacuáticas) a lavas pahoehoe (subaéreas) por representar el antiguo nivel del mar (Leitz & Schmincke, 1975; Gimeno et al., 2000).



La datación de diferentes muestras pertenecientes a los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe sitúan cronológicamente a los mismos entorno a los 4 *ma* (Leitz & Schmincke, 1975; Guillou et al., 2004a; Pérez-Torrado et al., 2015). Por otro lado, la disposición espacial de los diferentes afloramientos pone de manifiesto la inclinación de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe hacia el oeste y una altitud media de la misma de unos 90 *m* sobre el nivel del mar actual, lo que sugiere la combinación de movimientos eustáticos e isostáticos (Pérez-Torrado et al., 2002; Pérez-Torrado et al., 2015). Según las curvas de oscilaciones eustáticas a escala mundial (Haq et al., 1987), el nivel del mar pudo alcanzar altitudes de hasta +100 *m* sobre el nivel del mar actual para el periodo comprendido entre 5 a 4 *ma*.

En cuanto a movimientos isostáticos, el hecho de que la altitud de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe disminuya de este a oeste junto con la ubicación de Gran Canaria al este de Tenerife y dentro de la zona de influencia de flexión generada por la misma (Watts, 1994; Watts et al., 1997), sugiere que el basculamiento de Gran Canaria puede haber sido producido por la flexión de la litosfera generada por el material emitido por Tenerife en los últimos 4 *ma*.

La motivación de este trabajo es, por un lado, analizar si la hipótesis planteada en el párrafo anterior es viable y, por otro lado, contribuir al estudio de la flexión de la litosfera generada por islas oceánicas cuyos resultados son de gran importancia para el conocimiento de las propiedades reológicas de la litosfera. Este trabajo es uno de los pocos sobre flexión de la litosfera oceánica que se apoya en evidencias geomorfológicas y estratigráficas (la mayoría se apoyan en evidencia geofísicas) que ponen de manifiesto movimientos verticales asociados a efectos isostáticos, y el primero en el que dichas evidencias son afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe.

### 1.3. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un modelo la flexión de la litosfera generada por el material emitido por la isla de Tenerife en los últimos 4 *ma*. Este objetivo principal se concreta en los siguientes objetivos particulares:

1. Identificar la transición de pillow-lava a lava pahoehoe con la determinación de su localización geoespacial en la zona de estudio que está relacionada con

el basculamiento de la isla de Gran Canaria debido a la flexión generada por la carga del material emitido por la isla de Tenerife.

2. Desarrollar un modelo elástico de flexión litosférica con parámetros adecuados a la zona de estudio y cuyos resultados se puedan comparar con las observaciones.
3. Desarrollar un modelo viscoelástico de flexión litosférica con parámetros adecuados a la zona de estudio y comparar sus resultados con las observaciones.
4. Realizar un análisis exhaustivo de sensibilidad de los dos modelos frente a los diferentes parámetros (espesor elástico, tiempo de relajación, densidad de la carga, elección de la cuadrícula, etc).
5. A partir de los resultados obtenidos proponer trabajos futuros encaminados tanto en la mejora de los modelos como a la obtención de observaciones para verificar dichos modelos.

## 1.4. Estructura de la tesis

La presentación del trabajo realizado se ha estructurado en 7 capítulos acompañados de 6 apéndices:

En el Capítulo 2, Consideraciones geológicas, se presentan los datos necesarios para la realización del trabajo así como sus fuentes. Por un lado, los datos topográficos y geocronológicos de los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe y, por otro lado, la estimación del volumen de material emitido por la isla de Tenerife en los últimos 4 *ma* así como el rango de densidades considerado por diferentes autores.

El Capítulo 3, Consideraciones geofísicas, presenta una revisión de trabajos relacionados con la flexión de la litosfera producida por islas oceánicas con el fin de recabar información sobre modelos de flexión aplicados y valores asignados a los diferentes parámetros: espesor elástico, tiempo de relajación, etc.

El Capítulo 4, Modelos conceptuales de flexión, presenta la obtención de las ecuaciones diferenciales que rigen la flexión de una placa delgada bajo dos supuestos: considerando que la placa se comporta como un material elástico y considerando que se comporta como un material viscoelástico.

En el Capítulo 5, Modelos numéricos de flexión, se presenta la solución de las diferentes ecuaciones diferenciales aplicando la Transformada de Fourier, un análisis de la influencia de la elección de la cuadrícula al aplicar esta técnica y un análisis de sensibilidad de la flexión. Este último análisis se ha realizado teniendo en cuenta las condiciones propias de este trabajo.

El Capítulo 6, Aplicación de los modelos de flexión, presenta los resultados. Se eligen los parámetros de los modelos de flexión que minimizan el error medio cuadrático entre los desniveles producidos por la flexión y los desniveles observados entre los diferentes afloramientos.

En el capítulo 7, se presentan las principales conclusiones de este trabajo y se proponen líneas futuras de investigación.

El Apéndice 1, Ley de Hooke, presenta nociones básicas de elasticidad lineal que facilitan, en caso necesario, la lectura del Capítulo 4.

En los Apéndice 2 y 3 se desarrollan las resoluciones de las ecuaciones diferenciales presentadas en los Capítulos 4 y 5. El primero presenta la resolución analítica de la ecuación de flexión elástica en dos dimensiones, mientras que el segundo desarrolla la resolución de las ecuaciones correspondientes al modelo elástico y viscoelástico tridimensionales mediante la Transformada de Fourier.

Los Apéndice 4 y 5 contienen todas las figuras correspondientes al análisis de sensibilidad ya que en el Capítulo 5 solo se presenta una muestra de las mismas. Las figuras del Apéndice 4 corresponden al modelo elástico y las del Apéndice 5 al modelo viscoelástico.

Finalmente, en el Apéndices 6 se recogen los valores de las diferencias entre desniveles observados y desniveles generados por ambos modelos de flexión para diferentes valores de los parámetros.



## Capítulo 2: Consideraciones geológicas

### 2.1 Lavas pahoehoe y pillow-lavas. Antiguo nivel del mar

Los materiales que emite un volcán están determinados por el tipo de magma (básico o ácido) y por el ambiente en el que se produce la erupción (subaéreo o subacuático). Generalmente, los magmas básicos producen extrusiones (afloraciones de magma), tranquilas o moderadamente explosivas dando lugar a coladas de lava basáltica. En erupciones subaéreas, estas coladas presentan gran variedad de morfologías, aunque básicamente se clasifican en dos categorías: a'a y pahoehoe (Figura 2.1).



Figura 2.1: Lavas a'a del volcán Paricutín, Méjico (A) y del volcán Teneguía, La Palma, Canarias (B) y lavas pahoehoe, del volcán Xitle, Méjico (C) y de los volcanes Lajial y Julán, El Hierro, Canarias, (D) y (E). (Modificado de López-Ruiz & Cebriá, 2014)

Las lavas a'a se forman cuando la corteza, que se produce por enfriamiento, no es lo suficientemente plástica y al ser arrastrada por el fluido subyacente se fisura y fragmenta por lo que muestra una superficie escoriácea constituida por bloques y clastos más o menos angulosos (lo que se denomina malpaís en Canarias). Las lavas pahoehoe se forman cuando la corteza es lo suficientemente plástica para deformarse sin fracturas al ser arrastrada por el fluido subyacente, por lo que muestran una superficie suave que, a su vez, puede presentar diferentes morfologías, como por ejemplo lavas cordadas o en tripa (Rowland & Walker, 1990; López-Ruiz & Cebriá, 2014).

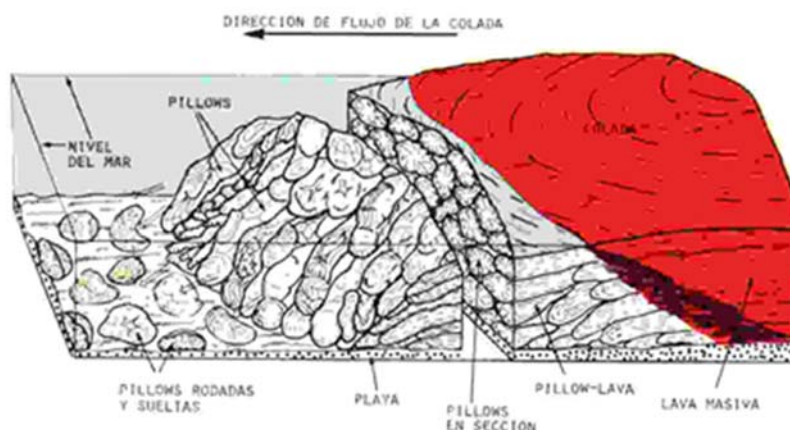


Figura 2.2: Esquema ilustrativo de la formación de pillow lavas (Araña & Carracedo, 1978).

Las pillow-lavas o lavas almohadilladas es una de las morfologías que pueden presentar las lavas cuando su enfriamiento se produce en un medio subacuático. La mayoría son producto de erupciones submarinas, como las observadas en La Palma, Canarias (Staudigel & Schmincke, 1984) y en Isla Norte, Nueva Zelanda (Bear & Cas, 2007) o subglaciales. Pero también se forman cuando coladas de lava subaéreas entran en contacto con agua del mar (por ejemplo las emitidas por el volcán Kilauea, Hawai (Umino et al., 2006), por el volcán de Isla Pico, Azores (Mitchell et al., 2008) o por el estratovolcán Roque Nublo, Gran Canaria (Pérez-Torrado et al., 2015)), ríos o lagos formando deltas de lava. El avance de las coladas básicas suele ser masivo y de tipo laminar pero, al entrar en contacto con el agua se individualizan como si fueran ‘dedos’ cuyo avance puede ser del orden de metros ya que en su parte externa se forma una corteza vítrea que mantiene la parte central caliente, sirviendo de conducto para que la lava siga fluida y avance originando nuevos ‘dedos’ (Carracedo et al., 1999). Las pillow-lavas deben su denominación al aspecto general de su sección transversal pues se asemeja al de un conjunto de sacos, almohadas o bolsas, apilados

---

unos encima de otros que muestran fracturas radiales producidas por el enfriamiento desde el exterior hacia el interior (Figura 2.2).

En las islas oceánicas es frecuente la formación de deltas de lava cuando coladas subaéreas (a'a o pahoehoe) que discurren sobre la superficie topográfica alcanzan la plataforma costera. En la mayoría de los casos descritos, los deltas de lava muestran una característica estructura interna formada por dos cuerpos claramente identificables: un flujo de lava subaérea (pahoehoe o a'a) prácticamente horizontal que recubre una serie de capas inclinadas de pillow-lavas y depósitos volcanoclásticos asociados. El contacto entre las litofacies subaérea y subacuática (zona de transición) representa el antiguo nivel del mar y destaca la importancia de los deltas de lava para estudios paleoambientales (Pérez-Torrado et al., 2015). Generalmente, la mayoría de las formaciones volcánicas y depósitos asociados a la construcción de los deltas de lava activos o recientes en islas oceánicas no están expuestos ya que están sumergidos bajo el nivel del mar (Umino et al., 2006; Mitchell et al., 2008). En cuanto a antiguos deltas de lava, la posterior evolución de las islas tras su formación determina si un delta permanece sumergido, como en el caso de las islas con altas tasas de subsidencia tales como las islas hawaianas (Watts & Zhong, 2000), o emerge sobre el nivel del mar donde se puede estudiar en detalle la zona de transición, como es el caso de las Islas Canarias, que tienen una baja tasa de subsidencia (Watts, 1994).

## 2.2 Transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe en el NO-N-NE de Gran Canaria

Como ya se ha comentado anteriormente, la isla de Gran Canaria está situada en el centro del archipiélago Canario y presenta una planta prácticamente circular de aproximadamente 20 km de radio y cuya elevación máxima (1949 m sobre el nivel del mar) se localiza en su centro.

La evolución volcánica de Gran Canaria se caracteriza por la sucesión de tres periodos principales: un estadio juvenil (14,5 – 8,0 ma) que incluye la construcción del escudo volcánico de la isla; un periodo de quietud o actividad volcánica prácticamente nula (8,0 – 5,5 ma); y un estadio de rejuvenecimiento (5,5 ma hasta el presente) que incluye el estratovolcán Roque Nublo y el volcanismo Post-Roque Nublo (Guillou et al., 2004a).

Durante el periodo de quietud, la isla sufre una intensa actividad erosiva que da lugar a una red radial de paleobarrancos y acumulación de sedimentos en diferentes zonas de las plataformas costeras de Gran Canaria (Mehl & Schmincke, 1999; Menéndez et al., 2008), destacando entre ellas el Miembro Inferior de la Formación Detrítica de Las Palmas (FDLP) en la zona N-NE de la isla (para una descripción completa de las litofacies que forman la FDLP (consultar Pérez-Torrado et al., 2014 y referencias). El periodo volcánico comprendido entre 4,6 y 3,9 *ma*, que pertenece al estadio de rejuvenecimiento, da lugar al edificio volcánico denominado estratovolcán Roque Nublo. Parte de las lavas de este estratovolcán, canalizadas a través de los paleobarrancos, recorrieron unos 20 *km* hasta alcanzar las costas NO-N-NE de Gran Canaria donde formaron deltas de lava cubriendo los sedimentos marinos de la FDLP (Miembro Medio) y depósitos volcanoclásticos asociados. Las sucesivas capas de pillow-lavas fueron ganando superficie al mar de unos 19 *km*<sup>2</sup> y desplazaron la línea de costa unos 3 *km* mar adentro (Pérez-Torrado et al., 2015). Estos deltas de lava están cubiertos por depósitos sedimentarios correspondientes al Miembro Superior de la FDLP. Leitz & Schmincke (1975) y Gimeno et al. (2000) destacan la importancia del estudio de los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe para la identificación y cuantificación de movimientos isostáticos y/o eustáticos sufridos por la isla de Gran Canaria, y Pérez-Torrado et al. (2002) realizan una reconstrucción de la paleocosta identificando espacialmente la ubicación del contacto directo entre los sedimentos marinos y la zona de transición en ausencia de pillow-lavas (Figura 2.3).

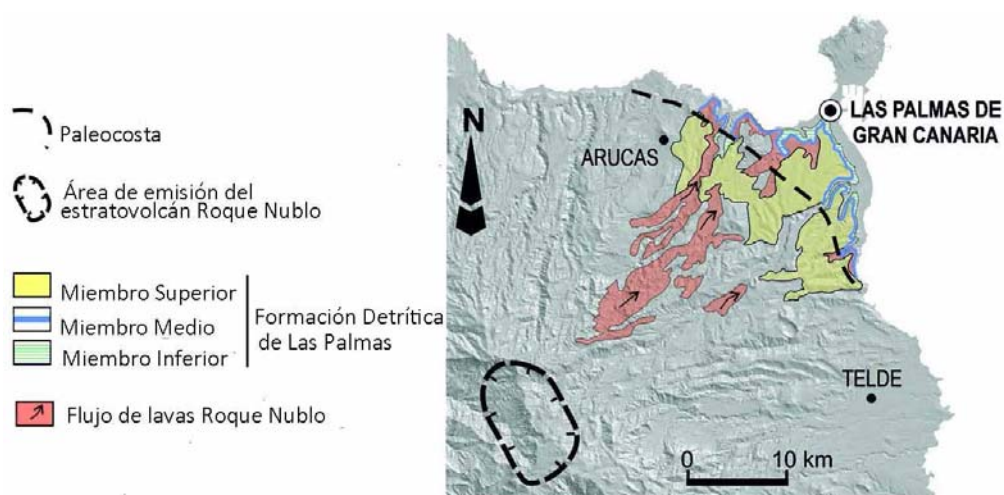


Figura 2.3: Mapa geológico simplificado de La Formación Detrítica de Las Palmas y lavas Roque Nublo incluyendo la paleocosta de hace 4,1-4,0 *ma*. (Modificado de Pérez-Torrado et al., 2015).



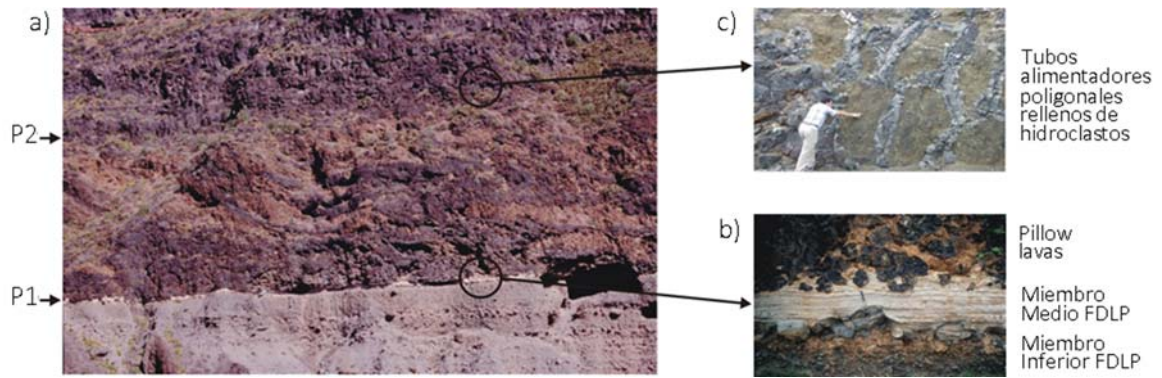


Figura 2.4: a) Panorámica de la secuencia volcanosedimentaria de la Formación Detritica de Las Palmas salvo el Miembro Superior. P1 es el plano de contacto entre los depósitos marinos del Miembro Medio y las pillow-lavas superiores. P2 es el plano formado por la zona de transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe. b) Detalle de los sedimentos marinos cubiertos por pillow-lavas. c) Detalle de la zona de transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe (Modificado de Pérez-Torrado et al., 2002).

La transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe (Figura 2.4), que marca el nivel del mar en esa época (Pérez-Torrado et al., 1995; Pérez-Torrado et al., 2002; Guillou et al., 2004a), presenta en Gran Canaria unas características litológicas propias descritas por primera vez por Pérez-Torrado et al. (2015).

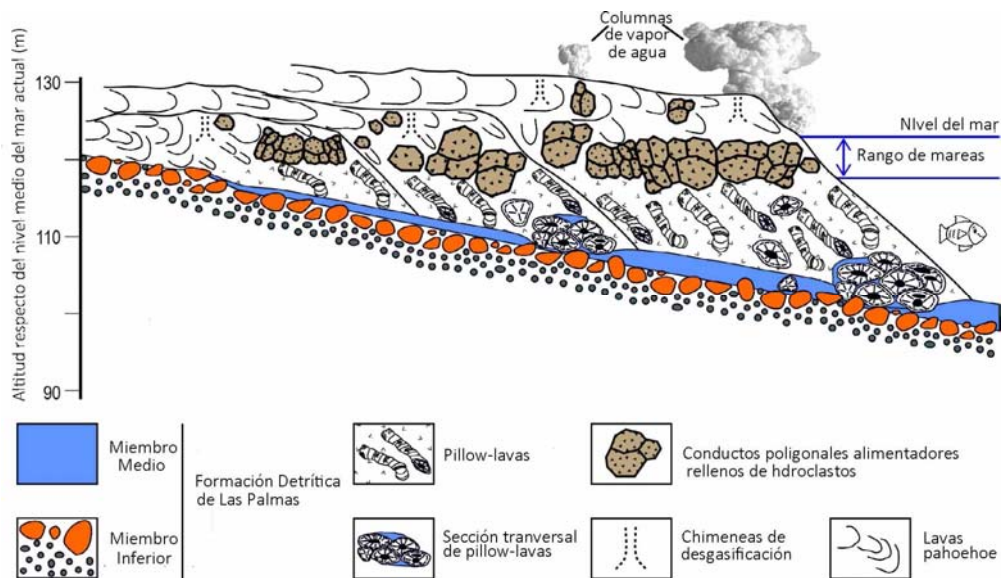


Figura 2.5: Esquema interpretativo de la formación de la zona de transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe en Gran Canaria (Modificado de Pérez-Torrado et al., 2015).

A grandes rasgos, la zona de transición presenta conductos apilados de morfología poligonal de entre 2 y 5 m de diámetro en los cuales se distingue perfectamente la corteza exterior, de escala decimétrica, del material que los rellena (Figura 2.4 c). Estos autores consideran que las características litológicas propias de esta zona de transición son debidas a la interacción del agua marina con lava caliente bajo la influencia del régimen de mareas existente en el momento de su formación y proponen para ellas el nombre de ‘tubos

alimentadores poligonales rellenos de hidroclastos' (*polygonal feeder tubes filled with hydroclast* en el original) (Figura 2.5).

### 2.2.1. Datos topográficos y geocronológicos de los deltas de lava Roque Nublo

En este trabajo se estudian siete localizaciones del afloramiento de la zona de transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe, seis situadas en la zona costera del N-NE de la isla de Gran Canaria y una en la zona costera NO (Figura 2.6).

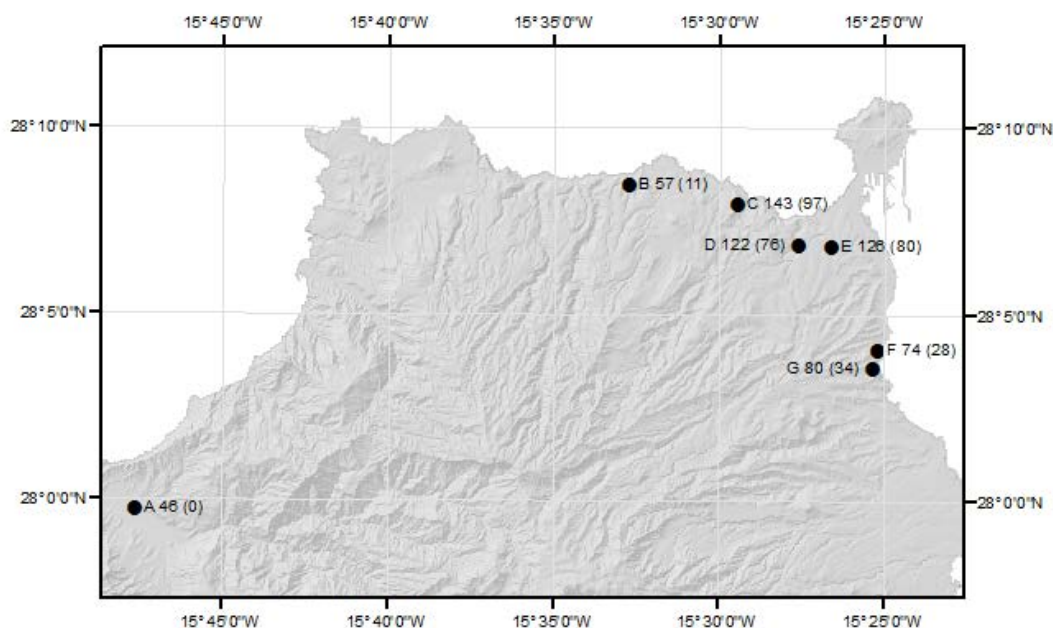


Figura 2.6: Localizaciones de los siete afloramientos que muestran la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe en el norte de Gran Canaria considerados en este estudio. Cada localización está acompañada por su altitud media respecto del nivel medio del mar actual y, entre paréntesis, su desnivel respecto de la localización A. Ambos valores vienen dados en metros.

La localización *D* ha sido georreferenciada por métodos topográficos y estudiada por Pérez-Torrado et al. (2002) quienes realizaron una reconstrucción paleogeográfica del afloramiento y caracterizaron una falla vertical estimando su salto en 17 m. Posteriormente se han realizado observaciones topográficas de los otros seis afloramientos utilizando el mismo sistema de referencia que Pérez-Torrado et al. (2002) con el fin de incluir sus datos en este estudio. Los trabajos topográficos consistieron en el establecimiento de una red de aproximación cuya planimetría fue observada por técnicas GPS (Global Positioning System) y cuya altimetría fue obtenida mediante nivelación trigonométrica, una densificación de la misma mediante poligonales observadas con estaciones totales y, finalmente, la radiación de los puntos que definen la posición espacial de los afloramientos de la transición de pillow-

lavas a lavas pahoehoe también con estaciones totales. La planimetría de la red de aproximación se apoyó en vértices geodésicos REGCAN95, antigua materialización en Canarias del sistema geodésico de referencia ITRS93, cuyo elipsoide de referencia es el WGS84 (World Geodetic System)<sup>1</sup>. La altimetría de la red de aproximación se apoyó en señales de la red de NP (Nivelación de Precisión) cuyo origen de altitudes es para Gran Canaria el NMM (nivel medio del mar) definido en el Puerto de La Luz y de Las Palmas.

Topónimo	Localización	Altitud (m)	Desnivel (m)	Distancia a la carga (km)	Latitud N (WGS84)	Longitud O (WGS84)	Datación (ma)	Denominación autores	Autores
Barranco de La Aldea	A	46	0	82	27°59'47"	15°47'38"	4,05 ± 0,08	RN-7	Guillou et al (2004a)
Barranco de Quintanilla	B	57	11	104	28°08'28"	15°32'42"	4,10 ± 0,08	RN-9	Guillou et al (2004a)
Tinoca	C	143	97	109	28°07'59"	15°29'25"	4,30 ± 0,09	RN-12	Pérez-Torrado et al. (2015)
Barranco de Tamaraceite	D	122	76	112	28°06'53"	15°27'33"	4,07 ± 0,08	RN-11	Pérez-Torrado et al. (2015)
Hospital Negrín	E	126	80	114	28°06'51"	15°26'35"	4,49 – 4,36 ± 0,09	P2	Lietz & Schmincke (1975)
Punta Baradero	F	74	28	117	28°04'03"	15°25'10"	3,96 ± 0,08	RN-10	Pérez-Torrado et al. (2015)
Salto del Negro	G	80	34	117	28°03'33"	15°25'19"	3,87 ± 0,15	P18	Lietz & Schmincke (1975)

Tabla 2.1: Altitudes medias de las siete localizaciones estudiadas, desnivel relativo respecto de la localización A, distancia a la carga, coordenadas UTM, dataciones obtenidas por diferentes autores y denominaciones utilizadas por los mismos.

El número de puntos tomados en cada localización es variable debido a su propia morfología; tanto la posición planimétrica como la altitud de cada una de ellas se han representado por el valor medio de los puntos tomados (Tabla 2.1). La potencia de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe varía entre 3 y 5 m por lo que los puntos fueron tomados en la parte central de la misma. Las altitudes medias se han obtenido con precisión de 1 m debido a la dispersión de los datos generada por (a) la carrera de marea que actualmente alcanza los 3 m en las Islas Canarias y (b) el oleaje (Pérez-Torrado et al., 2015). Dichas altitudes muestran una elevación media de la zona de transición sobre el nivel del mar actual de unos 90 m y una inclinación del 0,1 – 0,2% disminuyendo las altitudes de este a oeste, es decir, en la dirección en la que se encuentra la isla de Tenerife. La elevación media

<sup>1</sup> Tras la publicación del Real Decreto 1071/2007, el actual sistema de referencia geodésico para Canarias se denomina REGCAN95, tiene como elipsoide asociado el GRS80 (Geodetic Reference System 1980) y está materializado por los vértices REGENTE y sus densificaciones.

es acorde con las curvas de oscilaciones eustáticas a escala mundial que indican que el nivel del mar pudo haber alcanzado cotas de 80 – 100 m sobre el nivel del mar actual hace 5 – 4 *ma* (Haq et al., 1987; Pérez-Torrado et al., 1995). Por otro lado, si tenemos en cuenta la flexión de la litosfera generada por el material volcánico emitido por la isla de Tenerife en los últimos 4 *ma*, dicha flexión debe haber inclinado la isla de Gran Canaria un cierto ángulo, quedando la región de altura menor más cerca de la isla de Tenerife cuyo centro se encuentra a unos 80 km de la costa oeste de Gran Canaria y a unos 120 km de la costa este.

Se dispone de la datación mediante técnicas K-Ar (potasio-argón) de muestras tomadas en las 7 localizaciones (Tabla 2.1): las edades de las muestras correspondientes a las localizaciones *A* y *B* han sido publicadas por Guillou et al. (2004a); las correspondientes a las localizaciones *C*, *D* y *F* por Pérez-Torrado et al. (2015); y las correspondientes a las localizaciones *E* y *G* por Leitz & Schmincke (1975). Las muestras correspondientes a las localizaciones *C* y *E*, que presentan edades superiores a las demás, fueron tomadas de las propias pillow-lavas, mientras que las correspondientes a las localizaciones *A*, *B*, *D*, *F* y *G* fueron tomadas en las lavas subaéreas equivalentes. Pérez-Torrado et al. (2015) apuntan que existe una continuidad lateral entre las localizaciones *C* y *D* por lo que consideran que la edad estimada en la localización *C* ha sido sobreestimada quizás debida a la pérdida de K provocada por la interacción del agua marina y/o a un exceso de Ar relacionado con una desgasificación incompleta del magma. Los mismos autores contemplan también la posibilidad que la edad de la muestra *E* también haya sido sobreestimada por los mismos motivos.

En vista de la discusión anterior, se concluye que las edades de las muestras tomadas en los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe que muestra el nivel medio del mar antiguo en las costas NO-N-NE de Gran Canaria están en torno a los 4,1 – 4,0 *ma*. Sin embargo hay que tener en cuenta que existe la posibilidad de que no todas ellas correspondan al mismo episodio volcánico y que se hayan podido producir cambios en el nivel medio del mar debido a causas eustáticas.

### 2.3 Estimación del volumen de material emitido en la isla de Tenerife

La isla de Tenerife está situada al oeste de la isla de Gran Canaria y hasta hace 3,5 *ma* estaba formada por tres macizos independientes: Anaga al NE, Teno al NO y Roque del Conde

al S (Figura 2.7). Estos tres macizos se formaron en un periodo comprendido entre 11,6 *ma* y 3,3 *ma* y forman la llamada Serie Basáltica Antigua (Ablay & Martí, 2000; Guillou et al., 2004b). La posterior actividad volcánica en Tenerife estuvo concentrada en dos grandes edificios volcánicos: el Edificio de Las Cañadas en el centro de la isla y la Cordillera Dorsal o Rift NE que une el Edificio de Las Cañadas con el macizo de Anaga (Ancochea et al., 1990; Ancochea et al., 1999).

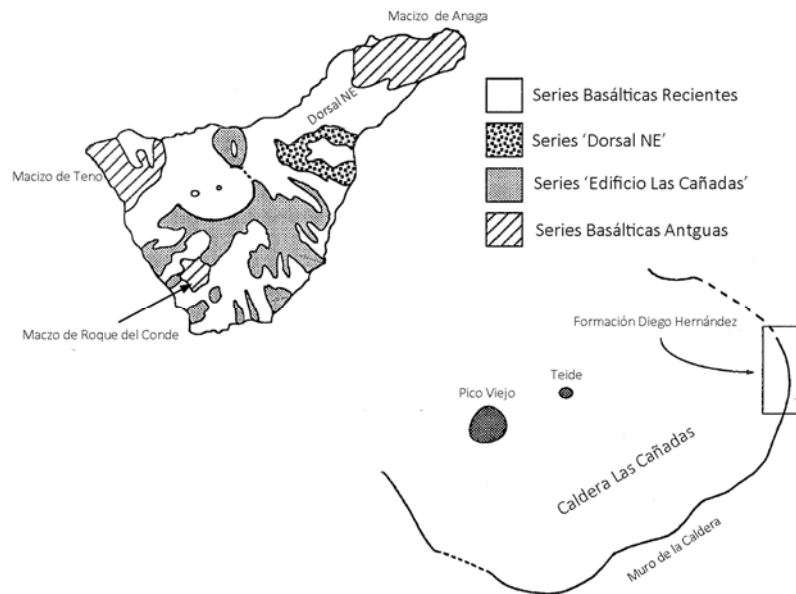


Figura 2.7: Esquema geológico de Tenerife. (Modificado de Mitjavila & Villa, 1993)

Ancochea et al. (1999) dividen la evolución del Edificio de Las Cañadas (EC) en cuatro fases: (1) EC-I con forma cónica de 17 *km* de radio y 3000 *m* de altura al que le corresponde un volumen de 908 *km*<sup>3</sup>; (2) EC-II también con forma cónica de 20 *km* de radio y entre 3200 *m* y 3400 *m* de altura dando un volumen comprendido entre 1340 *km*<sup>3</sup> y 1424 *km*<sup>3</sup>; (3) EC-III a la que pertenece la Formación Diego Hernández (Mitjavila & Villa, 1993); (4) Edificio Pico Viejo- Teide. Martí et al. (1994) y Ablay & Martí (2000) reconocen dos estadios en la formación del EC: un Estadio Inferior y un Estadio Superior al que pertenece la Formación Diego Hernández, la cual tiene un volumen comprendido entre un mínimo de 32 *km*<sup>3</sup> y un máximo de 210 *km*<sup>2</sup> (Edgar et al., 2007).

Ancochea et al. (1990) describen la Cordillera Dorsal o Rift NE como un paralelepípedo de 25 *km* por 18 *km* de base y 1,6 *km* de altura, del cual entre 1/4 y 1/3 corresponde a materiales de la Serie Basáltica Antigua, lo cual da un volumen entre 480 y 540 *km*<sup>3</sup>; Carracedo et al. (2009, 2011) estiman que el volumen emitido por el Rift NE en el último

millón de años es de  $415 \text{ km}^3$ ; el volumen del Edificio Pico Viejo-Teide puede estimarse en  $150 \text{ km}^3$  y el resto de material debido a las series recientes en  $100 \text{ km}^3$  (Ancochea et al., 1990).

Con los datos anteriores se estima un volumen mínimo de material emitido en la isla de Tenerife en los últimos 3,5 *ma* de  $2945 \text{ km}^3$  y un volumen máximo de  $3332 \text{ km}^3$ . En este trabajo se ha modelizado la carga emitida por Tenerife durante los últimos 3,5 *ma* mediante un cilindro de 25 *km* de radio y 1,6 *km* de altura al que le corresponde un volumen de  $3142 \text{ km}^3$ , prácticamente igual a la media ( $3139 \text{ km}^3$ ) de los valores mínimo y máximo estimados.

## 2.4 Densidad del material emitido por la Isla de Tenerife

En cuanto a la densidad del material en la isla de Tenerife, la información recopilada se muestra en la Tabla 2.2.

Referencia	$\rho \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$	Ámbito
Watts et al. (1997)	2270 – 2480 – 2730	Tenerife
Ablay & Kearey (2000)	2360 – 2900	Tenerife
Araña et al. (2000)	2400	Tenerife
Gottzman et al. (2008)	2220 – 2700	Tenerife
Camacho et al. (2011)	2220 – 2700	Tenerife
Fullea et al. (2015)	2670	Canarias

Tabla 2.2: Resumen de datos recopilados, en este trabajo, sobre estimaciones de densidades en Tenerife y Canarias.

Watts et al. (1997) elaboran un modelo de densidades de la isla a partir de velocidades de ondas sísmicas en el cual el centro de la isla tiene un núcleo de densidad  $2730 \text{ kg m}^{-3}$  recubierto de “carcasas” de materiales de menor densidad (Figura 2.8); el modelo elaborado por Ablay & Kearey (2000) a partir de datos gravimétricos muestra que la parte superior central de la isla (Figura 2.9) está formada por materiales de baja densidad ( $2360 \text{ kg m}^{-3}$ ) que rodean un núcleo de materiales de alta densidad ( $2900 \text{ kg m}^{-3}$ ); Araña et al. (2000) en su estudio sobre la estructura interna de Tenerife determinan un valor de densidad medio de  $2400 \text{ kg m}^{-3}$  para aplicar la reducciones a sus datos gravimétricos y obtener las correspondientes anomalías Bouguer; Gottzman et al. (2008) y Camacho et al. (2011) generan un modelo 3D de densidades de Tenerife a partir de datos gravimétrico cuyas regiones menos profundas se caracterizan por varias estructuras de baja densidad siendo la más importante la formada por la Caldera de Las Cañadas y la formación Pico Viejo-Teide (Figura 2.10).

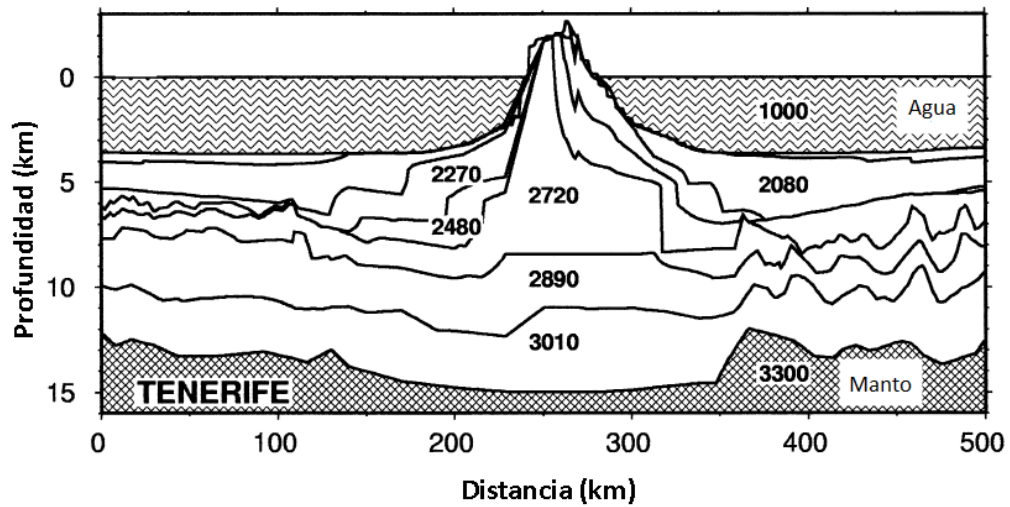


Figura 2.8: Modelo de densidades de la isla de Tenerife en  $kg\ m^{-3}$  a partir de velocidades sísmicas (Modificado de Minshull & Charvis, 2001, modificado a su vez de Watts et al., 1997)

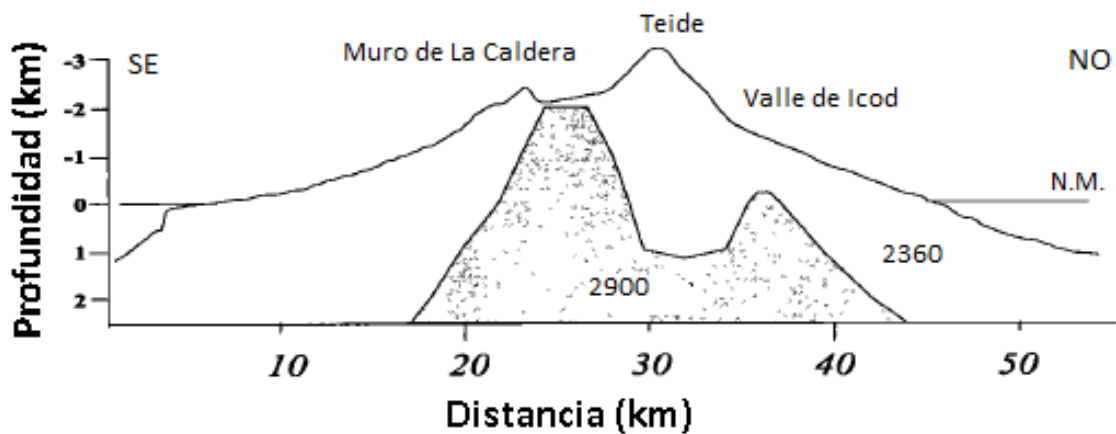


Figura 2.9: Modelo de densidades de la parte central de la isla de Tenerife en  $kg\ m^{-3}$  a partir de datos gravimétricos (Modificado de Ablay & Kearey, 2000)

Por otro lado, en el estudio sobre la estructura termo-química de la litosfera bajo las Islas Canarias realizado por Fullea et al (2015), el modelo de corteza considerado está formado por cinco capas, una de las cuales corresponde a la corteza superior/edificios volcánicos a la cual se le asigna una densidad media de  $\rho = 2670\ kg\ m^{-3}$ .

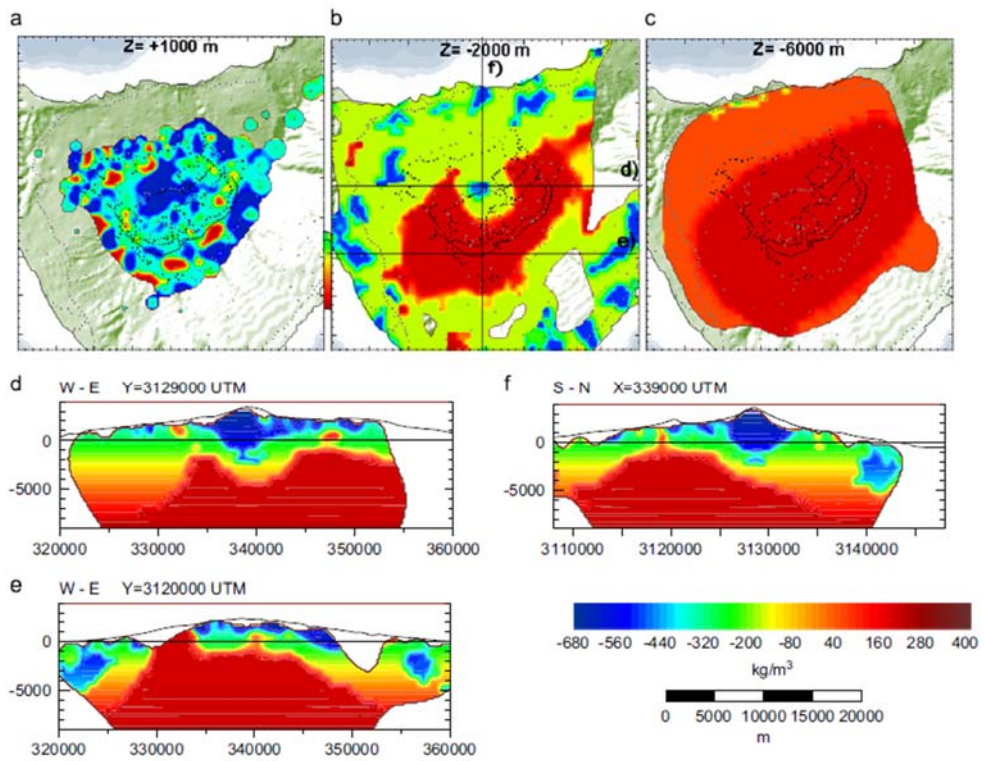


Figura 2.10: Modelo 3D de densidades de Tenerife obtenido a partir de datos gravimétricos. El valor medio de densidad utilizado como referencia es  $2900 \text{ kg m}^{-3}$  (Modificado de Gottsman et al., 2008 y Camacho et al., 2011).



## Capítulo 3: Consideraciones geofísicas

### 3.1. Litosfera y astenosfera

J. Barrell, en una serie de artículos publicados en 1914, denominó litosfera a la capa exterior resistente de la Tierra y astenosfera a la capa de denso fluido subyacente, siendo ésta la primera vez que se usaba el término astenosfera. Sin embargo, el término litosfera ya había sido usado por J.D. Dana en 1896 para denominar la tierra sólida en contraste con la hidrosfera y la atmósfera, y en 1907, I. D. Lukashevich lo usó para denominar la capa exterior rígida de la Tierra (Watts, 2001). A partir de las últimas décadas del siglo XX el término litosfera se empieza a usar para denominar la capa exterior de la Tierra que es capaz de deformarse para soportar las tensiones generadas por cargas geológicas. Actualmente, es habitual referirse a esta capa como litosfera elástica, en contraste a otras definiciones de la litosfera basadas en diferentes propiedades físicas.

Desde el punto de vista térmico, la litosfera térmica se define como la capa exterior de la Tierra en la que el flujo de calor es conductivo en contraposición a la capa subyacente en la que el flujo de calor se produce por convección, la astenosfera (Anderson, 1995; Fischer et al., 2010; Schmerr, 2012). Varios autores sitúan el límite entre ambas capas próximo a la isoterma 1280°C (por ejemplo, Anderson, 1995). A lo largo de los años, se han desarrollado varios modelos térmicos con el fin de determinar la profundidad del límite inferior de la litosfera térmica en los océanos (LAB, Lithosphere-Asthenosphere Boundary) y todos coinciden en que dicha profundidad es menor en las cercanías de las dorsales oceánicas y aumenta a medida que crece la lejanía a las mismas. Hamza & Vieira (2012) concluyen que el LAB se encuentra entre las isotermas de 1250°C y 1350°C.

En función de la velocidad de propagación de las ondas sísmicas, la litosfera sísmica se define como la zona de alta velocidad sísmica suprayacente sobre una zona de baja velocidad sísmica (LVZ, Low Velocity Zone) (Zhang & Lay, 1999; Kumar & Kawakatsu, 2011; Schmerr, 2012). Zhang & Lay (1999) concluyen que en las cercanías de las dorsales oceánicas, el espesor de la litosfera sísmica varía entre 10 y 45 *km*, mientras que para una litosfera de 100 *ma* (millones de años) su espesor puede variar entre 83 y 110 *km*. Schmerr (2012) denomina discontinuidad Gutenberg (G) al límite entre la zona de alta velocidad sísmica y la LVZ, para distinguirla claramente del LAB. Este autor, mediante sus observaciones sísmicas, realizadas en el Océano Pacífico, sitúa la discontinuidad G en una profundidad de entre 40 y 70 *km* y prácticamente coincidente con el LAB.

Según Fischer et al. (2010), el concepto de una litosfera resistente, desde un punto de vista mecánico, que se traslada como una capa relativamente coherente sobre una astenosfera menos resistente es fundamental para una comprensión moderna de movimientos de las placas tectónicas y la convección del manto. El espesor de la litosfera y los contrastes reológicos entre la litosfera y astenosfera se muestran mediante una variedad de parámetros geofísicos, incluyendo velocidades sísmicas y flujo de calor, y el espesor de una placa elástica cuyo comportamiento es el mismo que el de la litosfera frente a las tensiones generadas por cargas de superficie. Sin embargo, como indican los mismos autores, queda mucho por aprender acerca de las propiedades físicas y químicas que crean las diferencias reológicas entre la litosfera y la astenosfera.

Estructura Geoquímica	Estructura Geodinámica		
Corteza (Moho)	Litosfera Térmica (Conductividad)	Litosfera Sísmica (Alta velocidad)	Litosfera Elástica (Resistente)
Manto	(LAB) Astenosfera (Convección)	(G) Astenosfera (Baja Velocidad)	Astenosfera (Débil, no resistente)

Figura 3.1: Esquema de las diferentes clasificaciones de las capas exteriores de la Tierra.

Resumiendo y simplificando mucho el problema, se puede considerar que:

- a) El concepto de litosfera implica baja temperatura, alta viscosidad y resistencia a fluir (Anderson, 1995), mientras que el de astenosfera implica alta temperatura, baja viscosidad y poca resistencia a fluir.
- b) La clasificación de las capas más exteriores de la Tierra en litosfera y astenosfera se basa más en la estructura geodinámica que en la geoquímica como lo hace la clasificación en corteza y manto.
- c) En función de la propiedad física utilizada se habla de espesor elástico, térmico o sísmico de la litosfera (Figura 3.1).

### 3.2. Isostasia: modelos locales y regionales

El concepto de isostasia surge antes que las propias definiciones de litosfera y astenosfera y hace referencia al estado de equilibrio idealizado en el que se encuentran la corteza terrestre y el manto superior en ausencia de fuerzas perturbadoras. En su concepción más simplista, la isostasia considera que la corteza terrestre, más ligera, flota sobre el denso manto subyacente y que las perturbaciones provocadas por variaciones de la carga (aumento y disminución de capas de hielo, sedimentación y volcanismo) son generalmente reajustadas, mediante algún tipo de compensación, por las capas más exteriores de la Tierra (Watts, 2001). Los primeros modelos de compensación isostática fueron propuestos por Airy y Pratt a mediados del siglo XIX. La finalidad de estos modelos fue explicar por qué los valores de la desviación de la vertical (diferencia entre coordenadas geodésicas y astronómicas) obtenidos en observaciones realizadas en las cercanías de los Andes y el Himalaya eran mayores que los obtenidos en zonas más distantes. Ambos modelos dividen la corteza en columnas de material que flotan sobre un material más denso sin contemplar la transmisión de esfuerzos a las columnas adyacentes. Sin embargo, mientras que Airy asigna la misma densidad a todas las columnas de manera que las de mayor altura (mayor carga) se hundan en el material subyacente, Pratt considera que existe una superficie de compensación cuya profundidad es constante en todo el planeta lo que requiere que todas las columnas tengan la misma carga, es decir, las columnas de mayor altura deben tener menor densidad (Figura 3.2).

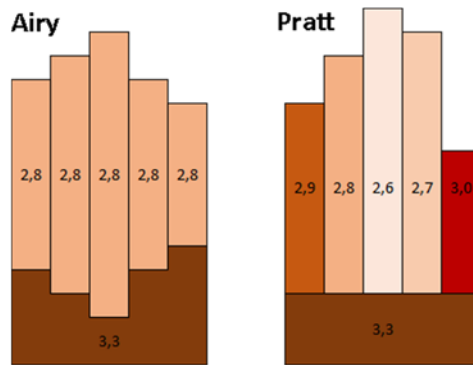


Figura 3.2: Esquemas de los modelos isostáticos de Airy y Pratt. Los números representan los valores de densidades ( $gr\ cm^{-3}$ ) de los distintos materiales

Los modelos de Airy y Pratt son modelos de compensación local pues cualquier rasgo geológico, independientemente de su tamaño, se compensa en cada punto mediante un aumento del espesor de la corteza de densidad constante, mediante una variación lateral de la densidad o mediante una combinación de ambos efectos. Ambos modelos tuvieron gran aceptación entre los geodestas pues les permitían ajustar sus observaciones. Sin embargo, los geólogos de principios del siglo XX, aunque estaban de acuerdo con el concepto de compensación isostática, no aceptaron estos modelos pues las evidencias geológicas requerían una corteza rígida. Durante las primeras décadas del siglo XX, Vening Meinesz defendió la idea de compensación regional que implica que la litosfera es capaz de soportar cargas flexionándose de la misma forma que lo hace una placa elástica delgada que descansa sobre un sustrato viscoso más denso. Desde mediados del siglo XX, se utilizan modelos de placa elástica delgada con diferentes espesores para simular la flexión litosférica y obtener valores teóricos de diferentes magnitudes que pueden ser observadas, principalmente anomalías de la gravedad y en menor medida curvaturas de la propia litosfera. Así, el espesor elástico asignado a la litosfera es el espesor de la placa que minimiza la suma de los cuadrados de los residuales entre los valores teóricos y lo observados y, por tanto, no es exactamente el espesor mecánico de la litosfera (Watts, 1978). A partir de las primeras estimaciones del espesor elástico ya se observó que los valores obtenidos están relacionados, de alguna manera, con la edad de la litosfera y, en consecuencia, con la temperatura. Aunque el espesor elástico puede coincidir con la profundidad de una isoterma concreta, ésta sólo marca el valor mínimo del espesor elástico pues puede ocurrir que los materiales tengan un comportamiento elástico a profundidades mayores (Bodine & Watts, 1979). En la década de los 70 del siglo XX, Walcott propuso el modelo de placa viscoelástica

en el que una placa inicialmente elástica sufre relajación al ser cargada, es decir, se vuelve más viscosa a medida que aumenta la edad de la carga y por tanto su espesor elástico disminuye (Watts, 2001). Uno de los problemas que presenta este modelo es que cuando el tiempo tiende a infinito se aproxima al modelo de Airy (Watts & Zhong, 2000), pero por otro lado este modelo, a diferencia del modelo elástico que presenta una instantánea, describe el comportamiento de la litosfera a lo largo del tiempo (Figura 3.3). Actualmente, el modelo más utilizado para modelar la flexión de la litosfera oceánica causado por cargas superficiales (islas o montes submarinos) es el modelo elástico pues transcurrido cierto tiempo tras la carga, la litosfera se comporta como una placa elástica delgada y, además, es más sencillo de modelizar (Zhong & Watts, 2013).

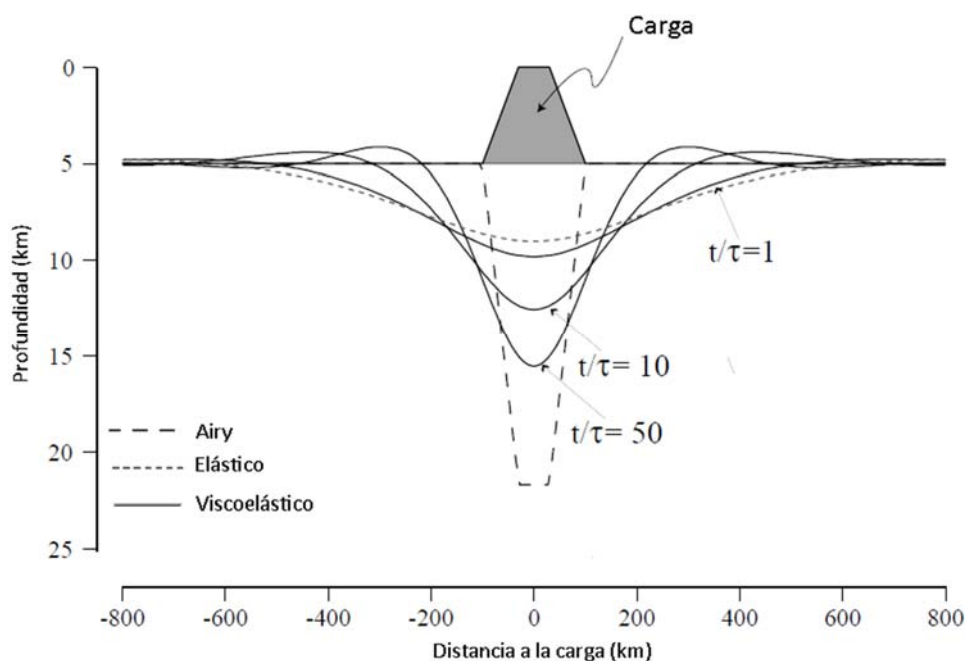


Figura 3.3: Flexión de una placa según los modelos elástico, viscoelástico y Airy.  $t/\tau$  es la relación entre la edad de la carga ( $t$ ) y el tiempo de relajación de la placa viscoelástica ( $\tau$ ) (Modificado de Watts & Zong, 2000).

### 3.3. Parámetros reológicos de la litosfera oceánica

Comprender cómo responde la litosfera oceánica frente a cargas durante intervalos de tiempo de escala geológica, ayuda a determinar sus propiedades reológicas. Se sabe, desde los primeros estudios de compensación regional, que la litosfera es lo suficientemente resistente como para soportar tensiones de al menos 1 kbar durante periodos de tiempo geológicos (Watts et al., 1980a; Bodine et al., 1981).

Basándose en esta premisa, los estudios realizados en las últimas décadas del siglo XX han modelado la respuesta de la litosfera a cargas superficiales considerándola como una placa elástica delgada que descansa sobre un material viscoso más denso. Watts & Cochran (1974) obtienen un buen ajuste de sus observaciones de anomalías de gravedad en la cadena montañosa Hawaii-Emperor utilizando el modelo de placa elástica delgada. Posteriormente, basándose en resultados aportados por estudios de mecánica experimental de rocas, se realizaron estudios considerando también un modelo viscoelástico: Watts (1978) analiza por separado la flexión generada por la cadena de Hawaii y la generada por los montes submarinos Emperor en base a datos de anomalías de gravedad y concluye que el modelo elástico se amolda mejor que el viscoelástico pues este último, para ajustarse los datos, requiere tiempos de relajación muy dispares para cada una de las zonas; Tourcotte et al (1978), Bodine & Watts (1979) sugieren que la deformación generada en zonas de subducción y fosas oceánicas, en las que se pueden despreciar las fuerzas horizontales, se ajusta mejor a un modelo elástico-perfectamente plástico.

En los primeros trabajos, el parámetro más utilizado para describir el comportamiento elástico de la litosfera es la rigidez elástica,  $D$ , (Watts & Cochran, 1974; Lambeck, 1981a) pero posteriormente comienza a usarse el espesor elástico  $T_e$  (Watts et al., 1980a; Bodine et al., 1981). Ambos son indicadores de la resistencia de la litosfera a la deformación y, puesto que la rigidez elástica es proporcional al cubo del espesor elástico, es indiferente usar uno u otro.

Watts et al. (1980a) y Bodine et al. (1981) analizan los resultados de trabajos anteriores con el fin de obtener unas características generales que definan la reología de la litosfera oceánica. Las conclusiones obtenidas en el primer trabajo son: el espesor elástico de la litosfera oceánica es de 2 a 3 veces menor que el espesor sísmico o espesor térmico de las placas tectónicas, y el espesor elástico tiene una fuerte dependencia de la temperatura y, por tanto, de la edad de la litosfera. El segundo trabajo concreta dichas conclusiones:

- a) Tras la aparición de una carga superficial, isla o monte submarino, la litosfera oceánica sufre una rápida relajación disminuyendo su espesor elástico durante el primer millón de años.

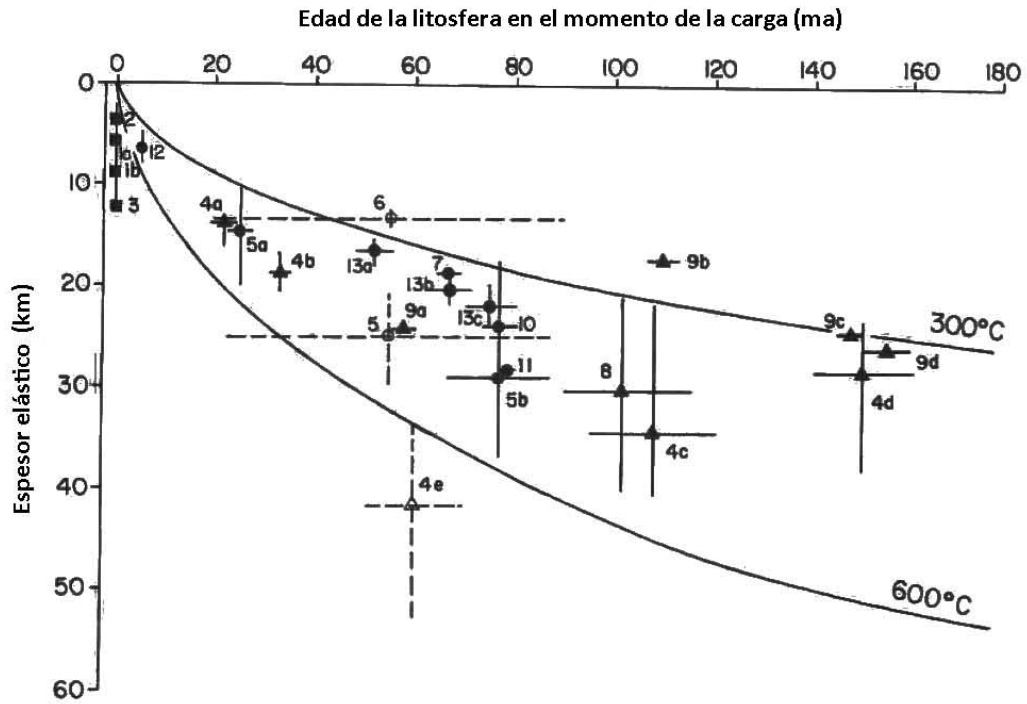


Figura 3.4: Espesor elástico de la litosfera oceánica en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga. Los cuadrados corresponden a localizaciones en dorsales oceánicas, los círculos a montes submarinos o islas y los triángulos a fosas oceánicas. (Modificado de Watts et al., 1980a). Las ubicaciones de cada uno de los resultados mostrados en esta figura pueden verse en la *Tabla 3.1*. Para algunas ubicaciones, existen diferentes resultados obtenidos en diferentes trabajos.

Etiqueta	Ubicación
1	Dorsal del Pacífico Oriental
2	Dorsal de Juan de Fuca
3	Dorsal Mesoatlántica
4a	Fosa de Nankai
4b	Fosa Mesoamericana
4c, 8 y 9b	Fosa de las Kuriles
4d y 9d	Fosa de las Marianas
4e y 9a	Fosa de las Aleutianas
5	Cadena montañosa Hawaii-Emperor
5a	Montes submarinos Emperor al norte de 40° N
5b, 10 y 11	Cadena de montañosa Hawaii-Emperor al sur de 40° N
6	Islas Cook, Tuamotu y Pitcairn
7	Monte submarino Great Meteor
9c	Fosa de Bonin
12	Montes submarinos de la dorsal de Walvis
13a	Islas Marquesas
13b	Islas Sociedad
13c	Islas Crozet

Tabla 3.1: Ubicaciones que aparecen en la Figura 3.4.

- b) La litosfera oceánica responde a cargas superficiales de larga duración ( $> 1 \text{ ma}$ ) como una placa elástica delgada descansando sobre una débil astenosfera.
- c) El valor de  $T_e$  depende fuertemente de la edad de la litosfera en el momento de la carga, pero débilmente de la forma de la carga y de su antigüedad.
- d) Existe la siguiente relación empírica entre el valor del espesor elástico,  $T_e$ , expresado en  $km$  y la edad de la litosfera oceánica en el momento de la carga,  $t_c$ , expresada en  $ma$ :  $T_e = c\sqrt{t_c}$  siendo  $c$  una constante de unidades  $km \text{ ma}^{-1/2}$  y cuyo valor, para cargas en el interior de la placa, es de  $3,3\pm 0,5$  si se considera una reología húmeda (presencia de agua en los poros de las rocas), y de  $4,3\pm 0,5$  si se considera una reología seca. Si la carga se produce en fosas oceánicas en ausencia de cargas horizontales, el valor de  $c$  es  $3,6\pm 0,5$  si se considera una reología húmeda, y  $4,6\pm 0,6$  si se considera una reología seca.
- e) La relación anterior no está clara en fosas oceánicas con cargas horizontales

En ambos trabajos se sugiere que el espesor elástico de la litosfera oceánica se encuentra entre las isothermas correspondientes a  $300^\circ\text{C}$  y  $600^\circ\text{C}$  según el modelo de enfriamiento de placas (Figura 3.4). Lambeck et al. (1984), a diferencia de los defensores del modelo de placa elástica delgada, consideran que existe un gradiente de viscosidad gradual entre la parte superior de la litosfera, más elástica y frágil, y la parte inferior, más dúctil.

Otro parámetro a tener en cuenta en los estudios de flexión es la densidad, tanto la asignada a la carga como la asignada al material de relleno acumulado en la depresión generada por la propia flexión. Watts & Ribe (1984) analizan el modelo de placa elástica delgada considerando: a) la densidad del material de relleno igual a la densidad de la carga; b) la densidad del material de relleno inferior a la de la carga; c) el espesor elástico variable, siendo menor bajo la carga y aumentando en las zonas periféricas; y d) la placa fracturada bajo la carga, lo que no permite la transmisión de tensiones (Figura 3.5). Concluyen que el modelo de placa elástica delgada se amolda bien a los datos de anomalías de ondulaciones del geoide en la zona del Pacífico, pero las diferencias que obtienen al determinarlas a partir de los diferentes modelos propuestos son inferiores a las precisiones con que obtienen los datos, por lo que no pueden decantarse por ninguno de ellos. Sin embargo, Wessel (1993) utiliza el modelo de placa elástica delgada con espesor variable, menor bajo la carga y mayor



en sus alrededores, para ajustar la curvatura de la flexión estimadas a partir de la profundidad, determinadas a partir de observaciones sísmicas, del límite superior de la corteza terrestre en la zona de las islas Hawaii.

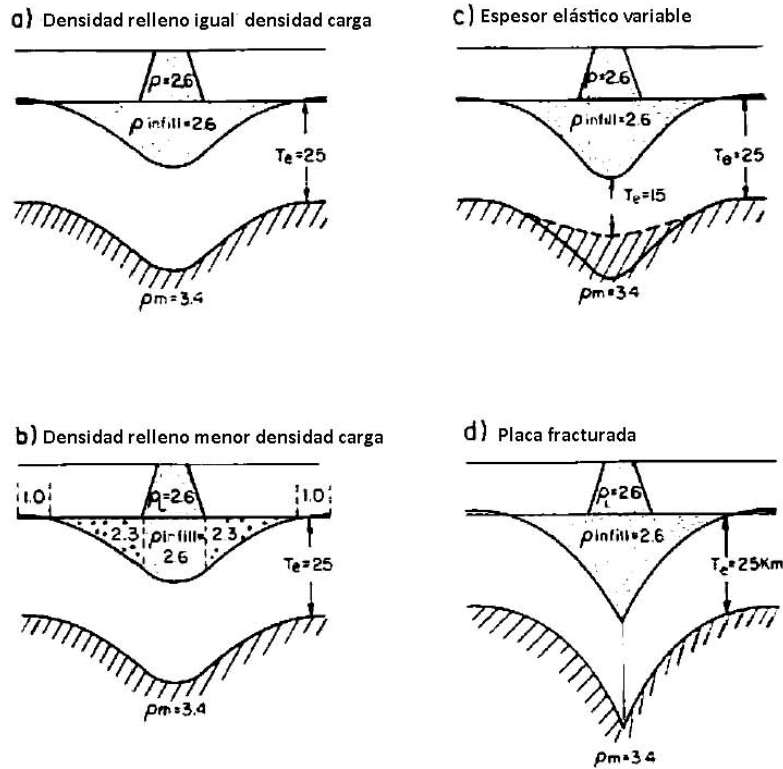


Figura 3.5: Modelos simples de flexión de la litosfera generada por la carga de montes submarinos. a) Densidad del material de relleno igual a la densidad de la carga. b) Densidad del material de relleno inferior a la densidad de la carga. c) Espesor elástico variable, siendo menor bajo la carga y mayor en las zonas periféricas. d) Placa fracturada bajo la carga.  $T_e$  es el espesor elástico en km, y  $\rho_L$ ,  $\rho_{infill}$ ,  $\rho_m$  son las densidades de la carga, del material de relleno y del manto, respectivamente en  $g\ cm^{-3}$  (Modificado de Watts & Ribe, 1984).

En los trabajos realizados durante los primeros años del siglo XXI, se sigue analizando la validez de los diferentes modelos y los contextos en que deben ser aplicados. Watts & Zhong (2000), a partir de una nueva recopilación de resultados, concluyen que la litosfera oceánica sufre una rápida relajación inicial durante los primeros 1 – 2 *ma* tras la carga seguida de un periodo de unos 100 *ma* de desaceleración, y que, si bien, los modelos de placa elástica delgada y viscoelástica son adecuados para parametrizar observaciones de flexión, no lo son para describir conjuntamente la respuesta de la litosfera a cargas de corta y larga duración; además el problema que plantea el modelo viscoelástico es que, para escalas de tiempo muy grandes, la respuesta de la litosfera frente a cargas se aproxima al modelo de Airy. Por ello, proponen un modelo viscoelástico multicapa basado en resultados de mecánica de rocas experimental. Al comparar este modelo con los modelos elástico y

viscoelástico comprueban que estos últimos son casos límite del primero, y atribuyen el éxito generalizado del modelo elástico al hecho de que la parte superior de la litosfera tiene una viscosidad suficientemente alta para comportarse como una placa elástica a grandes escalas de tiempo.

En cuanto a la asignación de densidades, Minshull & Charvis (2001) concluyen que, en la mayoría de los estudios de flexión generada por islas volcánicas basados en datos gravimétricos, la densidad de la carga está sobreestimada lo que da lugar a una infravaloración del espesor elástico de la placa.

Watts et al. (2006), a partir de la estimación del espesor elástico en 291 montes submarinos de origen volcánico repartidos en los océanos Pacífico, Atlántico e Índico, en los cuales se conoce la edad de la litosfera en el momento de la carga, sugieren que no existe una relación simple entre el espesor elástico y la edad de la litosfera en el momento de la carga; consideran que dicha relación es solo una aproximación de primer orden. Kalnins & Watts (2009) usan una técnica de ventana móvil para determinar la variación espacial del espesor elástico en la región del Pacífico Occidental a partir de anomalías de la gravedad. Kim & Wessel (2010) sugieren que en aquellos casos en que el espesor elástico obtenido mediante una carga de densidad uniforme difiere en exceso del valor que le corresponde en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga, la flexión puede modelarse considerando un núcleo denso en el interior de la carga; esto requiere determinar cuidadosamente la distribución de densidades en la carga. Contreras-Reyes & Osses (2010) utilizan un modelo elástico considerando el espesor elástico variable para ajustar observaciones en zonas de subducción donde la pendiente de la deformación no puede ser modelada mediante un modelo elástico con espesor constante y coinciden con Bodine et al. (1981) en que es difícil relacionar el valor del espesor elástico con la edad de litosfera en el momento de la carga en zonas de subducción. Watts et al. (2013) concluyen que la rápida relajación inicial que sufre la litosfera seguida de un largo periodo de desaceleración es explicable si, tras la carga, la tensión migra desde la parte inferior de la litosfera, más caliente y menos viscosa, hacia la parte superior que es más fría y más viscosa, por lo que el comportamiento es esencialmente elástico a grandes escalas de tiempo. Esta conclusión es acorde al hecho de que el espesor elástico de la litosfera oceánica es de 2 a 3 veces menor

que el espesor sísmico de la litosfera, lo que sugiere que la litosfera tiene un comportamiento más resistente a corto plazo y más débil a largo plazo. Estos autores coinciden con Watts & Zong (2000) en que un modelo viscoelástico multicapa podría explicar el comportamiento de la litosfera oceánica tanto para escalas de tiempo sísmicas como geológicas pues el comportamiento del modelo viscoelástico multicapa es esencialmente elástico a grandes escalas de tiempo. Craig & Copley (2014) buscan una explicación para la independencia del valor del espesor elástico respecto de la edad de la placa en fosas oceánicas usando un modelo de placas elásticas. Su conclusión es que los modelos de placa elástica o elástico-plástica no son capaces de aislar la resistencia de la placa subducida del conjunto.

Finalmente, comentar que algunos de los trabajos mencionados (Bodine et al., 1981; Watts & Zhong, 2000; Zhong & Watts, 2013) acotan la resistencia de la litosfera basándose en resultados de estudios de mecánica experimental de rocas. Estos estudios se basan prácticamente en el análisis del comportamiento reológico de rocas ricas en olivina por tratarse del mineral más abundante en el manto superior (Brace & Kohlstedt, 1980). Sin embargo, Ohuchi et al. (2011) concluyen que el ortopiroxeno que se encuentra en gran medida junto al olivino en la litosfera es, en ciertas condiciones de orientación y conectividad, más débil que el olivino bajo condiciones de temperatura y presión propias de la litosfera, lo que puede reducir su resistencia. Estos autores, consideran que los estudios basados en el olivino pueden sobreestimar la resistencia de la litosfera.

### 3.4. Flexión de la litosfera debida a la carga de islas

El estudio de la flexión de la litosfera oceánica producida por islas o montes submarinos intraplaca tiene un gran potencial para analizar la dependencia de la flexión respecto de la edad de la carga y de la edad de la litosfera, así como para estudiar algunas de sus propiedades reológicas. Este potencial se debe a la gran cantidad de islas o montes submarinos existentes, a su diversidad en cuanto a edades y posición geográfica, y a su lejanía de los bordes de placa (Watts & Cochran, 1974; Lambeck, 1981b). Actualmente, se han detectado 24643 posibles montes submarinos, localizados lejos de los márgenes continentales, de los cuales 8458 tienen una altura superior a 1 *km* (Kim & Wessel, 2011) (Figura 3.6).

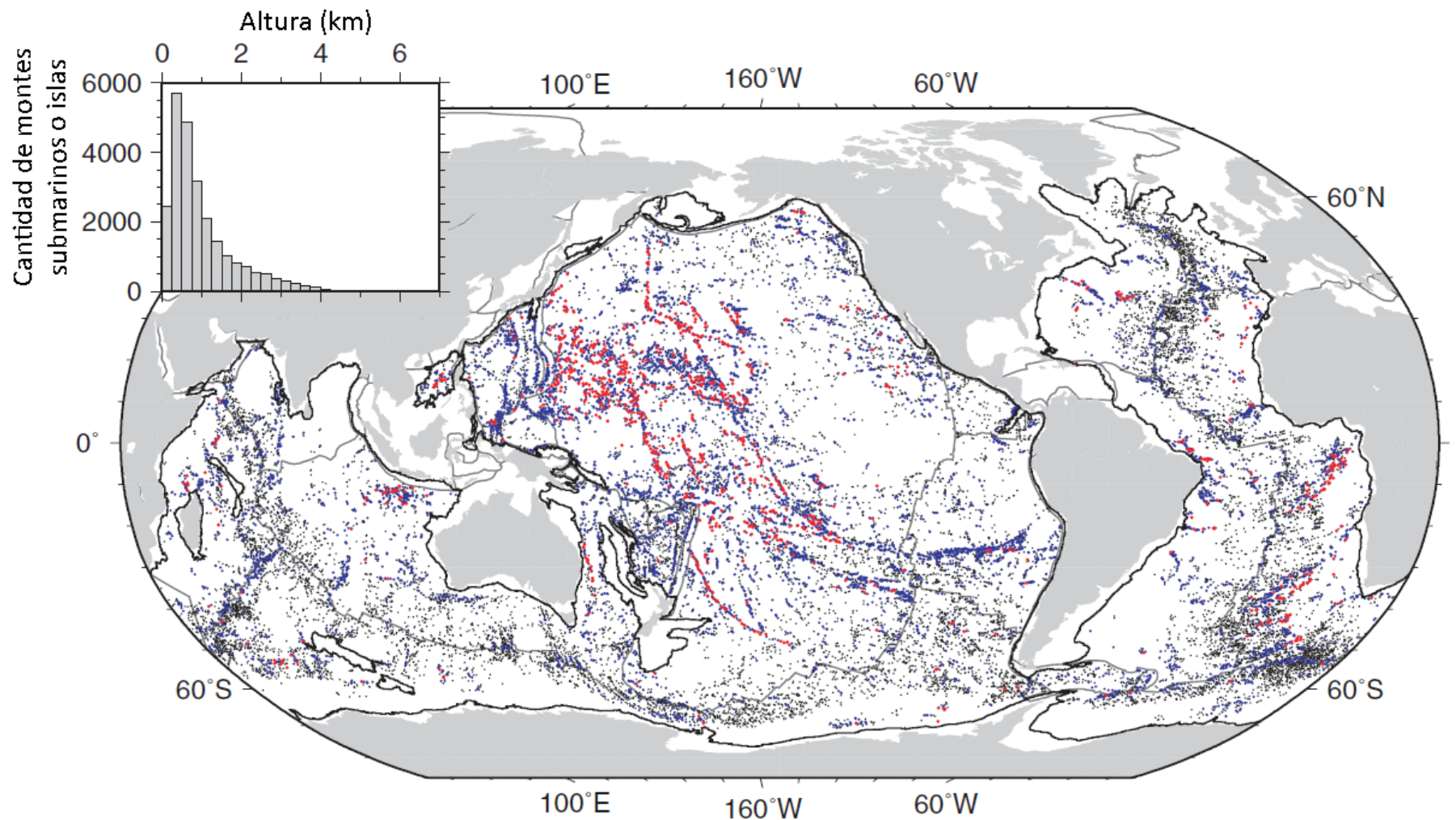


Figura 3.6. Distribución global de los 24643 posibles montes submarinos detectados por Kim & Wessel (2011). Los puntos negros corresponden a posibles montes submarinos de altura comprendida entre 0,1 y 1 km; los azules, entre 1 y 3 km; y los rojos con altura superior a los 3 km. Los bordes de placa se muestran con línea gris, mientras que las líneas negras, que marcan las zonas de exclusión del estudio, corresponden a las isóbatas de 2000 m de profundidad. También se muestra un histograma que muestra la distribución de los montes submarinos por alturas (Modificado de Kim & Wessel, 2011).

El enfoque habitual para determinar la flexión de la litosfera causada por cargas superficiales consiste en calcular la flexión de una viga (modelo 2D) o de una placa (modelo 3D) elástica delgada con diferentes valores de espesor elástico,  $T_e$ , y determinar cuál de los valores utilizados produce la curva de flexión que mejor se ajusta a las evidencias geológicas o geofísicas de la deformación existente, es decir, cuál de los valores de  $T_e$  minimiza la suma de los cuadrados de los residuales obtenidos al comparar los valores calculados con los observados (Watts & Cochran, 1974; Watts et al., 2006).

En la mayoría de los casos, las estimaciones para obtener  $T_e$  se basan en comparar datos de anomalías de gravedad y de ondulación del geoide (Watts & Cochran, 1974; Watts, 1979; Luis & Neves, 2006) con modelizaciones de los mismos a partir de datos batimétricos. En algunos casos, las evidencias vienen dadas por la propia curvatura de los límites superior o inferior de la corteza, la profundidad del Moho o una combinación de ellas, determinadas a partir de observaciones de reflexión sísmica (Watts & ten Brink, 1989; Wessel, 1993) y, en menor medida, por rasgos geomorfológicos que denotan movimientos verticales asociados a efectos isostáticos (Detrick & Crough, 1978; Lambecck, 1981a,b). Recientemente, Minshull et al (2010) han utilizado la profundidad y datación de muestras extraídas de perforaciones que corresponden a la transición de lavas subaéreas a lavas submarinas para estudiar la subsidencia de una isla joven. Asimismo, Watts et al. (2015) utilizan cartas batimétricas históricas del fondo marino en torno a islas de volcanismo reciente para analizar la subsidencia del mismo.

La cuenca oceánica en la que más estudios de flexión se han realizado es la del Pacífico. Watts & Cochran (1974) determinan la rigidez elástica de la litosfera a lo largo de la cadena montañosa Hawaii-Emperor (Pacífico Central), a partir de una serie de perfiles gravimétricos, considerando un modelo elástico 2D, obteniendo un valor medio de  $D = 5 \cdot 10^{22} Nm$ . Estos autores asignan al manto una densidad de  $3400 kg m^{-3}$  y consideran un mismo valor de densidad para la carga que para el material de relleno de  $2800 kg m^{-3}$ . Sin embargo, apuntan que esta última consideración no es del todo correcta puesto que sobreestiman la densidad del material de relleno, lo que debería modificar de alguna manera la forma de la flexión. Usando los mismos datos y valores de densidad, pero dividiendo la cadena montañosa Hawaii-Emperor en dos zonas, se obtiene un valor de  $T_e$

entre 17 y 37 *km* para la cadena de Hawaii y de entre 10 y 36 *km* para la cadena Emperor (Watts, 1978).

A diferencia de los trabajos anteriores, Watts (1979) utiliza anomalías de ondulación de geoide, deducidas a partir de datos de altimetría obtenidos vía satélite, para modelar la flexión de la cadena Hawaii-Emperor mediante un modelo elástico 2D estimando un valor de  $T_e$  entre 25 y 37,5 *km*. Utilizando el mismo modelo pero combinando anomalías de gravedad y ondulación del geoide, Watts et al. (1985) obtienen  $T_e = 25$  *km* en la zona de las islas Oahu y Molokai (Islas Hawaii, Pacífico Central). En este último trabajo se utilizan observaciones de refracción sísmica para asignar valores de densidad: 2600  $kg\ m^{-3}$  para la carga, 2300  $kg\ m^{-3}$  para el material de relleno y 3300  $kg\ m^{-3}$  para el manto. El resultado obtenido es coherente con el determinado en un trabajo anterior en el que, usando parte de los datos de Watts & Cochran 1974 y un modelo 2D, se estima un valor de  $T_e$  para la isla de Oahu de 30 *km* (Watts et al., 1980a).

Watts & ten Brick (1989), mediante datos de reflexión sísmica que muestran la curvatura de los límite superior e inferior de la corteza y del Moho, obtienen un valor de  $T_e = 40$  *km* bajo las islas de Oahu y Molokai considerando un modelo elástico 2D y asignando densidades de 2800, 2300 y 3330  $kg\ m^{-3}$  a la carga, al material de relleno y al manto, respectivamente. El valor de  $T_e$  obtenido es mayor que el estimado por Watts et al (1985) a partir de datos gravimétricos y que el esperado en función de la edad de la litosfera. En el mismo trabajo, considerando cargas enterradas en la litosfera además de las cargas superficiales, los autores obtienen con  $T_e = 25$  *km* una curva de flexión acorde a sus datos. Wessel (1993), a partir de datos sísmicos, detecta que la curvatura de la flexión generada en la zona de las islas Oahu y Molokai es mayor que la que proporcionan los modelos hasta el momento aplicados en la zona. Para explicar esta curvatura aplica un modelo elástico 2D con  $T_e$  variable, considerando un valor de 25 *km* bajo la carga y de 35 *km* en sus alrededores. Al aplicar un modelo elástico 3D obtiene valores de 33 *km* bajo la carga y 44 *km* en sus alrededores. Finalmente, la estimación de  $T_e$  obtenida en un trabajo reciente realizado en la zona de las islas Hawaii usando también datos sísmicos, pero aplicando un modelo viscoelástico 3D no lineal, es de 30 *km* (Zhong & Watts, 2013). Las densidades utilizadas en este trabajo para la carga y el manto son, respectivamente, 2800  $kg\ m^{-3}$  y 3300  $kg\ m^{-3}$ .

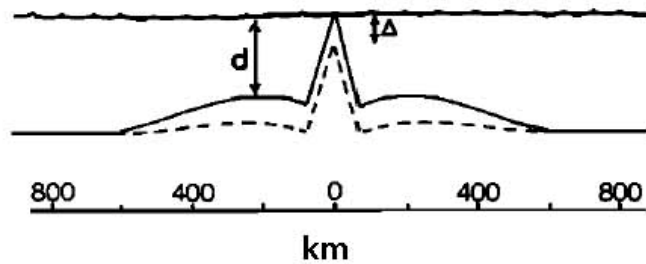


Figura 3.7: Boceto dibujado a escala que muestra cómo la subsidencia puede explicar el grosor de la capa de arrecife de coral,  $\Delta$ . (Modificado de Dietrick & Crough, 1978)

Paralelamente a los trabajos realizados en el entorno de Hawaii-Emperor, se han realizado estudios de flexión de la litosfera oceánica otras zonas del Pacífico. Dietrick & Crough (1978), en uno de los pocos trabajos en los que se utilizan observaciones de movimientos verticales asociados con la flexión, estiman que la subsidencia sufrida por el atolón Eniwetok (Islas Marshall, Pacífico Occidental) es de 1405 m en base al espesor de la capa de coral existente. Aplican directamente el modelo elástico 2D para determinar si la flexión producida por la carga de la capa de coral (Figura 3.7) puede explicar la subsidencia existente. En el modelo, consideran la rigidez elástica determinada por Watts & Cochran (1974)  $D = 5 \cdot 10^{22} Nm$  y una densidad del material de relleno de  $2000 kg m^{-3}$  y obtienen un valor máximo de flexión bajo la carga de  $0,1 km$ , el cual consideran insuficiente para explicar la subsidencia existente.

Otros trabajos basados en evidencias de movimientos verticales son los de Lambeck (1981a y b). Lambeck (1981a) considera que el archipiélago de atolones Tuamotu, situado al sur del complejo volcánico de Tahití (Islas de la Sociedad, Pacífico Sur), se encuentra justo en el lóbulo producido por la flexión generada por dicho complejo. Utilizando un modelo elástico 3D de flexión para ajustar directamente la distancia existente ente el complejo volcánico y los atolones, y los movimientos verticales sufridos por los atolones definidos por las capas de makatea (coral fosilizado), obtiene un valor de rigidez elástica  $D = 3 \cdot 10^{22} Nm$ . En este trabajo se ha considerado que la depresión generada por la flexión está parcialmente rellena con un material de densidad  $2500 kg m^{-3}$ , mientras que a la carga se le asigna una densidad de  $2700 kg m^{-3}$  y al manto de  $3350 kg m^{-3}$ . La misma metodología se usa para determinar la flexión generada por la isla de Rarotonga (Islas Cook, Pacífico Sur) obteniendo  $T_e = 13 km$  (Lambeck, 1981b). En ambos trabajos, los modelos han sido corroborados mediante datos de ondulación del geode.

Smith et al. (1989) analizan la flexión generada por dos montes submarinos, el guyot Helmer y otro, que no tiene nombre, al que los autores denominan monte Himu, ambos situados al norte de la cadena de montes submarinos Megallan (Pacífico Occidental), a partir de anomalías de la gravedad obteniendo  $T_e = 10$  y  $T_e = 15$  km, respectivamente, considerando un modelo elástico 2D y asignando la misma densidad a la carga que al material de relleno. La densidad asignada al monte submarino Sin Nombre es  $2600 \text{ kg m}^{-3}$  mientras que la asignada al guyot Helmer es  $2800 \text{ kg m}^{-3}$ . La densidad del manto considerada para ambos casos es de  $3330 \text{ kg m}^{-3}$ . Modelando anomalías de la gravedad a partir de un modelo elástico 3D y comparándolas con datos obtenidos mediante perfiles, Filmer et al (1993) estiman  $T_e = 18$  km y  $T_e = 23$  km para las Islas Marquesas y las Islas de la Sociedad (Pacífico Sur), respectivamente. En ambos casos, el mejor ajuste de cada perfil se ha obtenido con diferentes valores de densidad para el material de relleno, variando este valor entre  $2500 \text{ kg m}^{-3}$  y  $2700 \text{ kg m}^{-3}$ . En un trabajo en el que se analiza la importancia de la asignación de densidad a la carga generada por islas volcánicas Minshull & Charvis (2001) considera que una densidad de  $2800 \text{ kg m}^{-3}$  es excesiva para este tipo de cargas. Asignando una densidad de  $2550 \text{ kg m}^{-3}$  a la carga generada por las islas Marquesas y utilizando un modelo elástico 3D, obtienen  $T_e = 19$  km para ajustar anomalías de gravedad, resultado acorde al obtenido por Filmer et al. (1993).

Goodwillie & Watts (1993) determinan  $T_e$ , usando un modelo elástico 2D, en 10 islas (Haití, Huahine, Raiatea, Maupiti María, Aitutaki, Rarotonga, Pitcairn, Gambier y Macdonald) pertenecientes a diferentes archipiélagos de la zona sur del Pacífico Central, con el fin de confirmar si es cierto que en esa zona existe una extensión de la litosfera con un espesor elástico anormalmente bajo debido a la existencia de un súper abombamiento de origen térmico. Los resultados (Tabla 3.2) muestran que 6 de las islas muestran valores de  $T_e$  anormalmente bajos, pero para Haití y Gambier, y posiblemente para Aitutaki y Rarotonga, se obtienen resultados acordes a los esperados en función del modelo de enfriamiento de placas. Una novedad introducida en este trabajo es que, a diferencia de los estudios basados en anomalías de la gravedad o de ondulación del geoide en los que se modelan las mismas a partir de datos batimétricos, en este caso se modela la batimetría a partir de datos de ondulación del geoide. Utilizando un modelo elástico 3D para ajustar observaciones sísmicas en las islas de Huahine y Raiatea (islas Sociedad) y considerando una densidad a la carga de



$2700 \text{ kg m}^{-3}$ , Grevenmeyer et al. (2001) obtienen  $T_e = 25 \text{ km}$  y una densidad para el material de relleno de  $2350 \text{ kg m}^{-3}$ . El valor de  $T_e$  obtenido es mayor que el obtenido por Goodwillie & Watts (1993).

Kruse et al. (1997) usan un modelo de flexión elástico 2D para ajustar perfiles de datos de anomalía de gravedad a lo largo de la cadena de montes submarinos Easter que atraviesa la placa de Nazca de este a oeste (Pacífico Oriental). El valor de  $T_e$  obtenido en la parte central de la cadena varía entre 1 y 4  $\text{km}$ , mientras que en el borde este alcanza 11  $\text{km}$  y en el borde oeste 6  $\text{km}$ .

Kim & Wessel (2010) estiman, a partir de datos de anomalías de la gravedad, un valor de  $T_e = 26 \text{ km}$  para el espesor elástico en la isla Howland, situada en la zona norte de la cadena montañosa de Tokelau (Pacífico Central), que se aproxima al que le corresponde en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga. Se ha considerado que la carga tiene una densidad de  $2500 \text{ kg m}^{-3}$  con un núcleo denso cuya densidad asciende a  $2900 \text{ kg m}^{-3}$  y aplicado un modelo 3D. La densidad asignada al material de relleno es de  $2300 \text{ kg m}^{-3}$  y la asignada al manto de  $3300 \text{ kg m}^{-3}$ .

En la cuenca oceánica del Atlántico, Watts et al. (1975) utilizan los mismos valores de densidad que los utilizados por Watts & Cochran (1974) en su trabajo en el Pacífico Central para generar un modelo elástico 3D que ajuste anomalías de gravedad en el entorno del monte submarino Great Meteor (Atlántico Norte) obteniendo una flexión máxima bajo la carga de 2,6  $\text{km}$  y una rigidez elástica de  $D = 6 \cdot 10^{22} \text{ Nm}$ . También a partir de datos de anomalía de la gravedad y con los mismos valores de densidad, pero utilizando un modelo 2D, Verhoef & Collette (1987) estiman  $T_e$  bajo varios montes submarinos del complejo Atlantis-Meteor (Atlántico Norte) obteniendo valores que van aumentando de noroeste a sureste. El espesor elástico que obtienen para el Great Meteor es de 18  $\text{km}$ , que se corresponde con la rigidez elástica determinada por Watts et al. (1975). Ramillien & Mazzega (1999) utilizando un modelo elástico 2D para ajustar datos de ondulación del geoide en la zona del monte submarino Great Meteor vuelven a obtener  $T_e = 18 \text{ km}$ , pero con una densidad de la carga de  $2740 \text{ kg m}^{-3}$  en vez de  $2800 \text{ kg m}^{-3}$ .

Minshull & Bozena (1997), a partir de datos de anomalías de la gravedad tomados desde barco y vía satélite (Figura 3.8), determinan  $T_e = 3 \text{ km}$  en la isla de Ascensión

(Atlántico Sur) considerando un modelo elástico 3D y asignando una densidad de  $2500 \text{ kg m}^{-3}$  tanto a la carga como al material de relleno y de  $3330 \text{ kg m}^{-3}$  para el manto.

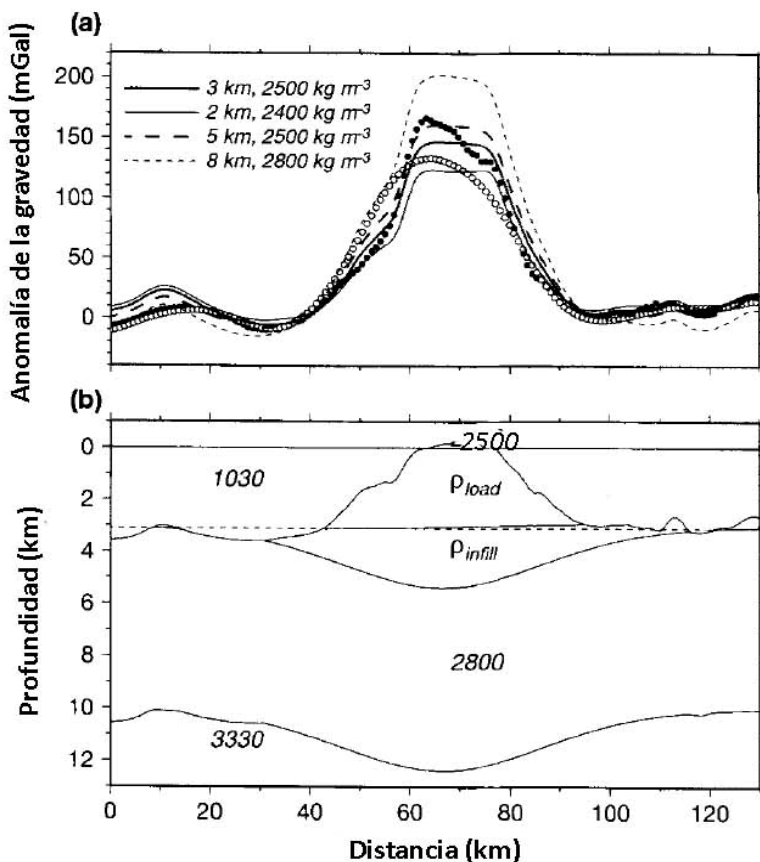


Figura 3.8: a) Perfil este-oeste atravesando la isla de Ascensión. Los círculos corresponden a observaciones de anomalías de gravedad determinadas desde barco; los puntos corresponden a observaciones de anomalías de gravedad obtenidas vía satélite; las diferentes líneas corresponden a anomalías de gravedad calculadas a partir del modelo con los valores de espesor elástico y densidad indicadas. b) Sección ilustrando los valores de densidad asignados en el modelo de flexión en  $\text{kg m}^{-3}$  (Modificado de Minshull & Bozena, 1997)

En un trabajo posterior (Minshull et al., 2010) a partir de la profundidad y datación de muestras extraídas de sondeos que corresponden a la transición de lavas subaéreas a lavas submarinas analizan, utilizando un modelo viscoelástico 2D, la flexión generada por el material emitido en los últimos 5 – 3,4 *ma* en la isla de Ascensión y concluyen que el valor de espesor elástico inicial que mejor se ajusta a las observaciones varía entre 3 y 8 *km* con un tiempo de relajación de entre 0,5 y 2,0 *ma* asignando una densidad de  $2323 \text{ kg m}^{-3}$  tanto a la carga como al material de relleno y de  $3330 \text{ kg m}^{-3}$  para el manto.

Aplicando también un modelo 3D, Luis & Neves (2006) obtienen  $T_e = 4 \text{ km}$  en las Azores (Atlántico Norte) a partir de datos de anomalías de la gravedad y ondulaciones del geoide y asignando una densidades de  $2700 \text{ kg m}^{-3}$  a la carga y de  $3300 \text{ kg m}^{-3}$  al manto.

Los bajos valores de espesor elástico obtenidos en ambos trabajos se deben a la cercanía de las zonas de estudio a la dorsal mesoatlántica.

Zeng & Arkani-Hamed (2002) aplican un modelo elástico 3D para estimar el espesor elástico a partir de datos de anomalías e gravedad en los montes submarinos New England (Atlántico Norte) considerando una densidad para la carga de  $2800 \text{ kg m}^{-3}$  y de  $3300 \text{ kg m}^{-3}$  para el manto. Dividen los montes submarinos en tres grupos en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga, 30, 40 y 50 *ma*, y obtienen tres valores para  $D$ :  $3 \cdot 10^{23}$ ,  $5 \cdot 10^{23}$  y  $7 \cdot 10^{23} \text{ Nm}$ , respectivamente.

Ali et al. (2003) consideran un modelo elástico 3D para ajustar observaciones sísmicas en Cabo Verde (Atlántico Norte) obteniendo inicialmente un valor para el espesor elástico de 50 *km* considerando una densidad de  $2700 \text{ kg m}^{-3}$  tanto para la carga como para el material de relleno y de  $3300 \text{ kg m}^{-3}$  para manto. Este valor es mucho mayor que el esperado en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga (30 *km*) y, además, las anomalías de gravedad calculadas a partir de este modelo de flexión no se ajustan a las observadas en la zona. Los autores, proponen considerar cargas enterradas que contrarresten las cargas de las islas y concluyen que el modelo de flexión que mejor se ajusta a las observaciones sísmicas tiene un espesor elástico  $T_e = 29 \text{ km}$  si se consideran cargas enterradas que supongan el 20% de la carga de las islas. En un trabajo realizado en la misma zona a partir de datos de anomalía de la gravedad ajustados mediante un modelo elástico 3D y considerando una densidad para la carga de  $2600 \text{ kg m}^{-3}$ , Pim et al. (2008) determinan  $T_e = 30 \text{ km}$ . Más recientemente, Wilson et al. (2013) estiman diferentes valores de espesor elástico en la región de Cabo Verde. Por un lado, basándose en la geometría del Moho determinada sísmicamente y usando un modelo elástico 3D se obtiene  $T_e = 60 \text{ km}$  con una densidad de  $2700 \text{ kg m}^{-3}$  para la carga. Por otro lado, usando datos de anomalías de la gravedad se obtiene un valor de  $T_e = 30 \text{ km}$  que coincide con el valor esperado en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga. Ambos valores son contradictorios pues si consideran el valor de 30 *km* la amplitud de la flexión es superior a la observada, y si se utiliza un valor de 60 *km* las anomalías de la gravedad se alejan mucho de las observadas. La situación es similar a la estudiada por Ali et al. (2003), pero la propuesta de este trabajo es considerar que la flexión actual existente en Cabo Verde es la combinación de dos etapas:

Referencia	$T_e$ (km)	$\rho$ ( $kg\ m^{-3}$ )			$E(Nm^{-2})$	Datos	Carga	Océano
		Carga	Material relleno	Manto				
Watts & Cochran (1974)	18	2800	2800	3400	$10^{11}$	Anomalías gravedad	Hawaii_Emperor	Pacífico
Watts et al. (1975)	19	2800	2800	3400		Anomalías gravedad	Great Meteor	Atlántico
Dietrick & Crough (1978)	18		2000			Espesor capa coral	Eniwetok	Pacífico
Watts (1978)	17-37 10-36	2800	2800	3400	$10^{11}$	Anomalías gravedad	Hawaii Emperor	Pacífico
Watts (1979)	25-37,5	2800	2800	3400		Ondulación geoide	Hawaii-Emperor	Pacífico
Watts et al. (1980a)	30				$10^{11}$	Anomalías gravedad	Oahu	Pacífico
Lambeck (1981a)	15	2700	2500	3350		Elevación y distancia del lóbulo	Tahití	Pacífico
Lambeck (1981b)	13	2700	2500	3350		Elevación y distancia del lóbulo	Rarotonga	Pacífico
Watts et al. (1985)	25	2600	2300	3350		Anomalías gravedad Ondulación geoide	Oahu-Molokai	Pacífico
Verhoef & Collete (1987)	18 10 12 10 8 7	2800	2800			Anomalías gravedad	Great Meteor Cruiser Complex Plato (este) Tyro Plato (oeste) Atlantis	Atlántico
Smith et al. (1989)	10 15	2600 2800	2600 2800	3330		Anomalías gravedad	Sin nombre Hemler	Pacífico
Watts & ten Brick (1989)	40 <sup>(1)</sup>	2800	2300	3330	$10^{11}$	Sísmicos	Oahu-Molokai	Pacífico
Filmer et al. (1993)	18 23				$8 \times 10^{11}$	Anomalías gravedad	Marquesas Sociedad	Pacífico
Wessel (1993)	25-35 <sup>(2)</sup> 33-44 <sup>(3)</sup>	2700	2550			Sísmicos	Oahu-Molokai	Pacífico
Goodwillie & Watts (1993)	22-25 7-17 9-12 4-7 4-7 21 8 4 11-25 4	2800	2400-2500 2400-2500 2600-2650 2400-2700 2400-2600 2200-2500 2400-2500 2600-2700 2400-2700 2600	3330	$7 \times 10^{10}$	Ondulación geoide	Tahití Huahine Raiatea Maupiti María Aitutaki Rarotonga Pitcairn Gambier Macdonald	Pacífico

Tabla 3.2 (continuación)

Referencia	$T_e$ (km)	Carga	Material relleno	Manto	$E(Nm^{-2})$	Datos	Carga	Océano
Kruse et al. (1997)	1-4	2650			$7 \times 10^{10}$	Anomalía gravedad	Easter	Pacífico
Minshull & Bozena (1997)	3	2500	2500	3330	$10^{11}$	Anomalía gravedad	Ascensión	Atlántico
Ramillien & Mazzega (1999)	18	2740		3350	$10^{12}$	Ondulación geoide	Great Meteor	Atlántico
Minshull & Charvis (2001)	19	2550		3300		Anomalías gravedad	Marquesas	Pacífico
Grevemeyer et al. (2001)	25	2700	2350	3300		Sísmicos	Huahine Raiatea	Pacífico
Zeng & Arkani-Hamed (2002)	36-47	2800		3300	$8 \times 10^{10}$	Anomalías gravedad	New England	Atlántico
Ali Watts Hill (2003)	29	2700	2700	3300	$10^{11}$	Anomalías gravedad Sísmicos	Cabo Verde	Atlántico
Luis & Neves (2006)	4	2700		3300	$7 \times 10^9$	Anomalías gravedad Ondulación geoide	Azores	Atlántico
Pim et al. (2008)	30	2600	2600	3330		Anomalías gravedad	Cabo verde	Atlántico
Minshull et al. (2010)	3-8 <sup>(4)</sup>	2323	2323	3330		Transición lavas subaéreas- submarinas	Asención	Atlántico
Kim & Wessel (2010)	26 <sup>(5)</sup>	2500 2900 <sup>(6)</sup>	2300	3300	$10^{11}$	Anomalías gravedad	Howland	Pacífico
Wilson et al. (2013)	30 (30%)+ 60 (70%) <sup>(7)</sup>	2700				Anomalías gravedad Sísmicos	Cabo Verde	Atlántico
Zong & Watts (2013)	30	2800		3330		Sísmicos	Hawaii	Pacífico
Watts et al. (2015)	1 <sup>(4)</sup>					Batimetrías históricas	Santorini	Mediterráneo

Tabla 3.2: Resumen de datos recopilados en este trabajo sobre observaciones de flexión de la litosfera generada por islas o montes submarinos.

*Nota: en aquellos trabajos en los que se determina  $D$  se ha calculado  $T_e$ ,  $D = ET_e^3 / (12(1 - \nu^2))$  (ver Capítulo 4). Los valores de  $E$  (módulo de Young) y  $\nu$  (relación de Poisson) usados han sido los indicados por los autores o en caso de no indicarlos se ha tomado  $E = 10^{11} Nm^{-2}$  y  $\nu = 0,25$  por ser lo valores que más autores han considerado.*

*(1) En el mismo trabajo se obtiene un espesor elástico de 25 km considerando cargas enterradas.*

*(2) Espesor elástico variable: 25 km bajo la carga y 35 en sus alrededores (modelo 2D).*

*(3) Espesor elástico variable: 33 km bajo la carga y 44 en sus alrededores (modelo 3D).*

*(4) Espesor elástico inicial en modelo viscoelástico.*

*(5) En el mismo trabajo se obtiene un espesor elástico de 12 km considerando una carga de densidad uniforme.*

*(6) Densidad asignada al núcleo denso.*

*(7) Combinación de dos modelos cuya contribución es la indicada.*

una primera etapa, que corresponde al nacimiento de las islas, en la que la litosfera presenta un espesor elástico de 30 *km* y que contribuye al 30% de la flexión; y una segunda etapa, en la que una fuerza contrarresta la carga superficial haciendo que la litosfera parezca más resistente de lo que es, en la que la litosfera puede ser representada con un espesor elástico de 60 *km* contribuyendo al 70% de la flexión.

En un trabajo reciente, Watts et al. (2015) estudian la dinámica del fondo marino en la región del volcán de Santorini (Mediterráneo) a partir de la comparación de antiguas cartas batimétricas obtenidas mediante plomada física, realizadas en 1866 y 1925-1928, con batimetrías más actuales realizadas en 2001 y 2006. Determinan que la profundidad del fondo marino disminuyó unos 175 m entre 1866 y 1925-1928, mientras que la profundidad aumentó en unos 80 m entre 1925-1928 y 2001-2006. Atribuyen la disminución de la profundidad al emplazamiento de lavas durante las erupciones ocurridas en 1866-1870 y 1925-1928, y el aumento de la profundidad a la flexión generada por dicha carga. Utilizando un modelo viscoelástico, determinan que el espesor elástico y la viscosidad que mejor se amoldan a las profundidades observadas son 1 *km* y  $\sim 10^{16} Pa s$ , respectivamente.

Los estudios de flexión realizados en las islas Canarias se comentan en el siguiente apartado.

### 3.5. Observaciones sobre la flexión de la litosfera en las Islas Canarias

La mayoría de las islas volcánicas están formadas sobre una anomalía de profundidad (abombamiento) que eleva del fondo marino hasta una profundidad de unos 4250 *m*, profundidad que corresponde a una litosfera de 25 *ma* según el modelo de enfriamiento de placas, independientemente de la edad de la litosfera en el momento de la carga (Crough, 1978). Esto hace que, una vez formadas las islas, su subsidencia sea mayor que la esperada teniendo en cuenta sólo la flexión producida por su carga, pues cuando la litosfera se desplaza, debido a la deriva de placas, las islas abandonan la zona de abombamiento (Detrick & Crough, 1978). Según Filmer & McNutt (1989) y Watts (1994), este abombamiento no se aprecia en Canarias; sin embargo, Canales & Dañobeitia (1988) indican que la observación de una notable anomalía de profundidad al oeste de las Islas Canarias podría indicar la existencia de un abombamiento enmascarado por una espesa capa de sedimentos. A pesar de que las Islas Canarias son una de las cadenas volcánicas mejor estudiadas en el mundo, algunos

aspectos de su estructura y evolución geodinámica siguen siendo controvertidos (Fullea et al., 2015).

En las últimas décadas se han realizado diversos estudios sobre la flexión de la litosfera generada por las Islas Canarias (Dañobeitia, 1988; Filmer & McNutt, 1989; Dañobeitia et al., 1994; Canales & Dañobeitia, 1998) y, en concreto, la debida a la isla de Tenerife (Watts, 1994; Watts et al., 1997) utilizando observaciones sísmicas y gravimétricas, dando lugar a resultados divergentes (Tabla 3.3).

Referencia	$T_e$ (km)	$\rho$ ( $kg\ m^{-3}$ )			$E$ ( $Nm^{-2}$ )	Datos	Carga
		Carga	Material relleno	Manto			
Dañobeitia (1988)	15				$8,5 \cdot 10^{10}$	Anomalías gravedad	Canarias
Filmer & McNutt (1989)	48	2700		3300	$8 \cdot 10^{10}$	Ondulación geoide	Canarias
Dañobeitia et al. (1994)	35	2850		3330	$7 \cdot 10^{10}$	Anomalías gravedad	Canarias
Watts (1994)	20	2800	2800	3330	$10^{11}$	Anomalías gravedad Sísmicos	Tenerife
Watts et al. (1997)	20	2750	2750	3330	$10^{11}$	Sísmicos	Tenerife
Canales & Dañobeitia (1998)	28-36	2700		3330	$7 \cdot 10^{10}$	Anomalías gravedad	Canarias
Collier & Watts (2001)	35	2600	2600			Sísmicos	Canarias

Tabla 3.3: Resumen de datos recolectados, en este trabajo, sobre observaciones de flexión de la litosfera generada por las Islas Canarias

Dañobeitia (1988) y Dañobeitia et al. (1994) estiman el valor de  $T_e$  a partir de datos gravimétricos que cubren una zona en cuya latitud media se encuentra el Archipiélago Canario pero que se extiende hacia al N unos 500 km, incluyendo las Islas Salvajes, el Banco de la Concepción y el Bando de Dacia, y hacia el S incluyendo las Montañas Submarinas Saharianas. En el primer trabajo (Dañobeitia, 1988) obtiene que el valor de  $T_e$  en la zona que mejor se ajusta a las anomalías gravimétricas observadas es de 15 km (Figura 3.9). En el mismo trabajo, se obtiene un valor teórico para  $T_e$  de 29,4 km aplicando la relación empírica de Bodine et al. (1981) con  $C = 3,1\ km\ ma^{-1/2}$  y  $t = 90\ ma$  considerando que la edad más antigua de las cargas cuyo mejor representante es el Banco de la Concepción es de 60 ma y que la edad de la litosfera es de 150 ma. El autor considera que la diferencia obtenida entre ambos valores, 14,4 km, puede ser debida a un rejuvenecimiento térmico de la litosfera. En el segundo estudio, Dañobeitia et al. (1994), los autores trabajan con dos grados de libertad,  $T_e$  y  $\rho$ , siendo  $\rho$  la densidad asignada a la carga. Los primeros valores que obtienen son  $T_e = 23\ km$  y  $\rho = 2570\ kg\ m^{-3}$ , siendo el de  $T_e$  menor que el esperado para una litosfera de 130 ma en el momento de la carga (considerando una litosfera de 150 ma y una antigüedad de 20 ma para el Archipiélago Canario) y el de  $\rho$  imposiblemente bajo, por lo que realizan de nuevo los cálculos reduciendo la zona con el fin de eliminar el efecto producido por la

proximidad del margen continental oeste africano obteniendo  $T_e = 35 \text{ km}$  (acorde con una litosfera de  $130 \text{ ma}$  en el momento de la carga) y  $\rho = 2850 \text{ kg m}^{-3}$ .

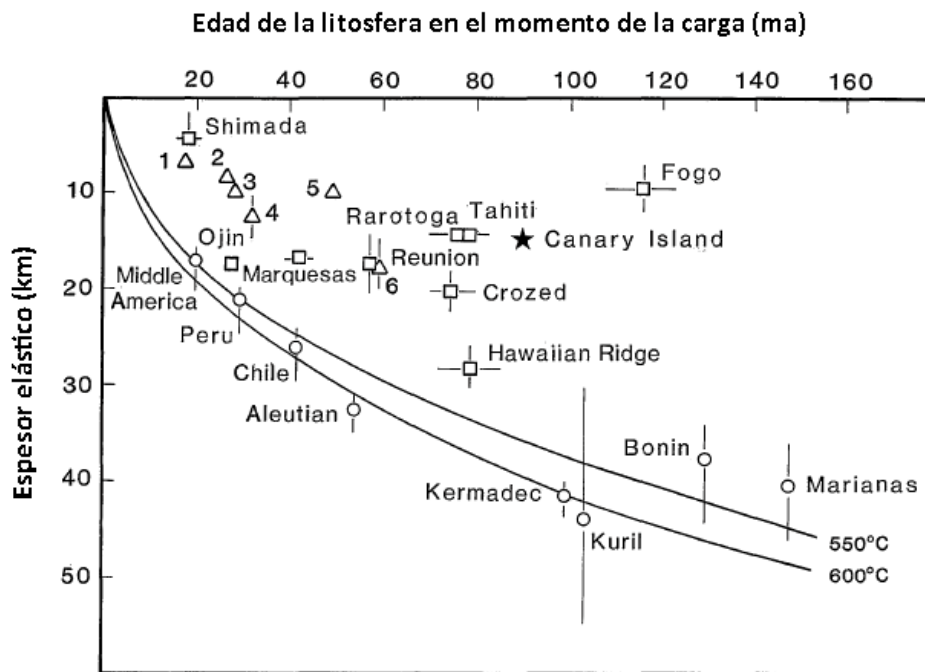


Figura 3.9: Espesor elástico de la litosfera en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga. 1: Atlantis, 2: Plato (oeste), 3: Tyro, 4: Plato (este), 5: Complejo de Cruiser, 6: Gran Meteor (Modificado de Dañoibeitia 1988)

Filmer & McNutt (1989), a partir de datos de ondulación del goide y aplicando un modelo elástico 3D, obtienen  $T_e = 48 \text{ km}$  considerando una densidad para la carga de  $\rho = 2700 \text{ kg m}^{-3}$  y para el manto de  $\rho = 3300 \text{ kg m}^{-3}$ . También utilizan la relación empírica de Bodine et al. (1981) con  $C = 4,2 \text{ km ma}^{-1/2}$ , considerando  $t = 150 \text{ ma}$ , y obtienen un valor teórico para  $T_e$  de  $50 \text{ km}$  por lo que dan por válido el valor estimado.

Canales & Dañoibeitia (1998) han estimado, a partir de datos de anomalía de la gravedad, el que el valor de  $T_e$ , en el área de Canarias está comprendido entre  $28 \text{ y } 36 \text{ km}$ , considerando  $\rho = 2700 \text{ kg m}^{-3}$  para la densidad de la carga (Figura 3.10). Por otro lado, Collier & Watts (2001) utilizan un modelo elástico 3D para determinar la flexión generada por las Islas Canarias con el fin de mejorar la comprensión de la estratigrafía sísmica realizada en la zona. Consideran  $T_e = 35 \text{ km}$  y asignan el valor  $\rho = 2600 \text{ kg m}^{-3}$  tanto a la densidad de la carga y como a la del material de relleno.



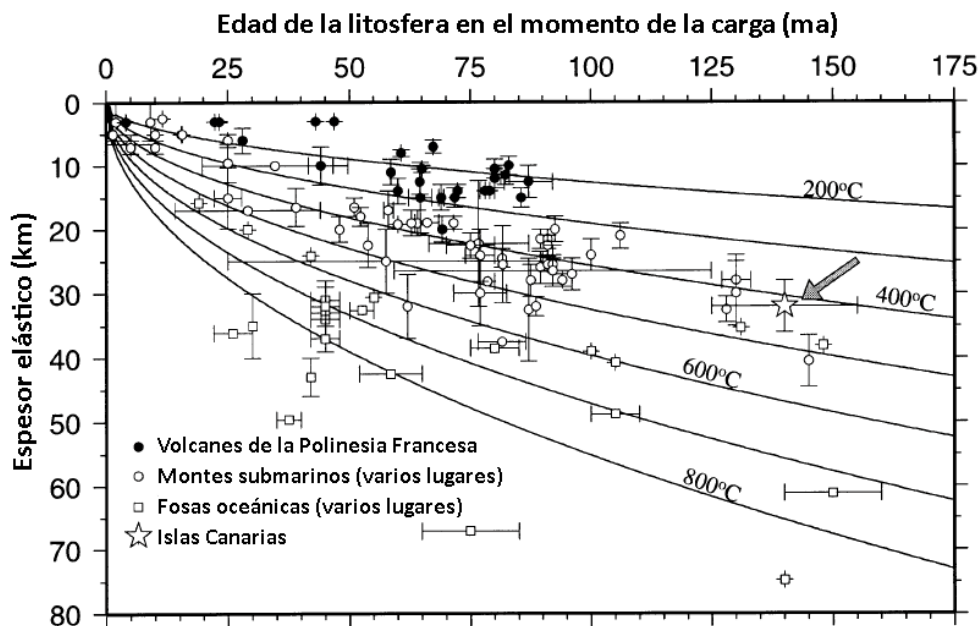


Figura 3.10: Espesor elástico de la litosfera en función de la edad de la litosfera en el momento de la carga. (Modificado de Canales & Dañobeitia 1998)

En el caso de la isla de Tenerife, Watts (1994) y Watts et al. (1997) han realizado estudios de flexión apoyados en datos sísmicos y gravimétricos, y sólo sísmicos respectivamente. En ambos casos el valor  $T_e = 20 \text{ km}$  es el que más se ajusta a las observaciones. Los valores de densidad considerados tanto para la carga como para el material de relleno en cada caso son:  $\rho = 2800 \text{ kg m}^{-3}$  (Watts, 1994) y  $\rho = 2750 \text{ kg m}^{-3}$  (Watts et al., 1997). Los autores consideran, al igual que Dañobeitia (1988), que este bajo valor se debe probablemente a un rejuvenecimiento térmico de la litosfera.

Recientemente se han publicado dos trabajos sobre la estructura de la litosfera y el alto manto bajo las Islas Canarias (Fullea et al., 2015; Miller et al., 2015). Fullea et al. (2015) analizan la estructura termo-química de la litosfera bajo las Islas Canarias integrando datos geofísicos y petrológicos concluyendo que se trata de una litosfera mecánicamente resistente que no muestra un adelgazamiento significativo respecto de la litosfera circundante y que el LAB (límite entre litosfera térmica y astenosfera) en la zona se encuentra a  $110 \pm 20 \text{ km}$  de profundidad. Sin embargo, Miller et al. (2015), a partir de datos sísmicos sitúan el LAB bajo Canarias a una profundidad de unos 80 km (Figura 3.11).

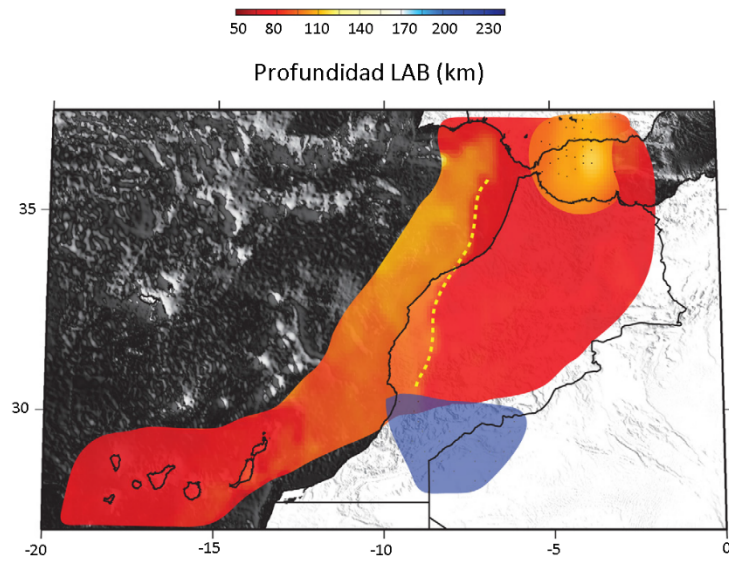


Figura 3.11: Profundidad del LAB en la zona comprendida entre el sur de la península ibérica y Canarias, pasando por Marruecos. La línea discontinua amarilla indica el límite occidental de la delgada litosfera térmica que subyace bajo Marruecos (modificado de Miller et al., 2015).

# Capítulo 4: Modelos conceptuales de flexión

## 4.1. Comportamientos reológicos

La reología estudia la deformación y el flujo de la materia considerada como un medio continuo. Desde el punto de vista reológico, la clasificación de los materiales en sólidos y fluidos viscosos es independiente de su estructura atómica: un sólido es un material que se deforma bajo la acción de tensiones normales o de cizalla, mientras que un fluido viscoso es un material en el que cualquier deformación que varía a lo largo del tiempo (flujo) genera tensiones de cizalla (Lliboutry, 2000). El que un material sea sólido o fluido viscoso no depende únicamente de sus propiedades intrínsecas, sino también de condiciones externas de temperatura y presión, así como del tiempo durante el cual actúan las tensiones. El principal objetivo de la reología es establecer las ecuaciones de estado o constitutivas (de carácter tensorial) que relacionan las magnitudes cinemáticas (deformaciones en los sólidos y velocidades o tasas de deformación en los fluidos viscosos) y las magnitudes dinámicas (tensiones) junto con los parámetros reológicos (rigidez, viscosidad, compresibilidad, etc) para modelar el comportamiento de los materiales (Ranalli, 1995).

Los comportamientos reológicos propuestos para modelar la deformación de la litosfera oceánica sometida a cargas superficiales (islas o montes submarinos ya sean individuales o formando cadenas montañosas) son el comportamiento elástico y el viscoelástico lineal aunque la mayoría de los autores se refieren a este último simplemente como viscoelástico (Watts & Cochran, 1974; Wessel, 1993; Watts et al., 2013). El comportamiento viscoelástico lineal combina las características de un sólido elástico con las de un fluido viscoso newtoniano (Lliboutry, 2000). A continuación, de todos los

comportamientos reológico posibles, se presentan el elástico y el de un fluido viscoso newtoniano.

#### 4.1.1. Comportamiento elástico

Los sólidos que presentan un comportamiento elástico son aquellos que aunque se deforman al aplicarles una tensión, recuperan su forma cuando la tensión desaparece. El comportamiento elástico queda descrito por la Ley de Hooke la cual postula, basándose en experimentos simples de tracción generados por tensiones normales y de cizalla generados por tensiones tangenciales, que la deformación unitaria es proporcional a la tensión que la genera:

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma}{E} \quad (4-1)$$

$$\varepsilon_T = -\nu\varepsilon_L \Leftrightarrow \varepsilon_T = -\nu\frac{\sigma}{E} \quad (4-2)$$

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma}{2\mu} \quad (4-3)$$

Donde  $\sigma$  es la tensión generada por la fuerza, normal o tangencial (según el caso), a la superficie sobre la que actúa.  $\varepsilon_L$  y  $\varepsilon_T$  son, respectivamente, las deformaciones unitarias longitudinal (elongación) y transversal (contracción) producidas por una tensión normal.  $\varepsilon_d$  es la deformación unitaria producida por una tensión tangencial o de cizalla.  $E$  es el módulo de Young,  $\nu$  la relación de Poisson,  $\mu$  el módulo de rigidez o cizalla y  $K$  el módulo de incompresibilidad, todos ellos parámetros reológicos conocidos como los módulos elásticos; tienen dimensiones de tensión, salvo  $\nu$  que es adimensional y su valor varía entre 0 (no se produce contracción lateral) y 0,5 (no se produce cambio de volumen). Los módulos elásticos de materiales isotrópicos (materiales cuyas propiedades físicas no dependen de la dirección en la que son examinadas) son constantes y se demuestra que sólo dos de ellos son independientes. Por ejemplo,  $\mu$  puede expresarse en función de  $E$  y  $\nu$  (Ranalli, 1995):

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4-4)$$

En los trabajos dedicados al estudio de la flexión de la litosfera, ésta se considera isotrópica; el valor de  $E$  varía entre  $7 \cdot 10^9$  y  $10^{12} Nm^{-2}$ , mientras que el valor de  $\nu$  considerado es igual a 0,25 (ver Capítulo 3) en los modelos de placa elástica delgada.

Como ya se ha comentado anteriormente, las ecuaciones de estado o constitutivas de la reología tienen carácter tensorial. El *tensor de tensiones* condensa todas las tensiones que actúan sobre cada uno de los elementos de volumen que forman el sólido, mientras que el *tensor de deformaciones* condensa las deformaciones unitarias generadas.

### Tensor de tensiones

Sobre cualquier elemento de volumen de un medio continuo actúan dos tipos de fuerzas: fuerzas másicas y fuerzas de superficie. Si el elemento de volumen es representado por un paralelepípedo de lados  $dx, dy, dz$ , las fuerzas de superficie que actúan sobre cada una de sus caras generan tensiones que pueden descomponerse respecto de los ejes cartesianos (Figura 4.1).

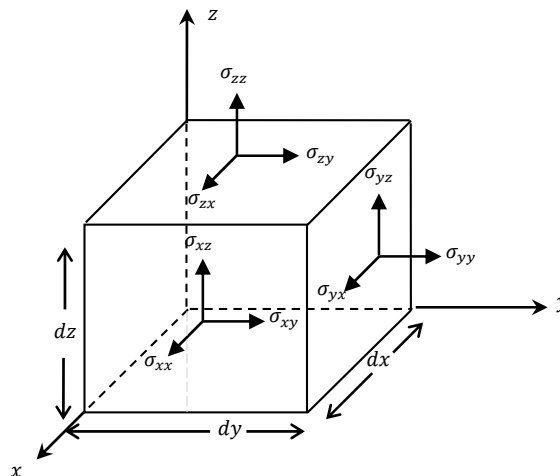


Figura 4.1: Componentes de la tensión, respecto de los ejes cartesianos, generada por las fuerzas de superficie actuando en cada una de las caras de paralelepípedo de lados  $dx, dy, dz$  que representa un elemento de volumen de un cuerpo. Sólo se han representado las tensiones en las caras visibles.

Así las nueve componentes de la tensión asociada a las fuerzas de superficie pueden condensarse el tensor de tensiones:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (4-5)$$

Donde el primer subíndice indica la dirección normal a la cara sobre la que actúa la tensión y el segundo la dirección en la cual actúa.

Las fuerzas de superficie se obtienen multiplicando cada una de las tensiones que forman el tensor de tensiones (4-5) por la superficie de la cara sobre la que actúan. Teniendo en cuenta también las tensiones no visibles:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} dydz & y - \left( \sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} dx \right) dydz \\ \sigma_{yx} dx dz & y - \left( \sigma_{yx} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} dy \right) dx dz \\ \sigma_{zx} dx dy & y - \left( \sigma_{zx} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy \end{aligned} \right\} \text{ en la dirección del eje } x$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xy} dydz & y - \left( \sigma_{xy} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} dx \right) dydz \\ \sigma_{yy} dx dz & y - \left( \sigma_{yy} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} dy \right) dx dz \\ \sigma_{zy} dx dy & y - \left( \sigma_{zy} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} dz \right) dx dy \end{aligned} \right\} \text{ en la dirección del eje } y$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xz} dydz & y - \left( \sigma_{xz} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} dx \right) dydz \\ \sigma_{yz} dx dz & y - \left( \sigma_{yz} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} dy \right) dx dz \\ \sigma_{zz} dx dy & y - \left( \sigma_{zz} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} dz \right) dx dy \end{aligned} \right\} \text{ en la dirección del eje } z$$

En cuanto a las fuerzas másicas, solo se considera la fuerza gravitatoria por lo que sus componentes en las direcciones de los ejes  $x$  e  $y$  son nulas, y su componente en la dirección del eje  $z$  viene dada por:

$$g\rho \, dx dy dz$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $\rho$  la densidad del sólido elástico.

Para alcanzar el equilibrio, la suma de las fuerzas actuando en cada una de las direcciones de los ejes de coordenadas debe anularse, por tanto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + g\rho &= 0 \end{aligned} \tag{4-6}$$

También debe anularse la resultante de los momentos actuando en la dirección de cada uno de los ejes. Sólo las tensiones que actúan tangencialmente a las caras del paralelepípedo contribuyen a los momentos y se considera que actúan en punto medio de

las mismas. Si se considera el eje  $x$ , la suma de los momentos que actúan en dicha dirección igualada a cero es:

$$\sigma_{yz} dx dz \frac{dy}{2} + \left( \sigma_{yz} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} dy \right) dx dz \frac{dy}{2} - \sigma_{zy} dx dy \frac{dz}{2} - \left( \sigma_{zy} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} dz \right) dx dy \frac{dz}{2} = 0$$

Y despreciando términos infinitesimales de orden superior, se obtiene

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$$

Trabajando de la misma forma con los momentos que actúan en las direcciones de los ejes  $y$  y  $z$ , se obtiene:

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$$

Es decir, el equilibrio de momentos requiere que el tensor de tensiones sea simétrico y, por tanto, basta conocer seis de sus nueve componentes.

### Tensor de deformaciones unitarias

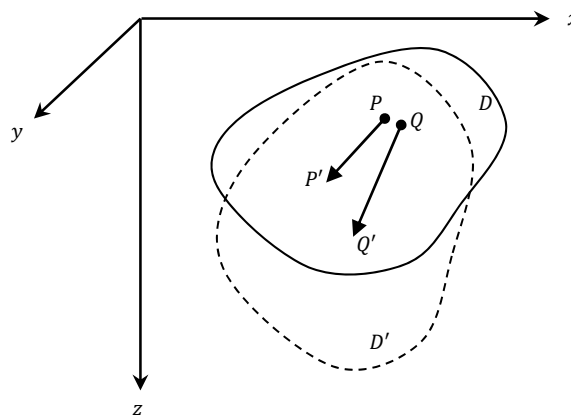


Figura 4.2: Desplazamiento de dos puntos cercanos en un medio continuo bajo el efecto de una fuerza aplicada.  $D$  es el dominio que ocupa el cuerpo en el espacio antes del desplazamiento y  $D'$ , después del desplazamiento.

Quando se aplica una fuerza sobre un sólido, sus partículas sufren un desplazamiento que es consecuencia de la traslación, rotación y deformación del mismo (Figura 4.2). Sean dos partículas cercanas que ocupan las posiciones  $P(x, y, z)$  y  $Q(x + dx, y + dy, z + dz)$  antes del desplazamiento y las posiciones  $P'(x + u, y + v, z + w)$  y  $Q'(x + dx + u + du, y + dy + v + dv, z + dz + w + dw)$  después del mismo;  $(u, v, w)$  representa la parte común del desplazamiento (traslación del sólido considerado rígido), mientras que  $(du, dv, dw)$  representa la diferencia entre los desplazamientos sufridos por ambas partículas. Si se considera que el desplazamiento es una función continua de las coordenadas

y que sus derivadas, que forman el tensor del gradiente del desplazamiento, son también continuas y muy pequeñas, la diferencia de desplazamiento entre ambas partículas puede escribirse:

$$\begin{pmatrix} du \\ dv \\ dw \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

Cada una de las derivadas parciales que forman el tensor del gradiente del desplazamiento puede separarse en dos partes:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{pmatrix}$$

Por lo que el tensor del gradiente del desplazamiento puede expresarse como la resta de dos tensores:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 0 \end{pmatrix}$$

El primer tensor es el tensor de deformaciones unitarias; el segundo contiene la información relacionada con la rotación del sólido considerado rígido (Ranalli, 1995). Por tanto el tensor de deformaciones unitarias viene dado por:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (4-7)$$

Se trata de un tensor simétrico, por lo que bastan seis de sus nueve componentes para describir las deformaciones unitarias en un punto. Los elementos de la diagonal son las elongaciones (contracciones) unitarias totales producidas en las direcciones de los ejes de coordenadas por las tensiones normales; los otros tres elementos son las deformaciones de cizalla unitarias producidas por las tensiones tangenciales.



### Ecuaciones de estado para un sólido elástico lineal

Cada uno de los elementos del tensor de deformaciones unitarias (4-7) puede expresarse en función de los elementos del tensor de tensiones (4-5) aplicando los resultados de la Ley de Hooke. El elemento  $\varepsilon_{xx}$  representa la deformación unitaria en la dirección del eje  $x$ , por tanto será el resultado de la elongación producida por  $\sigma_{xx}$  menos las contracciones producidas por  $\sigma_{yy}$  y  $\sigma_{zz}$ . Teniendo en cuenta las expresiones (4-1) y (4-2) se obtiene:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} \left( \sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \right) \quad (4-8a)$$

De la misma forma se obtienen las deformaciones unitarias producidas en las direcciones de los ejes  $y$  y  $z$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} \left( \sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \right) \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E} \left( \sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \right) \end{aligned} \quad (4-8b)$$

El elemento  $\varepsilon_{xy}$  representa la deformación de cizalla unitaria producida por la tensión tangencial que actúa sobre la cara perpendicular al eje  $x$  y es paralela al eje  $y$  (Figura 4.1). Usando las expresiones (4-3) y (4-4) se tiene:

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{E} \sigma_{xy} (1 + \nu) \quad (4-9a)$$

De forma similar se obtiene:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{E} \sigma_{xz} (1 + \nu) \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{E} \sigma_{yz} (1 + \nu) \end{aligned} \quad (4-9b)$$

#### 4.1.2. Comportamiento de un fluido viscoso newtoniano

Los fluidos viscosos son aquellos fluidos capaces de soportar tensiones tangenciales o de cizalla. Según la Ley de Newton, las tensiones de cizalla generadas por el movimiento de un fluido viscoso son proporcionales al gradiente de la velocidad de flujo respecto del espacio, siendo el parámetro de proporcionalidad la viscosidad ( $\eta$ ) que puede describirse como la resistencia de un fluido a fluir por lo que sólo se manifiesta en fluidos en movimiento. En líneas generales puede decirse que cuanto mayor sea la viscosidad de un fluido menor es la velocidad de flujo y, mientras ésta no alcance un valor crítico, el flujo es laminar; en caso contrario el flujo se vuelve turbulento. Si la dirección del flujo es horizontal, por ejemplo

paralela el eje  $x$  (Figura 4.3), las láminas son planas y su velocidad aumenta al aumentar el valor de  $z$ , es decir, las láminas infinitesimales superiores se mueven a mayor velocidad que las inferiores. La velocidad de las partículas del fluido puede separarse en dos componentes: una de ellas es la componente en la dirección del flujo y la otra es una componente de dirección aleatoria cuya magnitud depende de la temperatura (Lowrie, 2003). Esta componente aleatoria da lugar a una transferencia de partículas a través de la superficie que separa láminas adyacentes de forma que las partículas que pasan a una lámina más lenta aumentan su momento o cantidad de movimiento y las que pasan a una lámina más rápida lo disminuyen provocando así la aparición de tensiones de cizalla paralelas a la dirección del flujo.

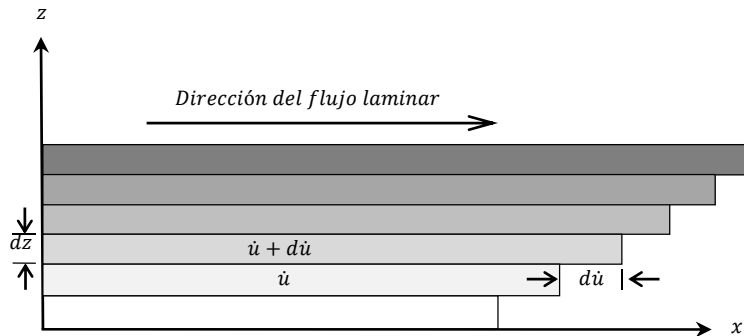


Figura 4.3: Representación esquemática de flujo laminar horizontal en la dirección del eje  $x$ .  $\dot{u}$  es la derivada respecto del tiempo de la componente del desplazamiento en la dirección del eje  $x$  (siguiendo la notación utilizada en el apartado 4.1.1) y por tanto la velocidad de flujo.

En los fluidos viscosos newtonianos  $\eta$  es constante y, por tanto, la relación entre tensión y el gradiente de la velocidad es lineal. Las ecuaciones que describen el comportamiento de un fluido son complejas aún en el caso de fluidos newtonianos por lo que para su obtención, a lo largo de la historia, se han realizado diferentes simplificaciones. Una de ellas es considerar que el fluido es incompresible (Vázquez, 2004) la cual es aceptada en los trabajos relacionados con el comportamiento viscoelástico de la litosfera (Zhong et al., 2003). Además, si la velocidad es suficientemente lenta se puede despreciar la aceleración y, por tanto, las tensiones y los momentos deben cumplir las ecuaciones de equilibrio (Nadai, 1950).

### Tensor de tensiones

El tensor de tensiones asociado a un elemento de volumen de un fluido viscoso es idéntico al descrito para un elemento de volumen en un sólido elástico (4-5), pues ambos son medios continuos. Este tensor puede escribirse como la suma de dos tensores:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{xx} - \sigma & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} - \sigma & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} - \sigma \end{pmatrix} \quad (4-10)$$

Donde  $\sigma$  es la media de las tensiones normales:

$$\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (4-11)$$

El primer tensor representa el estado de tensiones cuando el fluido viscoso está en reposo y el segundo, el estado de tensiones cuando está en movimiento pues aparecen las tensiones tangenciales.

### Tensor de velocidades de deformación

Cuando el comportamiento reológico no es independiente del tiempo, como es el caso, las ecuaciones de estado trabajan con el tensor de tasas o velocidades de deformación. Este tensor se obtiene derivando respecto del tiempo la expresión del tensor de deformaciones (4-7) y cambiando el orden de las derivadas:

$$\dot{\epsilon} = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{xz} \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_{yy} & \dot{\epsilon}_{yz} \\ \dot{\epsilon}_{zx} & \dot{\epsilon}_{zy} & \dot{\epsilon}_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right) & \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{v}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial z} \right) & \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (4-12)$$

Donde el punto denota la derivada respecto del tiempo y por tanto  $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w})$  son las componentes de la velocidad de flujo en las direcciones de los ejes de coordenadas. Si el fluido es incompresible, la traza del tensor de velocidades de deformación debe ser nula:

$$\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{zz} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} = 0 \quad (4-13)$$

Donde la ecuación (4-13) es conocida como ecuación de incompresibilidad.

### Ecuaciones de estado para un fluido viscoso newtoniano

Según la Ley de Newton para fluidos viscosos incompresibles las tensiones tangenciales producidas por el movimiento del fluido son proporcionales a las componentes de la velocidad de deformación correspondientes a las mismas direcciones:

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= 2\eta\dot{\epsilon}_{xy} \\ \sigma_{xz} &= 2\eta\dot{\epsilon}_{xz} \\ \sigma_{yz} &= 2\eta\dot{\epsilon}_{yz}\end{aligned}$$

Despejando:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2\eta} \\ \dot{\epsilon}_{xz} &= \frac{\sigma_{xz}}{2\eta} \\ \dot{\epsilon}_{yz} &= \frac{\sigma_{yz}}{2\eta}\end{aligned}\tag{4-14}$$

Donde  $\eta$  es la viscosidad y tiene dimensión de tensión multiplicada por tiempo. Por otro lado, las tensiones normales también deben ser proporcionales a las componentes de la velocidad de deformación según los ejes de coordenadas (Nadai, 1950):

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \gamma\dot{\epsilon}_{xx} \\ \sigma_{yy} &= \gamma\dot{\epsilon}_{yy} \\ \sigma_{zz} &= \gamma\dot{\epsilon}_{zz}\end{aligned}$$

La constante de proporcionalidad  $\gamma$ , que también tiene dimensión de tensión multiplicada por tiempo, puede llamarse viscosidad normal si se considera que  $\eta$  es la viscosidad tangencial. Si el fluido viscoso es incompresible se debe verificar la ecuación de incompresibilidad (4-13) por lo que cualquier elemento de volumen sometido simultáneamente a las tres tensiones normales debe verificar:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{xx} &= \frac{1}{\gamma}\left(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{2}\right) \\ \dot{\epsilon}_{yy} &= \frac{1}{\gamma}\left(\sigma_{yy} - \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2}\right) \\ \dot{\epsilon}_{zz} &= \frac{1}{\gamma}\left(\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}\right)\end{aligned}\tag{4-15}$$

Las ecuaciones (4-13), (4-14) y (4-15) son las ecuaciones de estado para un fluido viscoso newtoniano. Las dos últimas son similares a las ecuaciones de estado de un sólido elástico si se considera que el sólido es incompresible ( $\nu = 0,50$ ). De hecho las ecuaciones

(4-14) y (4-15) pueden obtenerse a partir de las ecuaciones (4-8) y (4-9) considerando  $\nu = 0,50$ , usando el tensor  $\dot{\epsilon}$  en vez del tensor  $\epsilon$ , y sustituyendo respectivamente  $E$  y  $\mu$  por  $\gamma$  y  $\eta$ . Además, si en la ecuación (4-4) se considera  $\nu = 0,50$  se obtiene que para materiales elásticos incompresibles  $E = 3\mu$  y, por tanto, para fluidos viscosos newtonianos  $\gamma = 3\eta$ .

Generalmente, en el caso de sólidos elásticos suele trabajarse con el valor de  $E$ , mientras que en el caso de fluidos viscoso suele trabajarse con el valor de  $\eta$ .

## 4.2. Modelos de flexión de placa delgada

### 4.2.1. Modelo elástico (3D y 2D)

En la mayoría de los estudios sobre flexión de la litosfera oceánica producida por islas o montes submarinos, el modelo utilizado es el de placa elástica delgada. Este modelo, que es independiente del tiempo, es válido para modelar la deformación de la litosfera bajo el efecto de cargas superficiales cuando la edad de la carga es superior a  $1 \text{ ma}$  (Bodine et al., 1981; Watts et al., 2013). El modelo es aplicable a placas isotrópicas, homogéneas, elásticas y delgadas que sufren pequeñas deformaciones. Una placa se considera delgada cuando la relación entre su espesor  $T$  y cualquiera de sus otras dos dimensiones es inferior a  $1/20$  y las deformaciones se consideran pequeñas cuando la flexión producida en la placa es tal que el cuadrado de su curvatura es despreciable (Ugural, 1981).

Antes de exponer la teoría de placa elástica delgada conviene definir el sistema de coordenadas en el que se va a trabajar: el plano  $xy$  coincide con el plano medio de la placa delgada libre de cargas y el eje  $z$  se considera positivo hacia abajo, de forma que la flexión sea positiva, y formando un triedro directo con los eje  $x$  e  $y$  (Figura 4.4a)). El desplazamiento sufrido por un punto de la placa se expresa mediante sus componentes  $(u, v, w)$ , respecto de los ejes de coordenadas, por tanto  $w$  indica la flexión en el punto. La teoría de placa elástica delgada se apoya en una serie de asunciones conocidas como Hipótesis de Kirchhoff que son:

- 1) El plano medio de la placa, denominado superficie neutra, no sufre deformaciones a pesar de su flexión.

- 2) La flexión de la superficie neutra es pequeña comparada con el espesor de la placa, por lo que la pendiente de la superficie deformada (Figura 4.4 b)) es todavía más pequeña y su cuadrado puede ser despreciado frente a la unidad.
- 3) Las secciones planas inicialmente normales a la superficie neutra siguen siendo planas y normales a la superficie neutra tras la flexión (Figura 4.4 b)). Esto significa que las deformaciones de cizalla unitarias  $\epsilon_{xz}$  y  $\epsilon_{yz}$  son despreciables y que la deformación de la placa se debe principalmente a la flexión, lo que a su vez indica que  $\epsilon_{zz}$  (deformación unitaria en la dirección del eje z) puede también considerarse despreciable.
- 4) La tensión normal a la superficie neutra ( $\sigma_{zz}$ ) es pequeña comparada con las otras componentes de tensión y puede ser despreciada.

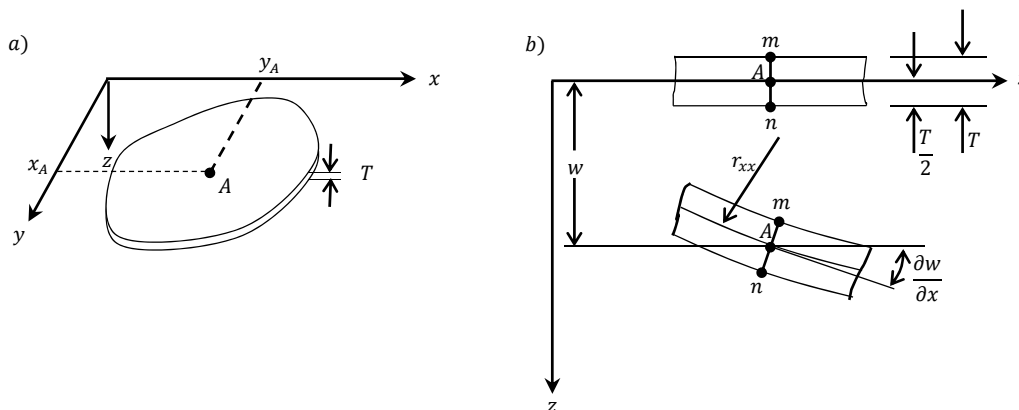


Figura 4.4: a) Sistema de coordenadas definido sobre la placa delgada libre de cargas. b) Perfil de la placa flexionada paralelo al plano xz y pasando por el punto A.  $r_{xx}$  es el radio de curvatura y  $\frac{\partial w}{\partial x}$  la pendiente de la superficie neutra en un plano paralelo al plano xz.

Una consecuencia de la tercera Hipótesis de Kirchhoff es que los elementos del tensor de desplazamiento unitario (4-7) vienen dados por:

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{4-16a}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{4-16a}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{4-16c}$$

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \tag{4-16d}$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (4-16e)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = 0 \quad (4-16f)$$

La expresión (4-16d) indica que la flexión es independiente de  $z$  (no varía a lo largo del espesor de la placa), por tanto:

$$w = w(x, y)$$

De las expresiones (4-16e y 4-16f) se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned}$$

E integrando y determinando las constantes de integración teniendo en cuenta que los desplazamientos en las direcciones  $x$  e  $y$  en la superficie neutra son nulos, según la segunda Hipótesis de Kirchhoff, se tiene:

$$\begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= -z \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (4-17)$$

Introduciendo la expresión (4-17) en (4-16a, 4-16b y 4-16d) se obtienen las fórmulas que permiten calcular las deformaciones unitarias en cualquier punto de la placa:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{yy} &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \varepsilon_{xy} &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (4-18)$$

Por otro lado, las deformaciones unitarias también pueden obtenerse en función de los módulos de formación utilizando las expresiones (4-8) y (4-9), y teniendo en cuenta la primera ( $\varepsilon_{zz} = 0, \varepsilon_{xz} = 0, \varepsilon_{yz} = 0$ ) y cuarta ( $\sigma_{zz} = 0$ ) Hipótesis de Kirchhoff:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{E} \sigma_{xy} (1 + \nu) \end{aligned}$$

Despejando y utilizando las expresiones (4-18) se obtienen las expresiones que permiten calcular tres de las seis las tensiones que forman el tensor de tensiones:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}) = -\frac{zE}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_{yy} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}) = -\frac{zE}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ \sigma_{xy} &= \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{xy} = -\frac{zE}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)\end{aligned}\quad (4-19)$$

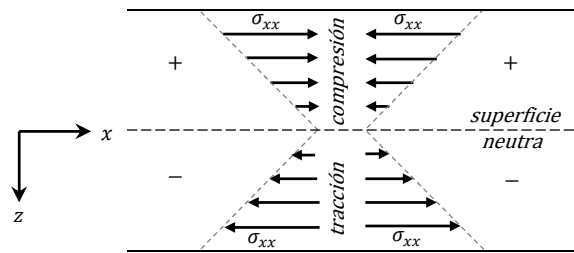


Figura 4.5: Variación de la tensión  $\sigma_{xx}$  a lo largo del espesor de la placa delgada

En vista de las expresiones (4-19), estas tres tensiones son nulas en la superficie neutra y varían linealmente a largo del espesor de la placa siendo de compresión en la mitad superior de la placa y de tracción en la inferior (Figura 4.5). Las tensiones normales,  $\sigma_{xx}$  y  $\sigma_{yy}$ , generan momentos resultantes de flexión, mientras que la tensión de cizalla,  $\sigma_{xy}$ , genera un momento resultante de torsión (Ugural, 1981) que vienen dados por:

$$\begin{aligned}M_{xx} &= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} z \sigma_{xx} dz = -\frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} z^2 dz = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_{yy} &= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} z \sigma_{yy} dz = -\frac{E}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} z^2 dz = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} z \sigma_{xy} dz = -\frac{E}{1+\nu} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} z^2 dz = -D(1-\nu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)\end{aligned}\quad (4-20)$$

Donde D es la rigidez frente a la flexión de la placa o simplemente rigidez de la placa:

$$D = \frac{ET^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4-21)$$

Respecto a las otras tensiones que forman el tensor de tensiones, la cuarta Hipótesis de Kirchhoff implica directamente que  $\sigma_{zz} = 0$ . Sin embargo, aunque la tercera hipótesis desprecie las deformaciones unitarias  $\varepsilon_{xz}$  y  $\varepsilon_{yz}$  y por tanto las tensiones de cizalla  $\sigma_{xz}$  y  $\sigma_{yz}$ , la teoría de placa elástica delgada no desprecia las fuerzas tangenciales  $F_{xz}$  y  $F_{yz}$  asociadas



(Ugural, 1981). La distribución de fuerzas y momentos que actúan sobre un elemento  $dxdy$  de la placa delgada bajo el efecto una carga superficial  $P$  puede verse en la Figura 4.6, donde se han representado los valores medios actuando en el centro de cada cara. La inclusión del peso de la placa, que es pequeño, en la carga superficial no afecta a los resultados (Ugural, 1981).

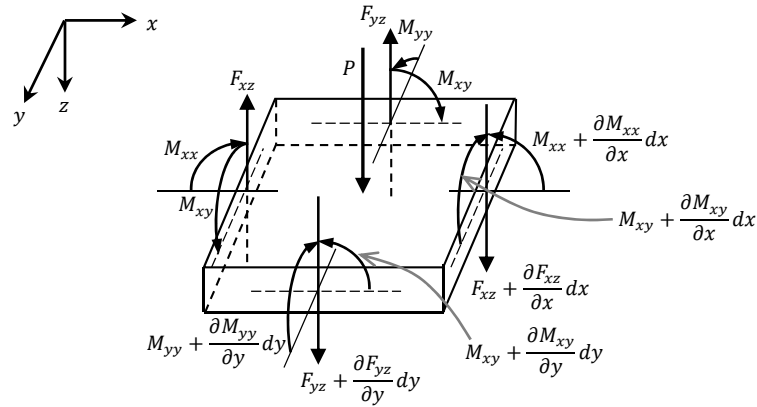


Figura 4.6: Distribución de fuerzas y momentos actuando sobre un elemento  $dxdy$  de placa delgada bajo el efecto de una carga superficial  $P$ .

La condición de equilibrio de las fuerzas en la dirección del eje  $z$  viene dada por:

$$\frac{\partial F_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial F_{yz}}{\partial y} + P = 0 \quad (4-22)$$

Mientras que las condiciones de equilibrio de los momentos respecto de los ejes  $x$  e  $y$  son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} &= F_{yz} \\ \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} &= F_{xz} \end{aligned} \quad (4-23)$$

Introduciendo (4-23) en (4-22) se obtiene la ecuación diferencial de equilibrio para la flexión de placas elásticas delgadas:

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + P = 0$$

La expresión anterior puede obtenerse en función de la propia flexión,  $w$ , utilizando (4-20):

$$D \left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] - P = 0 \quad (4-24)$$

La resultante de las fuerzas másicas gravitatorias en la litosfera oceánica, que reposa sobre el manto y se encuentra bajo el efecto de una carga superficial viene dada por (Figura 4.7):

$$gh(\rho_c - \rho_a) + gw(\rho_r - \rho_m) \quad (4-25)$$

Donde  $\rho_c, \rho_a, \rho_r$  y  $\rho_m$  son, respectivamente, las densidades de la carga, del material que desplaza la carga (aire o agua), del material de relleno y del manto. Introduciendo (4-25) en (4-24) se obtiene:

$$D \left[ \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x,y)}{\partial y^4} \right] + (\rho_m - \rho_r) w(x,y)g = (\rho_c - \rho_a) h(x,y)g \quad (4-26a)$$

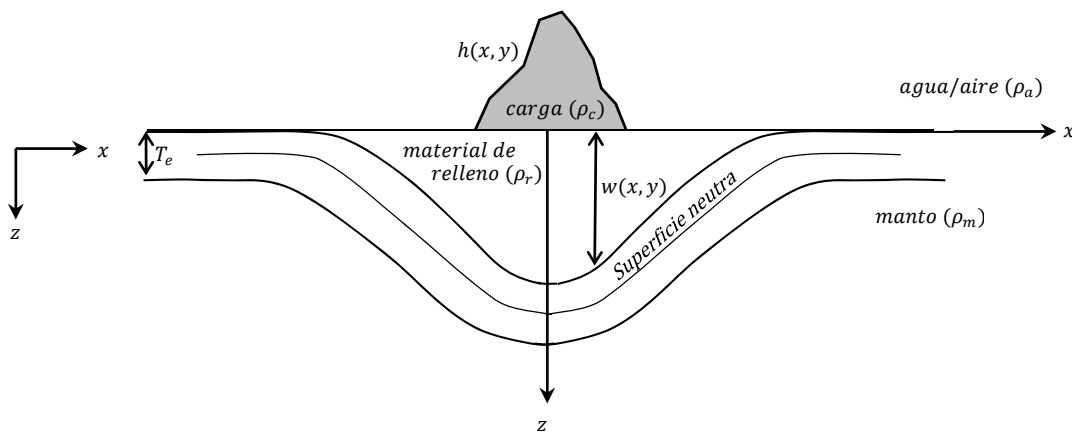


Figura 4.7: Esquema de la litosfera oceánica flexionada bajo el efecto de una carga superficial.

Denotando al operador Laplaciano por  $\Delta$  ( $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ): (Minshull et al., 2010)

$$D\Delta^2 w(x,y) + (\rho_m - \rho_{inf}) w(x,y)g = (\rho_c - \rho_a) h(x,y)g \quad (4-26b)$$

Donde

$$D = \frac{ET_e^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4-27)$$

Las expresiones (4-26a y 4-26b) representan la ecuación diferencial de la flexión de la litosfera producida por cargas superficiales para el modelo tridimensional, 3D. Cuando la carga es una cadena montañosa, la flexión se produce en un plano normal a la dirección de la misma por lo que el problema puede considerarse bidimensional, pues en la tercera dimensión no hay tensión ni deformación. Si el sistema de coordenadas se define de forma que el eje  $y$  coincida con la dirección de la cadena montañosa, el eje  $z$  vertical y positivo hacia abajo, y el eje  $x$  formando un triedro directo, la expresión (4-26a) se transforman en:

$$D \frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} + gw(x)(\rho_m - \rho_r) = gh(x)(\rho_c - \rho_a) \quad (4-28)$$

Que representa la ecuación diferencial de la flexión de la litosfera producida por cargas de superficie para el modelo bidimensional, 2D. La solución analítica de la ecuación (4-28) para una carga puntual  $h$  situada en  $x = 0$  viene dada por:

$$w(x) = \frac{\alpha(\rho_c - \rho_a)h}{2(\rho_m - \rho_r)} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sen \alpha x) \quad (4-29)$$

Donde

$$\alpha = \left[ \frac{(\rho_m - \rho_r)g}{4D} \right]^{1/4} \quad (4-30)$$

La obtención de la expresión (4-29) puede consultarse en el Apéndice 2. En vista de la expresión (4-29), la flexión tiene forma sinusoidal con amplitud exponencialmente amortiguada y longitud de onda igual a  $2\pi/\alpha$ . La máxima amplitud, que corresponde con la flexión máxima, se produce bajo la carga  $x = 0$  mientras que el abombamiento lateral generado por la propia flexión alcanza su máximo en  $x = \pm \pi/\alpha$  y es solo 0,0432 veces la flexión máxima (Figura 4.8).

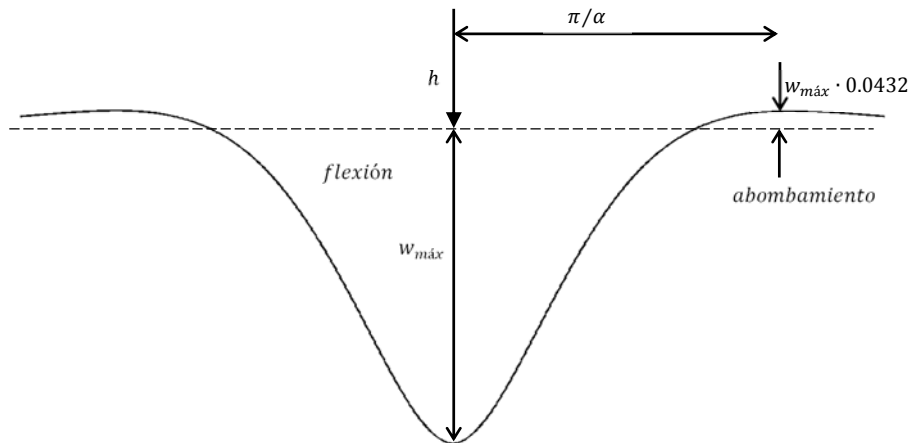


Figura 4.8: Flexión elástica 2D generada por una carga puntual  $h$ .

Puesto que  $\alpha$  depende de  $D$  (4-30) y ésta a su vez depende de  $T_e$  (4-27), la longitud de onda de la flexión depende únicamente del espesor elástico (Tabla 4.1), mientras que la amplitud depende tanto del espesor elástico como de la carga. Este es el motivo por el que el modelo elástico queda descrito por el valor de  $T_e$ . Sin embargo, no es el espesor mecánico de la litosfera, sino el espesor de una placa elástica delgada que bajo las mismas condiciones se flexiona como la litosfera, por lo que suele denominarse espesor elástico efectivo, espesor

elástico equivalente o simplemente espesor elástico (Watts, 1978; Lambeck et al., 1984; Wessel, 1993; Watts et al., 2015).

$T_e$ (km)	10	15	20	25	30	35	40	45	90	130
$\frac{2\pi}{\alpha}$ (km)	308	418	518	612	702	788	870	950	1600	1053
$\frac{\pi}{\alpha}$ (km)	154	209	259	306	351	294	435	475	800	2106

Tabla 4.1: Valores de la longitud y semi-longitud de onda de la flexión, redondeados al km, correspondientes a diferentes valores de  $T_e$  para la litosfera oceánica

### $T_e$ variable

Si el espesor de la litosfera varía lateralmente,  $T_e(x, y)$ , los límites de las integrales de (4-20) son también variables y

$$D(x, y) = \frac{ET_e^3(x, y)}{12(1 - \nu^2)}$$

En este caso, la ecuación diferencial que rige la flexión de una placa elástica delgada es (Wessel, 1993; Stewart & Watts, 1997):

$$\Delta(D(x, y) \Delta w(x, y)) - (1 - \nu) \left[ \frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \right] + (\rho_m - \rho_{inf}) w(x, y) g = (\rho_c - \rho_w) h(x, y) g \quad (4-31)$$

Si la variación de  $D(x, y)$  es lineal tanto en  $x$  como en  $y$  la ecuación (4-31) se transforma en

$$\Delta(D(x, y) \Delta w(x, y)) + (\rho_m - \rho_{inf}) w(x, y) g = (\rho_c - \rho_w) h(x, y) g \quad (4-32)$$

### 4.2.2. Modelo viscoelástico

El modelo viscoelástico ha sido tradicionalmente más utilizado para modelar la flexión de la litosfera continental por ser las edades de las cargas mayores que las de las cargas superficiales situadas sobre la litosfera oceánica y, por tanto, los efectos de la viscoelasticidad más evidentes (Watts et al., 1982). Sin embargo, recientemente algunos autores han aplicado este modelo a la flexión de la litosfera oceánica generada por cargas superficiales jóvenes (Minshull et al., 2010; Watts et al., 2015). Como ya se ha comentado anteriormente el comportamiento viscoelástico combina el comportamiento elástico lineal con el de un fluido viscoso newtoniano incompresible. El primero es análogo al comportamiento de un muelle mientras que el segundo lo es al de un amortiguador (Figura 4.9). La combinación en

serie de un muelle y un amortiguador presenta un comportamiento análogo al de un sólido viscoelástico, también conocido como sólido de Maxwell, en el que la deformación instantánea generada por la componente elástica lineal es seguida de la deformación correspondiente a la componente viscosa (Ranalli, 1995).

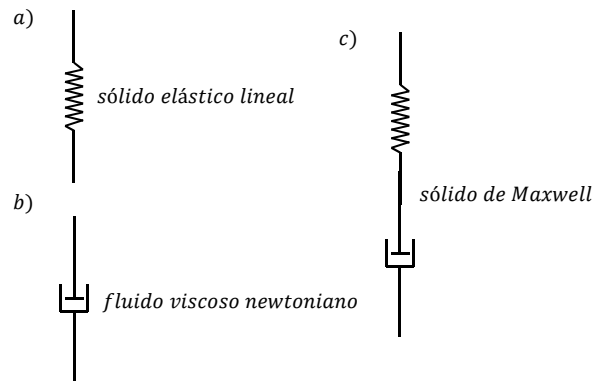


Figura 4.9: Representación del comportamiento de (a) un sólido elástico lineal, (b) un fluido viscoso newtoniano y (c) un sólido viscoelástico o de Maxwell utilizando su analogía con un muelle y un amortiguador.

Por tanto, el tensor de deformación unitaria en un sólido viscoelástico viene dado por la suma de los correspondientes tensores producidos por las componentes elástica y viscosa:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^v$$

Donde los superíndices  $e$  y  $v$  indican, respectivamente, que se trata del tensor elástico y del viscoso. Si se consideran las deformaciones unitarias en la dirección del eje  $x$ :

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^e + \varepsilon_{xx}^v \quad (4-33)$$

Según la ecuación (4-8a)

$$\varepsilon_{xx}^e = \frac{1}{E} \left( \sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \right)$$

Al trabajar con placas viscoelásticas, y con el fin de facilitar los cálculos, se asume que la placa también es incompresible en su componente elástica (Nadai, 1963). Considerando  $\nu = 0,50$  en la expresión anterior se tiene:

$$\varepsilon_{xx}^e = \frac{1}{E} \left( \sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{2} \right) \quad (4-34)$$

Por otro lado, según la ecuación (4-15) y recordando que  $\gamma = 3\eta$ :

$$\dot{\varepsilon}_{xx}^v = \frac{1}{3\eta} \left( \sigma_{xx} - \frac{\sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{2} \right)$$

Que usando (4-34) puede escribirse

$$\dot{\varepsilon}_{xx}^v = \frac{E}{3\eta} \varepsilon_{xx}^e$$

E integrando respecto del tiempo

$$\varepsilon_{xx}^v = \frac{E}{3\eta} \varepsilon_{xx}^e t \quad (4-35)$$

Donde  $t$  es el tiempo transcurrido desde la aparición de la carga, es decir, la edad de la misma. Introduciendo (4-35) en (4-33)

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^e \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) \quad (4-36)$$

Donde

$$\tau = \frac{3\eta}{E} = \frac{\gamma}{E}$$

La expresión (4-36) representa el tensor de deformación unitaria de un material viscoelástico.  $\tau$ , denominado tiempo de relajación de Maxwell, tiene unidades de tiempo y es la relación entre la viscosidad del material y el módulo de Young. Según la ecuación (4-36),  $\tau$  es el momento en el que las deformaciones correspondientes a las componentes elástica y viscosa se igualan.

Repitiendo todo proceso desarrollado en el apartado 4.2.1 para la obtención de la ecuación diferencial que rige la flexión de una placa elástica delgada pero considerando ahora el tensor de deformaciones dado en la ecuación (4-36), se obtiene la ecuación diferencial de la flexión de una placa viscoelástica delgada bajo la acción de una carga de superficie (Nadai, 1963):

$$\tau D \Delta^2 \dot{w}(x, y, t) + (\rho_m - \rho_r) g (\tau \dot{w}(x, y, t) + w(x, y, t)) = (\rho_c - \rho_a) g h(x, y) \quad (4-37)$$

# Capítulo 5: Modelos numéricos de flexión

## 5.1. Modelos numéricos

El cálculo de la flexión litosférica, según los diferentes modelos propuestos, se ha realizado mediante programas desarrollados en *MATLAB R2007a*. Los resultados obtenidos para el modelo elástico 3D con  $T_e$  constante han sido comprobados mediante comparación con resultados obtenidos con *GMT 3.0* (Wessel & Smith, 1995). *GMT (Generic Mapping Tools)* es una colección de programas desarrollados en código abierto que permiten manipular información georreferenciada entre los que se incluye el cálculo de la flexión de una placa delgada generada por una carga considerando el modelo elástico. Esta herramienta ha sido utilizada en varios trabajos relacionados con el cálculo de la flexión de la litosfera oceánica (Minshull & Brozena, 1997; Collier & Watts, 2001; Minshull & Charvis, 2001; Ali et al., 2003; Pim et al., 2008; Kumar & Kawakatsu, 2011; Wilson et al., 2013; Watts et al., 2015).

Para la resolución de las ecuaciones obtenidas para los diferentes modelos (4-26b), (4-32) y (4-37) se ha considerado que la litosfera se comporta como un filtro lineal invariante en el espacio por lo que la flexión  $w(x, y)$  viene dada por la convolución de la función carga  $h(x, y)$  con la función de transferencia  $\phi(x, y)$  o respuesta del sistema (Watts, 2001):

$$\text{Input} \rightarrow \text{Filtro} \rightarrow \text{Output} = \text{Input} * \text{función de transferencia}$$

$$h(x, y) \rightarrow \text{Litosfera} \rightarrow w(x, y) = h(x, y) * \phi(x, y)$$

Puesto que el Teorema de Convolución afirma que Transformada de Fourier de la convolución de dos funciones en el dominio espacial es equivalente al producto de las Transformadas de Fourier de dichas funciones, se ha optado por utilizar esta técnica para resolver dichas ecuaciones. Las soluciones obtenidas para los tres modelos, elástico 3D con

$T_e$  constante, elástico 3D con  $T_e$  variable y viscoelástico 3D, consisten en determinar la Transformada de Fourier de la función de transferencia para el modelo en cuestión y multiplicarla por la Transformada de Fourier de la carga obteniendo así la Transformada de Fourier de la flexión. Llamando:

$$\begin{aligned}\Phi(k, l) &= \mathcal{F}\{\phi(x, y)\} \\ \mathbf{H}(k, l) &= \mathcal{F}\{h(x, y)\} \\ \mathbf{W}(k, l) &= \mathcal{F}\{w(x, y)\}\end{aligned}$$

Donde  $\mathcal{F}$  indica Transformada de Fourier,  $(x, y)$  son las variables en el dominio espacial y  $(k, l)$  las variables en el dominio de la frecuencia. La Transformada de Fourier de la flexión viene dada por:

$$\mathbf{W}(k, l) = \mathbf{H}(k, l)\Phi(k, l)$$

O bien

$$\mathcal{F}\{w(x, y)\} = \mathcal{F}\{h(x, y)\}\mathcal{F}\{\phi(x, y)\} \quad (5-1)$$

Finalmente, la flexión se obtiene aplicando la inversa de la transformada a  $\Phi(k, l) = \mathcal{F}\{w(x, y)\}$ .

La Transformada de Fourier de la función de transferencia correspondiente al modelo elástico 3D con  $T_e$  constante viene dada por:

$$\Phi_e = \mathcal{F}\{\phi_e\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r)} \left[ \frac{D(k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]^{-1} \quad (5-2)$$

(Se han omitido las variables)

Para el modelo elástico 3D con  $T_e$  variable:

$$\Phi_{el} = \mathcal{F}\{\phi_{el}\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r)} \left[ \frac{(k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{Dh\}}{(\rho_m - \rho_r)g \mathcal{F}\{h\}} + 1 \right]^{-1} \quad (5-3)$$

Y para el modelo viscoelástico 3D:

$$\Phi_v = \mathcal{F}\{\phi_v\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r) \left[ \frac{D(k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]} \left[ 1 + \frac{D(k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau \left[ \frac{D(k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]}} \right) \right] \quad (5-4)$$



La obtención de las expresiones (5-2) (5-3) y (5-4) puede consultarse en el Apéndice 3. El cálculo numérico de la flexión implica, por tanto, el uso de los algoritmos de la Transformada Rápida de Fourier y su inversa por lo que las funciones  $h(x, y)$  y  $\mathcal{F}\{\phi_i(x, y)\}$  ( $i = e, e', v$ ) deben ser muestreadas sobre una cuadrícula  $N \times M$  nodos, donde tanto  $N$  como  $M$  deben ser potencia de 2 ( $N = 2^n, M = 2^m$ ). En este trabajo se ha optado por utilizar, inicialmente, una cuadrícula cuadrada  $N = M$  y  $\Delta x = \Delta y$ , siendo  $\Delta x$  y  $\Delta y$  los intervalos de muestreo en el dominio espacial, y la dimensión de la cuadrícula será denotada por  $X = N\Delta x$ .

### 5.1.1. Elección de la cuadrícula

La elección de la dimensión de la cuadrícula, así como del intervalo de muestreo es de suma importancia pues de ello depende la correcta reconstrucción de la flexión al aplicar la inversa de la Transformada Rápida de Fourier a la expresión (5-1). La Transformada de Fourier de la flexión, para cualquiera de los modelos propuestos, no es de banda-limitada porque la carga  $h(x, y)$  es una función limitada en el espacio. Según el Teorema de Niquist o de Muestreo, para que una función pueda ser reconstruida a partir de sus muestras es necesario que su Transformada de Fourier sea de banda-limitada. En caso contrario pueden aparecer diferencias entre la propia función y su reconstrucción que pueden minimizarse aumentando las dimensiones de la cuadrícula y disminuyendo los intervalos de muestreo en el dominio espacial.

Con el fin de encontrar la cuadrícula que minimiza estas diferencias se ha calculado, para diferentes cuadrículas, la flexión generada por una carga puntual  $h$  situada en  $x = 0$  considerando un modelo elástico 2D con  $T_e$  constante. Utilizando la función de transferencia dada por (5-2) particularizada para 2D, por lo que en este caso  $M = 1$ , se han comparado los resultados con la solución analítica (4-29). Como ya se comentó en el Apartado 4.2.1., la flexión tiene forma sinusoidal con amplitud exponencialmente amortiguada, longitud de onda dependiente de  $T_e$  (Tabla 4.1) y amplitud dependiente tanto de  $T_e$  como de  $h$ , por lo que los cálculos se han realizado para diferentes valores de ambos parámetros. En la Tabla 5.1 se muestran los valores de los parámetros utilizados en este análisis.

Parámetro		Valores
Densidad carga	$\rho_c (kg m^{-3})$	2700
Densidad material relleno	$\rho_r (kg m^{-3})$	2670
Densidad manto	$\rho_m (kg m^{-3})$	3330
Densidad aire	$\rho_a (kg m^{-3})$	1,300
Espesor elástico	$T_e (km)$	10, 20, 35, 45, 90 130
Incremento muestreo	$\Delta x (km)$	1, 2, 4, 8, 16
Dimensión cuadrícula	$X (km)$	512, 1024, 2048, 4096, 8192
Volumen carga	$V (km^3)$	100, 1000

Tabla 5.1: Valores de los parámetros utilizados para el cálculo de la flexión generada por una carga puntual considerando diferentes cuadrículas

Las diferencias entre las soluciones obtenidas para cada cuadrícula y la solución analítica se han determinado por medio del error medio cuadrático (*emc*):

$$emc = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (w_i^{analitica} - w_i^{FFT})^2}{(N - 1)N}}$$

Donde N es el número de nodos. Los resultados se muestran en las Tablas 5.2 y Tablas 5.3. En vista de los resultados se concluye que:

1. Los *emc* aumentan proporcionalmente a la carga.
2. En líneas generales, los *emc* aumentan al incrementar  $\Delta x$  y al disminuir  $T_e$  y  $X$ .
3. Los *emc* aumentan al disminuir la dimensión de la cuadrícula  $X$  y al aumentar el intervalo de muestreo  $\Delta x$ , como era de esperar por no cumplirse el Teorema de Nisquist.
4. Para cada valor de  $T_e$ , los *emc* disminuyen a partir de un cierto valor de  $X$  de forma prácticamente independiente de  $\Delta x$ . Este valor de  $X$  es al menos el doble de la longitud de onda de la flexión correspondiente al valor de  $T_e$  (Tabla 4.1).
5. Considerando  $h = 100 km^3$ ,  $\Delta x \leq 4 km$ ,  $T_e \leq 30 km$  y  $X \geq 2048 km$  los valores de los *emc* prácticamente no varían y son inferiores a 1 *cm*, llegando a 4 *cm* para  $T_e = 60 km$ .
6. Considerando  $h = 1000 km^3$ ,  $\Delta x \leq 16 km$ ,  $30 \leq T_e \leq 130 km$  y  $X \geq 8192 km$  los valores de los *emc* prácticamente no varían y son inferiores a 1 *cm*.

		$\Delta x = 1 \text{ km} \quad h=100 \text{ km}^3$												
emc (m)		$T_e \text{ (km)}$												
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01
	2048	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,02	0,03	0,08	0,14	0,20	0,25	0,29	0,32
	1024	0,00	0,05	0,16	0,57	0,87	0,95	0,92	0,95	1,10	1,28	1,44	1,56	1,66
	512	0,18	2,47	2,61	3,65	4,59	5,20	5,94	6,92	8,06	9,24	10,39	11,50	12,53

		$\Delta x = 2 \text{ km} \quad h=100 \text{ km}^3$												
emc (m)		$T_e \text{ (km)}$												
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	2048	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,03	0,05	0,11	0,19	0,28	0,35	0,41	0,45
	1024	0,00	0,08	0,23	0,80	1,22	1,34	1,30	1,35	1,55	1,80	2,03	2,21	2,35
	512	0,25	3,50	3,70	5,17	6,50	7,36	8,40	9,80	11,41	13,08	14,71	16,27	17,74

		$\Delta x = 4 \text{ km} \quad h=100 \text{ km}^3$												
emc (m)		$T_e \text{ (km)}$												
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01
	2048	0,00	0,00	0,00	0,01	0,04	0,04	0,07	0,16	0,27	0,39	0,50	0,58	0,63
	1024	0,00	0,11	0,32	1,13	1,73	1,89	1,84	1,91	2,20	2,55	2,87	3,13	3,32
	512	0,36	4,95	5,24	7,32	9,21	10,43	11,91	13,88	16,16	18,53	20,85	23,06	25,13

		$\Delta x = 8 \text{ km} \quad h=100 \text{ km}^3$												
emc (m)		$T_e \text{ (km)}$												
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,02
	2048	0,00	0,00	0,00	0,02	0,05	0,06	0,10	0,22	0,39	0,55	0,70	0,82	0,89
	1024	0,01	0,15	0,45	1,61	2,46	2,68	2,61	2,71	3,11	3,62	4,07	4,43	4,71
	512	0,51	7,03	7,44	10,41	13,09	14,82	16,92	19,72	22,96	26,32	29,61	32,75	35,69

		$\Delta x = 16 \text{ km} \quad h=100 \text{ km}^3$												
emc (m)		$T_e \text{ (km)}$												
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,02	0,03
	2048	0,04	0,00	0,00	0,02	0,08	0,09	0,14	0,32	0,55	0,79	0,99	1,16	1,27
	1024	0,08	0,22	0,65	2,28	3,49	3,81	3,70	3,85	4,43	5,15	5,79	6,30	6,69
	512	0,77	10,03	10,62	14,91	18,75	21,21	24,19	28,17	32,77	37,55	42,24	46,70	50,89

		$\Delta x = 32 \text{ km} \quad h=100 \text{ km}^3$												
emc (m)		$T_e \text{ (km)}$												
		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,16	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,31	0,04	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04
	2048	0,63	0,08	0,02	0,03	0,11	0,12	0,20	0,45	0,78	1,12	1,41	1,64	1,80
	1024	1,28	0,35	0,96	3,27	4,97	5,42	5,27	5,50	6,34	7,38	8,30	9,02	9,59
	512	2,93	14,40	15,33	21,87	27,46	30,96	35,17	40,81	47,35	54,17	60,88	67,27	73,27

Tablas 5.2: Errores medios cuadráticos obtenidos para cada una de las cuadrículas generadas para  $V = 100 \text{ km}^3$  y variando  $T_e$ ,  $X$  y  $\Delta x$ . Las celdas sombreadas corresponden a emc inferiores a 0,01 m.

		$\Delta x = 1 \text{ km} \quad h=1000 \text{ km}^3$												
		$T_e \text{ (km)}$												
emc (m)		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,07
	2048	0,00	0,00	0,01	0,06	0,19	0,22	0,34	0,79	1,37	1,96	2,47	2,88	3,15
	1024	0,01	0,54	1,60	5,66	8,66	9,46	9,18	9,54	10,97	12,76	14,35	15,60	16,58
	512	1,78	24,70	26,13	36,48	45,89	51,96	59,35	69,21	80,57	92,37	103,9	114,9	125,2

		$\Delta x = 2 \text{ km} \quad h=1000 \text{ km}^3$												
		$T_e \text{ (km)}$												
emc (m)		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,03	0,05	0,08	0,10
	2048	0,00	0,00	0,02	0,08	0,27	0,31	0,48	1,12	1,94	2,77	3,50	4,07	4,46
	1024	0,01	0,77	2,26	8,01	12,25	13,39	12,99	13,50	15,51	18,05	20,30	22,08	23,46
	512	2,52	34,97	36,98	51,65	64,96	73,55	84,02	97,97	114,06	130,76	147,1	162,7	177,3

		$\Delta x = 4 \text{ km} \quad h=1000 \text{ km}^3$												
		$T_e \text{ (km)}$												
emc (m)		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,04	0,08	0,11	0,14
	2048	0,00	0,00	0,02	0,11	0,38	0,44	0,68	1,58	2,74	3,91	4,95	5,76	6,31
	1024	0,02	1,09	3,20	11,33	17,34	18,95	18,39	19,11	21,96	25,55	28,75	31,26	33,22
	512	3,58	49,55	52,41	73,21	92,07	104,2	119,1	138,8	161,6	185,3	208,5	230,6	251,3

		$\Delta x = 8 \text{ km} \quad h=1000 \text{ km}^3$												
		$T_e \text{ (km)}$												
emc (m)		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,02	0,05	0,11	0,16	0,20
	2048	0,03	0,00	0,03	0,16	0,53	0,62	0,97	2,24	3,88	5,54	7,01	8,16	8,94
	1024	0,06	1,55	4,55	16,06	24,57	26,85	26,06	27,08	31,13	36,22	40,75	44,30	47,08
	512	5,12	70,35	74,43	104,1	130,9	148,2	169,2	197,2	229,6	263,1	296,1	327,5	356,9

		$\Delta x = 16 \text{ km} \quad h=1000 \text{ km}^3$												
		$T_e \text{ (km)}$												
emc (m)		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	0,10	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	0,20	0,03	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,08	0,15	0,23	0,29
	2048	0,39	0,05	0,05	0,23	0,76	0,88	1,37	3,18	5,50	7,85	9,93	11,56	12,66
	1024	0,79	2,20	6,51	22,84	34,88	38,10	36,99	38,47	44,25	51,48	57,92	62,98	66,93
	512	7,67	100,3	106,2	149,1	187,5	212,1	241,9	281,7	327,7	375,5	422,4	467,0	508,9

		$\Delta x = 32 \text{ km} \quad h=1000 \text{ km}^3$												
		$T_e \text{ (km)}$												
emc (m)		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
X (km)	8192	1,56	0,20	0,06	0,03	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	4096	3,13	0,39	0,12	0,05	0,03	0,02	0,02	0,03	0,04	0,11	0,22	0,33	0,41
	2048	6,30	0,79	0,24	0,34	1,08	1,25	1,97	4,54	7,84	11,17	14,11	16,42	17,98
	1024	12,77	3,51	9,62	32,75	49,73	54,23	52,71	54,97	63,36	73,77	82,99	90,22	95,85
	512	29,3	144,03	153,3	218,7	274,6	309,6	351,7	408,1	473,5	541,7	608,8	672,7	732,7

Tablas 5.3: Errores medios cuadráticos obtenidos para cada una de las cuadrículas generadas para  $V = 1000 \text{ km}^3$  y variando  $T_e$ ,  $X$  y  $\Delta x$ . Las celdas sombreadas corresponden a emc inferiores a 0,01 m.

La Figura 5.1 es una muestra visual de las diferencias que existen entre la solución analítica y las obtenidas mediante la Transformada Rápida de Fourier con cuadrículas de diferentes dimensiones. Se muestran algunos de los casos en los que la escala permite apreciar tales diferencias. Las flexiones corresponden a una carga puntual de volumen  $h = 100 \text{ km}^3$ .

Finalmente, en este trabajo se ha decidido usar una cuadrícula de  $2048 \times 2048 \text{ km}^2$  con un intervalo de muestreo de  $4 \text{ km}$  para el modelo elástico la cual consta de  $512 \times 512$  nodos. Los valores de  $T_e$  obtenidos en diversos trabajos realizados en Canarias varían ente  $10$  y  $35 \text{ km}$  (Tabla 3.3) y las conclusiones del análisis muestran que la cuadrícula elegida permite reconstruir la flexión a partir de su Transformada Rápida de Fourier con un *emc* inferior a  $1 \text{ cm}$  para  $T_e \leq 30 \text{ km}$ , llegando a  $4 \text{ cm}$  para  $T_e \leq 60 \text{ km}$ . Teniendo en cuenta que las altitudes medias de las localizaciones se han obtenido con una precisión de  $1 \text{ m}$  (Apartado 2.2), la reconstrucción de la flexión utilizando dicha cuadrícula para  $T_e \leq 60 \text{ km}$  es válida para los propósitos de este trabajo.

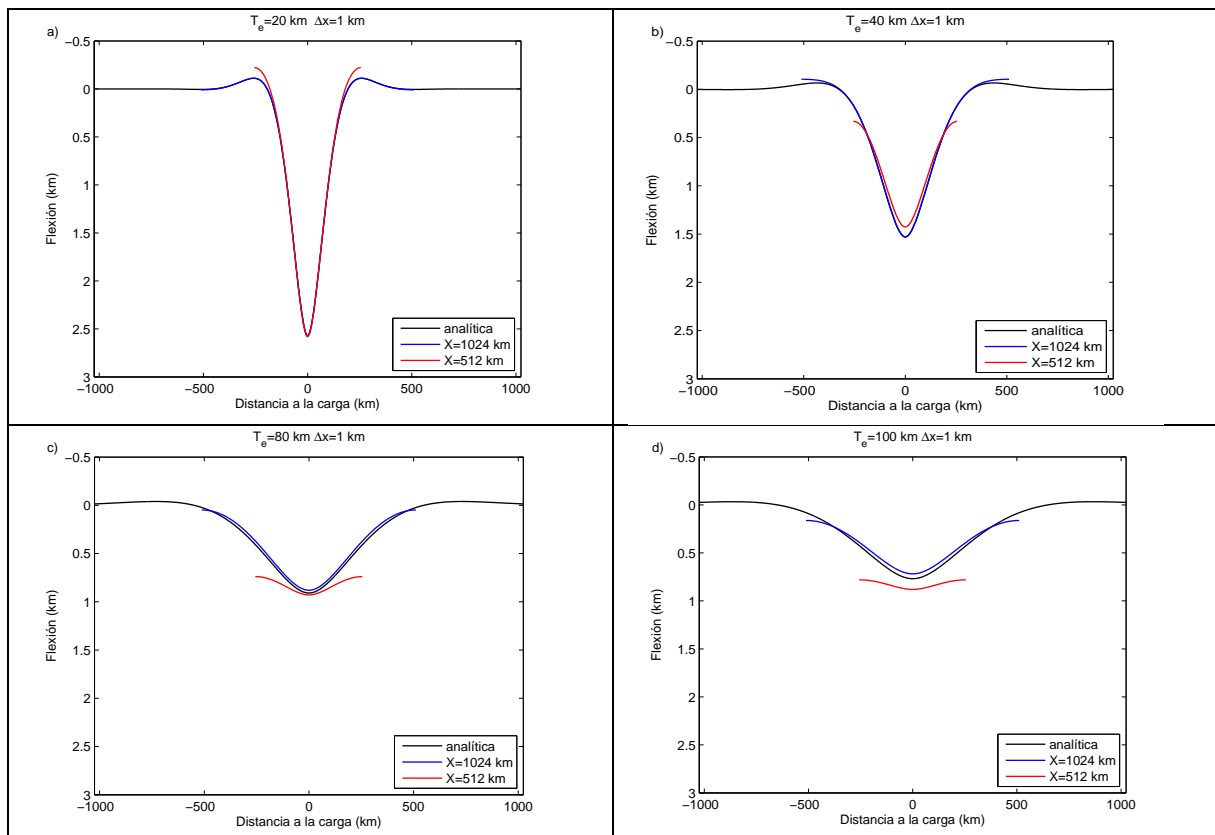


Figura 5.1: Diferencias entre la flexión analítica y la obtenida mediante FFT con cuadrículas de diferentes dimensiones oara diferentes valores de  $T_e$ . En todos los casos  $h = 100 \text{ km}^3$ .

Para el modelo viscoelástico que requiere espesores elásticos iniciales mayores y, por tanto, una cuadrícula de mayores dimensiones, se ha considerado una de  $8192 \times 8192 \text{ km}^2$ . Las conclusiones del análisis indican que se podría trabajar con un intervalo de muestreo de  $16 \text{ km}$ . Con este intervalo de muestreo, en la zona de localizaciones que tiene unas dimensiones aproximadas de  $16 \times 16 \text{ km}^2$  no quedaría representada de forma óptima. Por este motivo, se ha decidido trabajar con el mismo intervalo de muestreo que en caso elástico,  $4 \text{ km}$ , lo que supone una cuadrícula de  $2048 \times 2048$  nodos.

## 5.2. Sensibilidad del modelo elástico 3D

Para analizar la sensibilidad del modelo elástico 3D, éste se ha ejecutado para diferentes valores de  $T_e$  variando la forma, el volumen y la densidad de la carga. El análisis no se centra en lo que sucede bajo la carga sino en el comportamiento de la litosfera a una distancia comprendida entre 80 y 120 km de la carga, rango en el que se encuentran las localizaciones (Apartado 2.2.1). El rango de valores utilizados se muestra en la Tabla 5.4. Los valores de  $T_e$  y  $\rho_c$  se encuentran dentro del rango propuesto por diversos trabajos sobre la región de Canarias (Tabla 3.2). El volumen de material emitido por la isla de Tenerife en los últimos 4 ma,  $V$ , se ha modelado mediante un cilindro de radio  $r$ . Los valores de  $V$  y  $r$  son acordes a los resultados de los trabajos realizados sobre las emisiones de la isla de Tenerife en los últimos 4 ma (Apartado 2.3). Al material de relleno se le ha asignado una densidad  $\rho_r = 2700 \text{ kg m}^{-3}$  y al manto  $\rho_m = 3330 \text{ kg m}^{-3}$ . Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el apartado 5.1.1, la cuadrícula elegida para aplicar el modelo es de  $512 \times 512$  nodos con un intervalo de muestreo en el dominio del espacio de  $4 \text{ km}$ .

Parámetro		Mínimo	Máximo	Incremento
Densidad carga	$\rho_c \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$	2400	2900	100
Radio cilindro	$r \text{ (km)}$	20	30	5
Volumen carga	$V \text{ (km}^3\text{)}$	2945	3332	3142 <sup>(1)</sup>
Espesor elástico	$T_e \text{ (km)}$	10	60	10

Tabla 5.4: Rango de valores utilizados para analizar la sensibilidad del modelo de flexión en la zona de las localizaciones comprendida entre 80 y 120 km de la carga. <sup>(1)</sup> Se han considerado sólo los volúmenes máximo, mínimo y el correspondiente a un cilindro de 25 km de radio y 1600 m de altura.

### 5.2.1. En función de la forma

Para determinar la sensibilidad de la flexión frente a la variación del radio del cilindro que representa la carga, se ha ejecutado el modelo con tres cilindros de radio 20, 25 y 30 km considerando los diferentes valores de  $T_e$ . Puesto que la representación de la carga debe ser discreta, para determinar la altura de cada cilindro de manera que todos ellos representen el mismo volumen ( $3142 \text{ km}^3$ ) se ha tenido en cuenta la cantidad de nodos que abarca la base y la superficie de la celda de la cuadrícula ( $16 \text{ km}^2$ ) (Tabla 5.5 y Figura 5.2).

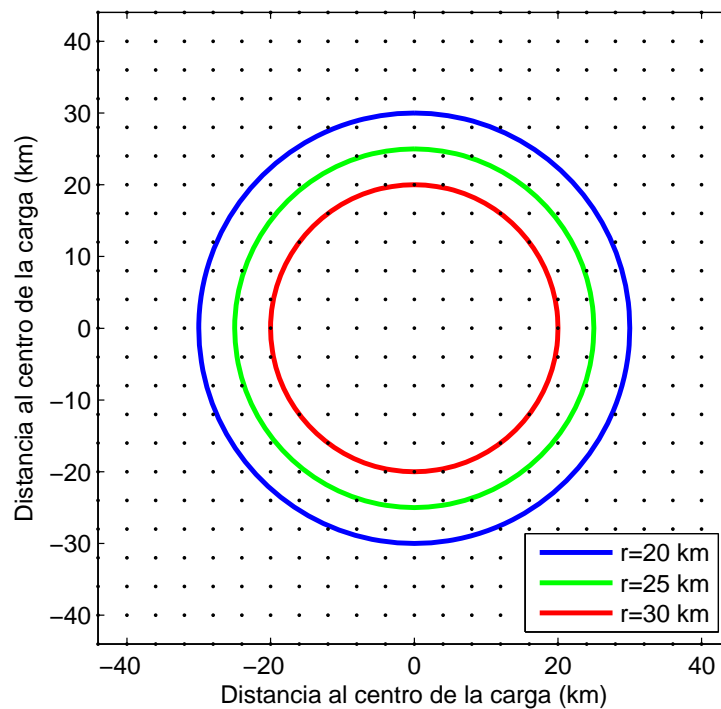


Figura 5.2: Contornos de los nodos ocupados por las bases de los diferentes cilindros que representan a la carga

Radio (km)	nº de nodos	Altura (m)
20	81	2424,4
25	121	1622,9
30	177	1109,5

Tabla 5.5: Valores utilizados para la representación discreta de los cilindros considerados en el análisis de la sensibilidad del modelo en función de la forma de la carga.

Los resultados se presentan mediante perfiles radiales que pueden consultarse en el Apéndice 4. La mayor diferencia entre las flexiones producidas por los cilindros de diferentes radios se manifiesta bajo la carga, aunque ésta disminuye al aumentar  $T_e$ . Por otro lado, cuanto menor es el radio del cilindro, mayor es la flexión bajo la carga. En la zona de estudio en la que se encuentran las localizaciones, los perfiles de flexión son prácticamente coincidentes, salvo para  $T_e = 10 \text{ km}$ . En este caso, aunque los perfiles no son coincidentes

son prácticamente paralelos. La Figura 5.3 muestra la flexión producida por los diferentes cilindros para  $T_e = 10 \text{ km}$  y  $T_e = 20 \text{ km}$ .

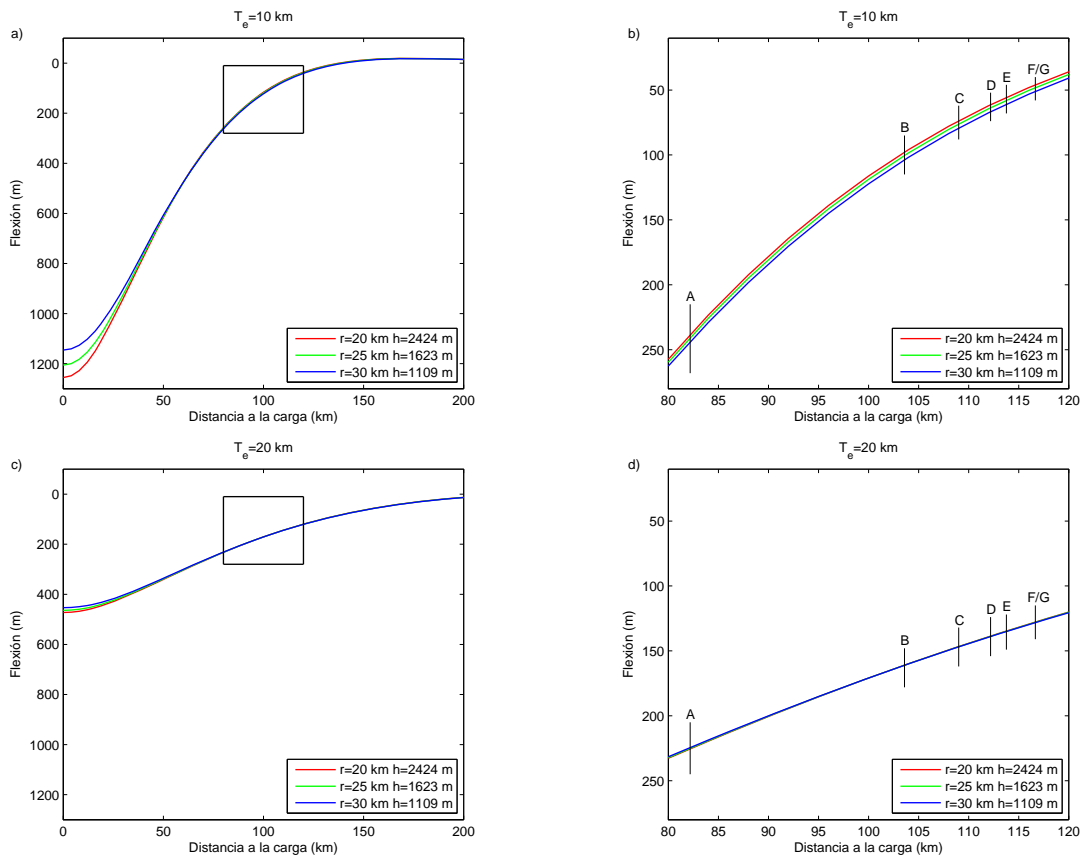


Figura 5.3: Perfiles de flexión variando la forma de la carga para  $T_e = 10$  y  $20 \text{ km}$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.

### 5.2.2. En función del volumen

La sensibilidad de la flexión al volumen de la carga se ha analizado ejecutando el modelo con tres cilindros de radio igual a  $25 \text{ km}$ , con alturas diferentes para obtener los tres volúmenes propuestos y considerando diferentes valores de  $T_e$ . Los valores de las alturas de los tres cilindros y los volúmenes que representan se muestran en la Tabla 5.6:

	Volumen ( $\text{km}^3$ )	Altura (m)
Mínimo	2945	1521,2
Medio	3142	1622,9
Máximo	3332	1721,1

Tabla 5.6: Alturas asignadas a los cilindros de  $25 \text{ km}$  de radio para que la representación discreta de la carga tenga los volúmenes buscados.

Los resultados se presentan mediante perfiles radiales (Figura 5.4 y Figura 5.5). En el Apéndice 4 pueden consultarse las mismas figuras a una escala mayor.



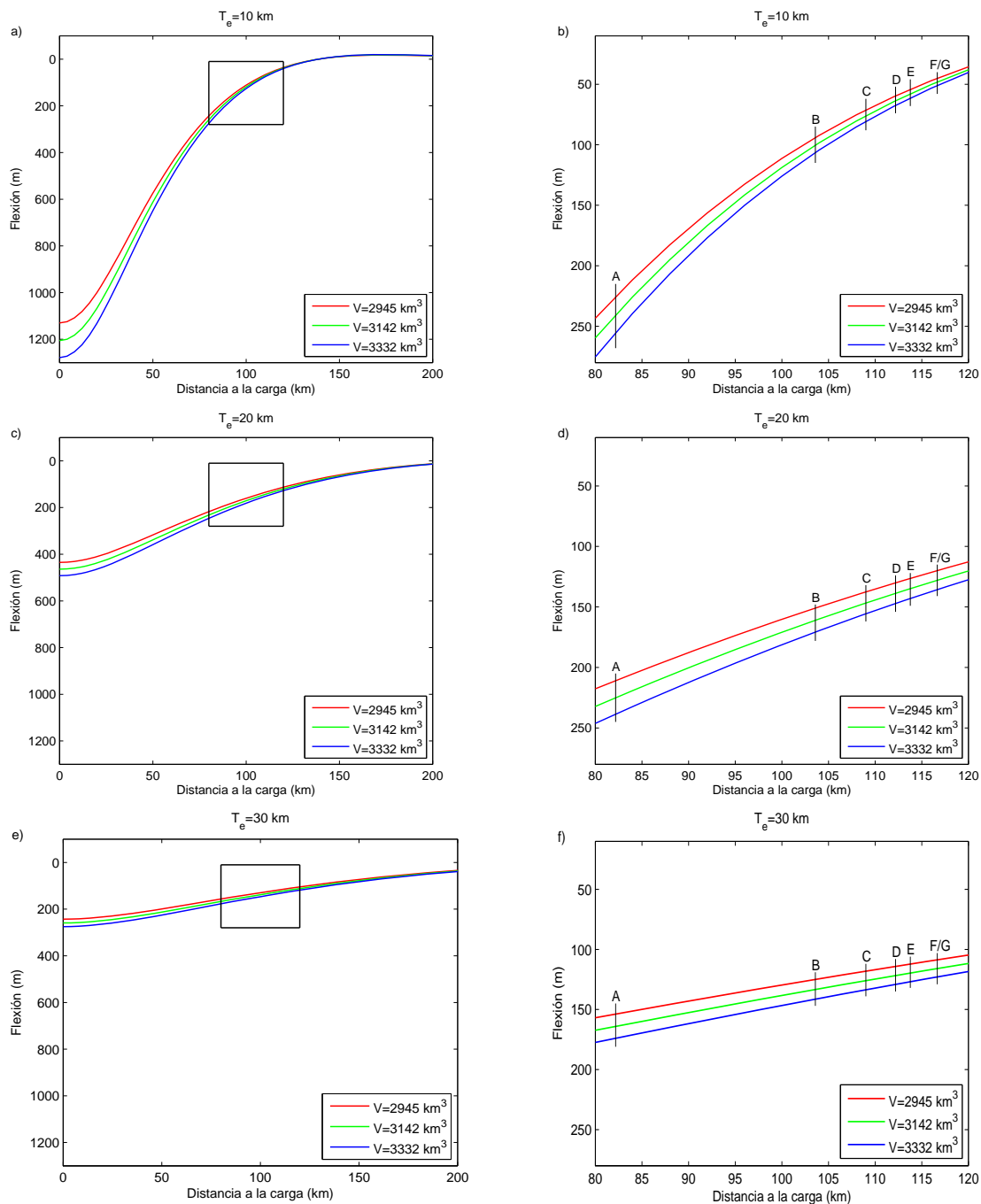


Figura 5.4: Perfiles de flexión variando el volumen de la carga para  $T_e = 10, 20$  y  $30$  km. Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.

La mayor diferencia entre las flexiones producidas por los cilindros que representan diferentes volúmenes también se manifiesta bajo la carga y también disminuye al aumentar  $T_e$ . Como era de esperar, cuanto mayor es el volumen, mayor es la flexión bajo la carga. En la zona de estudio, los perfiles de flexión no son coincidentes, pero son prácticamente paralelos. Se aprecia que al aumentar  $T_e$ , los perfiles producidos por los diferentes volúmenes se van aproximando lentamente y el paralelismo es cada vez mayor.

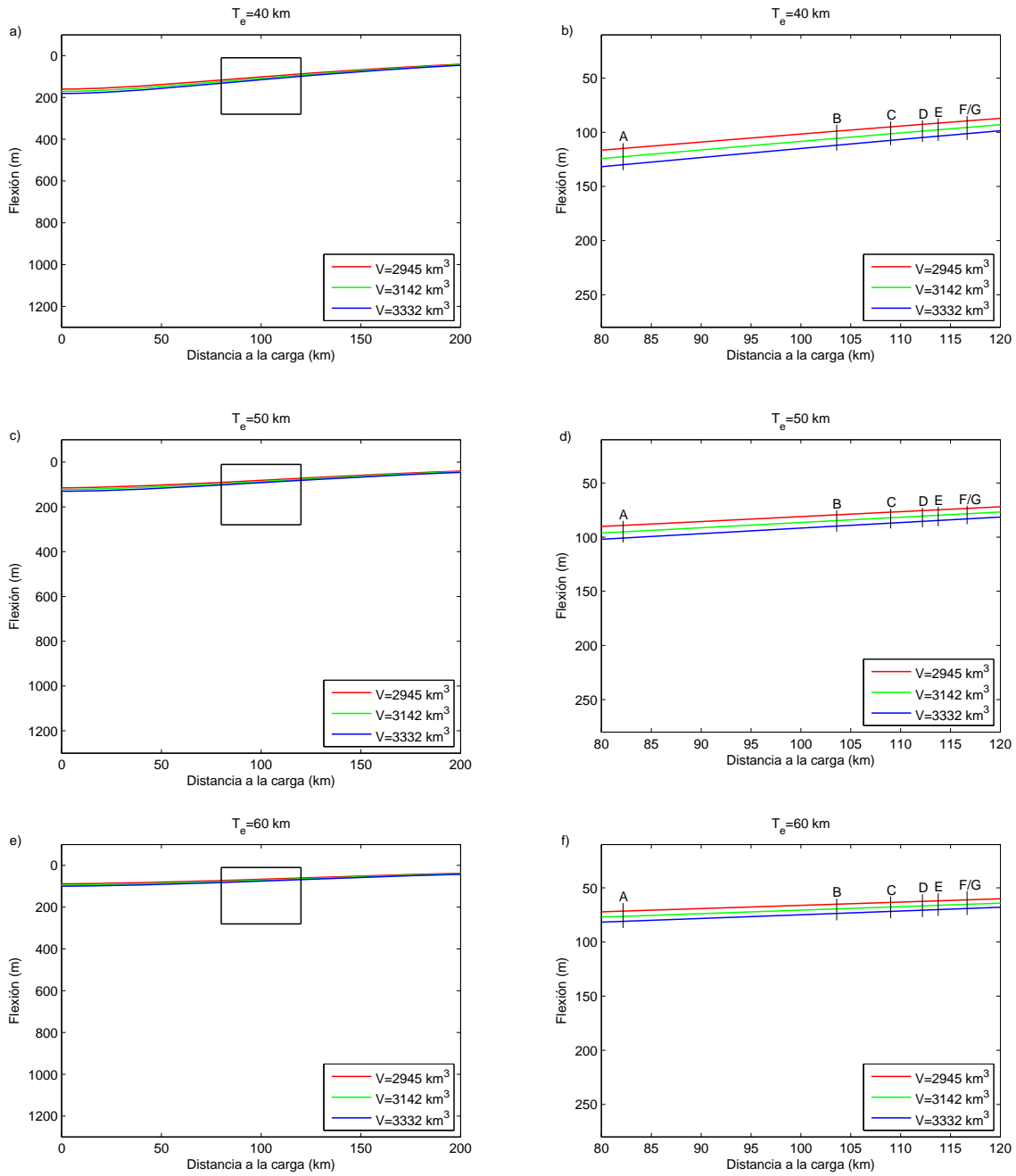


Figura 5.5: Perfiles de flexión variando el volumen de la carga para  $T_e = 40, 50$  y  $60$  km. Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.

### 5.2.3. En función de la densidad

La sensibilidad de la flexión a la densidad de la carga se ha analizado ejecutando el modelo considerando un cilindro de  $25$  km de radio y  $1622,9$  m de altura variando su densidad entre  $2400$  y  $2900$  kg m<sup>-3</sup> y considerando los diferentes valores de  $T_e$ .

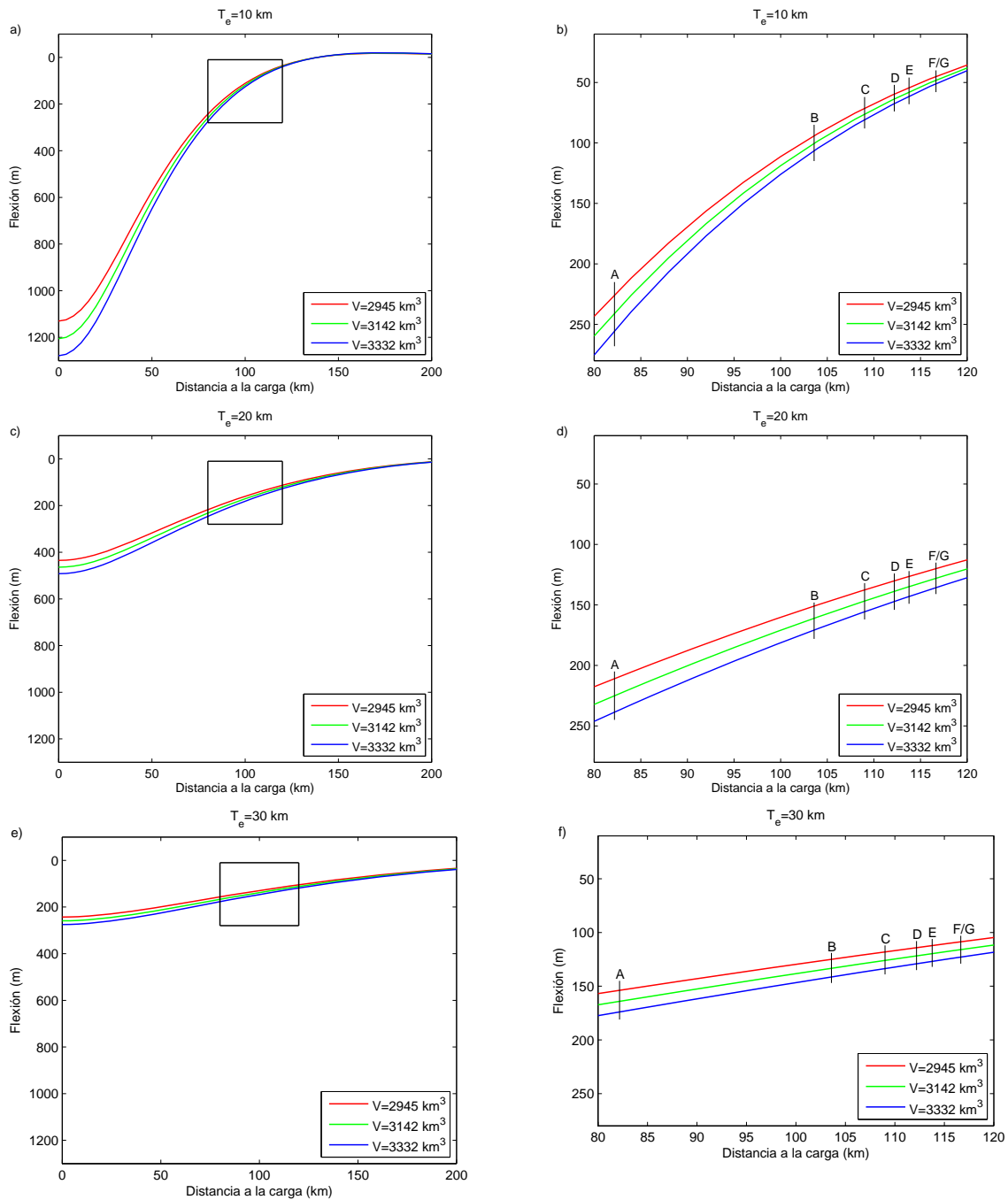


Figura 5.6: Perfiles de flexión variando la densidad de la carga para  $T_e = 10, 20$  y  $30$  km. Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.

Los resultados se presentan mediante perfiles radiales (Figura 5.6 y Figura 5.7). En el Apéndice 4 pueden consultarse las mismas figuras a mayor escala. Al igual que en los análisis anteriores, variación de forma y de volumen, la mayor diferencia entre las flexiones producidas por la carga considerando variaciones en la densidad se manifiesta bajo la carga y también disminuye al aumentar  $T_e$ . Como era de esperar, cuanto mayor es la densidad de la carga, mayor es la flexión bajo la carga. En la zona de estudio, los perfiles de flexión no son

coincidentes. Se aprecia que al aumentar  $T_e$ , la curvatura de la flexión va disminuyendo, pero las diferencias entre las flexiones producidas por diferentes densidades de la carga prácticamente no disminuyen.

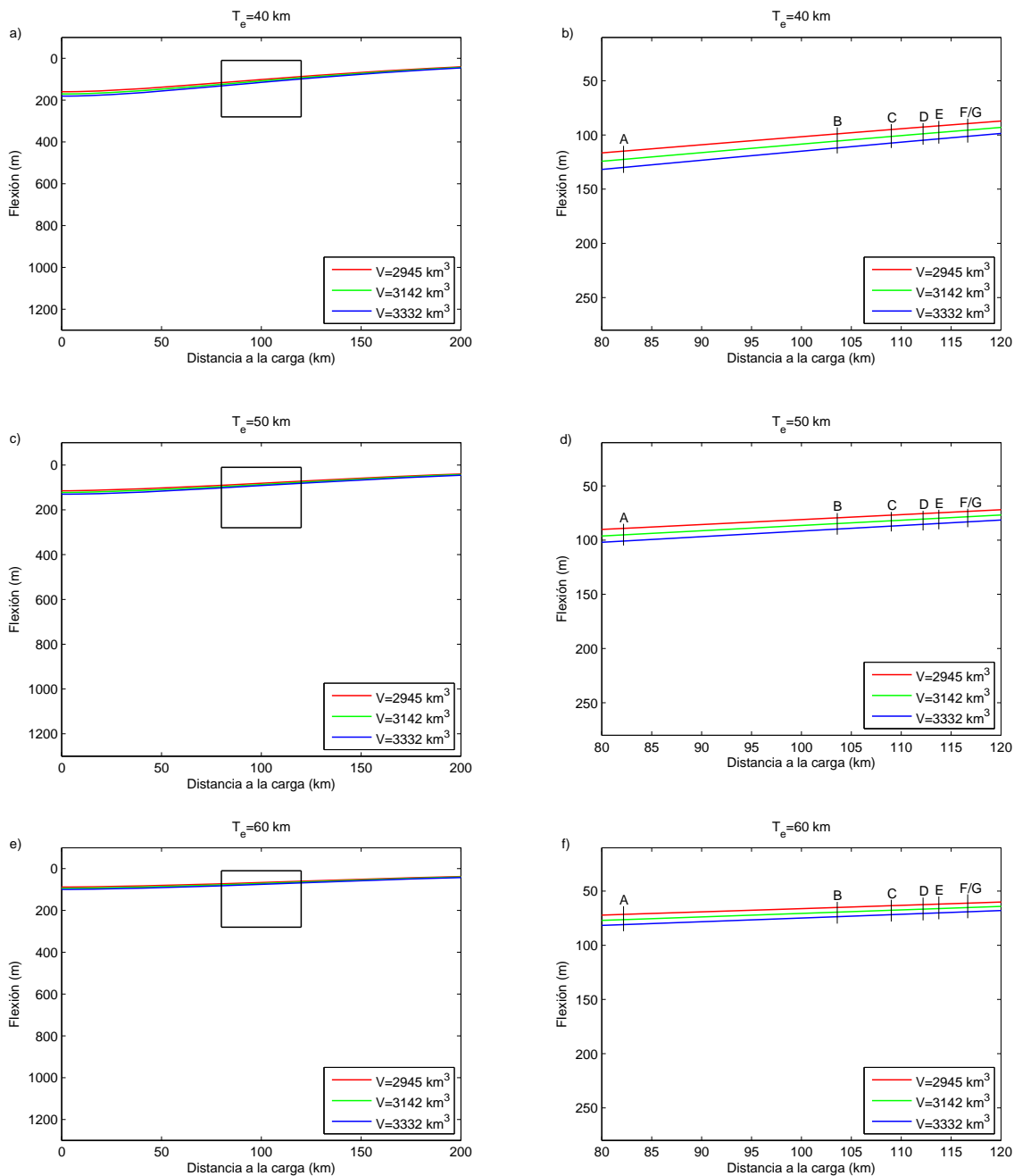


Figura 5.7: Perfiles de flexión variando la densidad de la carga para  $T_e = 40, 50$  y  $60$  km. Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.

### 5.2.4. Conclusiones

A modo de resumen se presentan las máximas diferencias de flexión y de pendiente obtenidas para cada valor de  $T_e$  en los extremos del área de estudio (Tabla 5.7 y Tabla 5.8).

En cada perfil se ha calculado la pendiente existente entre los dos primeros y los dos últimos nodos dividiendo la diferencia de flexión entre el intervalo de muestreo. Después, para cada uno de los casos analizados, variación de forma, volumen y densidad, se ha determinado la máxima diferencia.

		Máxima diferencia de flexión (m)					
		Forma		Volumen		Densidad	
		80 km	120 km	80 km	120 km	80 km	120 km
T (km)	10	5,25	5,10	32,0	6,2	48,1	9,3
	20	1,12	0,43	28,6	16,0	43,0	24,0
	30	0,94	0,22	20,6	14,4	31,2	21,6
	40	0,62	0,25	15,3	11,8	23,0	17,8
	50	0,41	0,21	11,8	9,7	17,8	14,6
	60	0,29	0,16	9,48	8,0	14,2	12,1

Tabla 5.7: Diferencias máximas de flexión (m) en los extremos de la zona de estudio para cada valor de  $T_e$  al variar la forma, el volumen y la densidad de la carga en el área de estudio.

		Máximas diferencias de pendiente (%)					
		Forma		Volumen		Densidad	
		80 km	120 km	80 km	120 km	80 km	120 km
T (km)	10	0,011	0,007	0,10	0,04	0,16	0,07
	20	0,007	0,002	0,04	0,03	0,06	0,05
	30	0,003	0,001	0,02	0,02	0,03	0,02
	40	0,001	0,0008	0,01	0,01	0,01	0,01
	50	0,0007	0,0004	0,006	0,006	0,009	0,009
	60	0,0004	0,0003	0,004	0,004	0,006	0,006

Tabla 5.8: Diferencias máximas de pendientes (%) para cada valor de  $T_e$  al variar la forma, el volumen y la densidad de la carga en el área de estudio.

Tras el análisis, se comprueba que los efectos de las variaciones de forma, volumen y densidad son significativos bajo la carga. Sin embargo, en el área de estudio donde está localizada la isla de Gran Canaria, las conclusiones del análisis son:

1. Los perfiles de flexión generados por cargas de diferentes formas son prácticamente coincidentes.
2. Los perfiles de flexión generados por cargas de diferentes volúmenes tienen prácticamente la misma pendiente pero sus valores absolutos pueden diferir entre 3 y 17 m siendo menores al aumentar el valor de  $T_e$  y la distancia a la carga.
3. La curvatura de la flexión generada por cargas de diferentes densidades va disminuyendo al aumentar el valor de  $T_e$ , pero las diferencias entre las flexiones producidas por diferentes densidades para un mismo valor de  $T_e$  prácticamente no disminuyen. Los valores absolutos de las diferencias se encuentran entre 10 y 50 m siendo menores al aumentar el valor de  $T_e$  y la distancia a la carga.

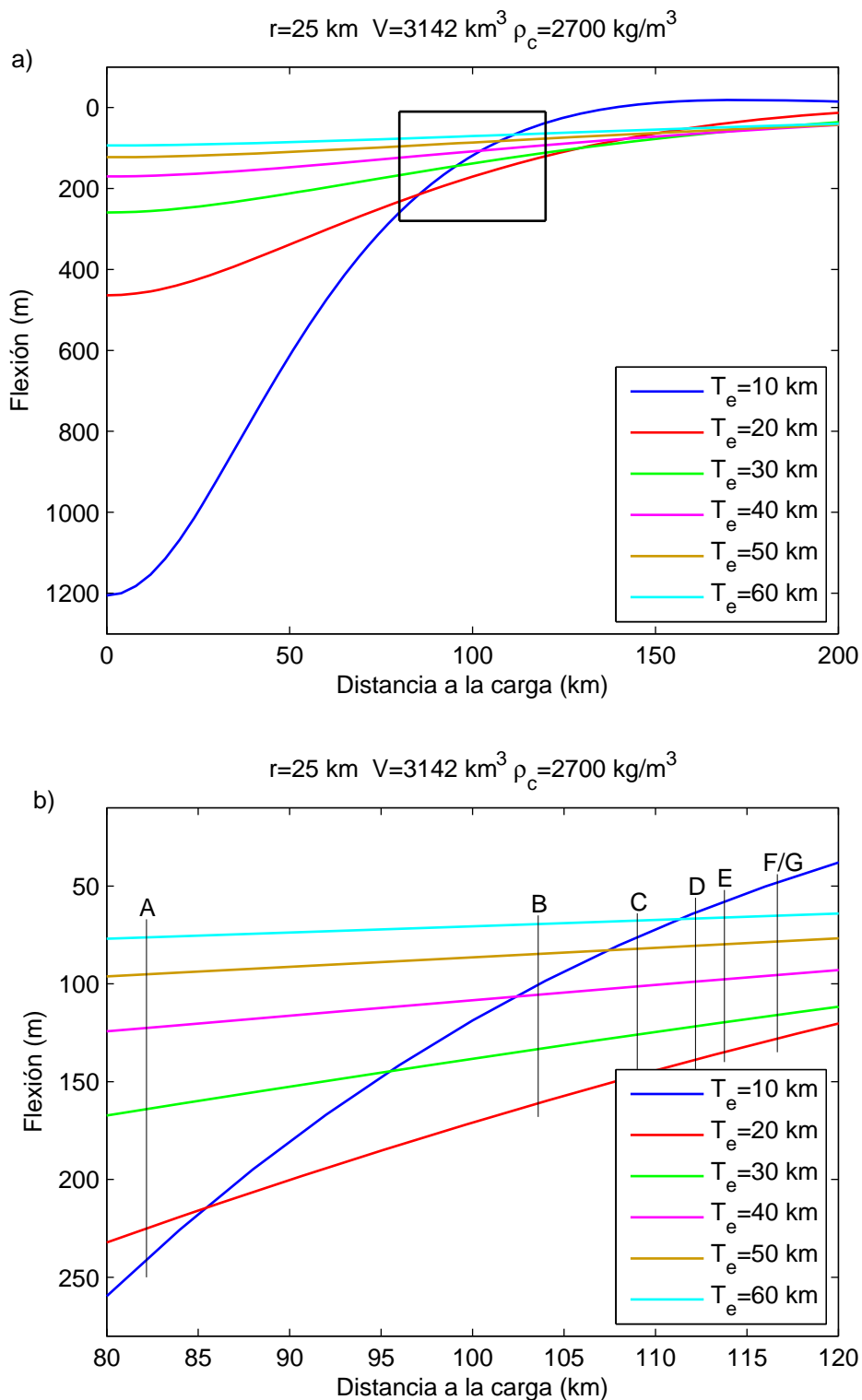


Figura 5.8: Perfiles de flexión para diferentes valores de  $T_e$ . b) detalle señalado con un retángulo en a).

- Los perfiles de flexión generados por diferentes valores de  $T_e$  difieren tanto en valor absoluto como en su forma, pues las distancias a la carga de los abombamientos incrementan al aumentar el espesor elástico (Figura 5.8).

De este análisis se deduce que la variable que más afecta a la flexión en el área de estudio es  $T_e$  y en segunda medida  $\rho_c$ .

### 5.3. Sensibilidad del modelo viscoelástico 3D

La sensibilidad del modelo viscoelástico 3D se ha analizado estudiando el comportamiento del modelo para diferentes valores del espesor elástico inicial  $T_0$  y de la relación  $t/\tau$ , donde  $t$  es la edad de la carga y  $\tau$  es el tiempo de relajación. Se ha considerado la densidad de la carga y del material de relleno igual a  $2700 \text{ kg m}^{-3}$  y la relación de Poisson igual 0,50 que corresponde a materiales incompresibles. Al igual que en caso del análisis de la sensibilidad del modelo elástico 3D, el análisis no se centra en lo que sucede bajo la carga sino en el comportamiento de la litosfera a una distancia comprendida entre 80 y 120  $\text{km}$  de la carga, rango en el que se encuentran las localizaciones (Figura 2.6 del Apartado 2.2.1).

Pocos han sido los trabajos encontrados en los que se aplica el modelo viscoelástico para modelar la flexión de la litosfera producida por islas oceánicas (Watts, 1978; Minshull et al., 2010; Watts et al., 2015). Además, estos trabajos se desarrollan en contextos muy diferentes entre sí y diferentes al contexto del trabajo desarrollado aquí. La única similitud es la edad de la carga con Minshull et al. (2010) quienes trabajan con cargas entre 5 y 3,4  $\text{ma}$  en Isla Ascensión, situada muy cerca de la dorsal mesoatlántica y por tanto sobre una litosfera muy joven. Estos autores, considerando  $\nu = 0,50$ , estiman el tiempo de relajación,  $\tau$ , entre  $5 \cdot 10^5$  y  $2 \cdot 10^6 \text{ a}$ . Watts (1978) analiza la viabilidad de aplicar un modelo viscoelástico en Emperor-Hawaii. Al aplicar el modelo de forma independiente a cada una de las zonas, estima  $\tau$  entre  $10^5$  y  $10^6 \text{ a}$  para Hawaii y entre  $10^6$  y  $10^7 \text{ a}$  para Emperor. Concluye que el modelo no es adecuado debido a la gran diferencia entre tiempos de relajación estimados. Los resultados de Watts et al. (2015) no se tienen en cuenta por tratarse de un trabajo relacionado con volcanismo reciente y porque, además, el autor considera que la litosfera descansa sobre una cámara magmática que es un medio viscoso.

Por otro lado, el valor de  $T_0$  en un modelo viscoelástico debe ser próximo al espesor sísmico o térmico de la litosfera (Watts, 1978; Watts, 2001), siendo este valor de  $110 \pm 20 \text{ km}$  en la zona de Canarias (Fullea et al., 2015). Teniendo en cuenta todo lo anterior, los valores para  $T_0$ ,  $t/\tau$  y  $\nu$  considerados en el análisis de sensibilidad son los mostrados en la Tabla 5.9.

Parámetro		Mínimo	Máximo	Incremento
Espesor elástico inicial	$T_0$ (km)	90	130	10
Relación edad carga/tiempo de relajación	$t/\tau$	0,1	100	0,2 <sup>(1)</sup>

Tabla 5.9: Rango de valores utilizados para analizar la sensibilidad del modelo viscoelástico 3D de flexión en la zona de las localizaciones comprendida entre 80 y 120 km de distancia de la carga. <sup>(1)</sup> Se trata de un incremento a escala logarítmica.

La cuadrícula elegida para aplicar el modelo viscoelástico, tal y como se comentó en el apartado 5.1.1, es de  $2048 \times 2048$  nodos con un intervalo de muestreo de 4 km. La carga es un cilindro de 25 km de radio que representa un volumen de  $3142 \text{ km}^3$  y queda representado, sobre la cuadrícula elegida, por 121 cargas puntuales de 1622,9 m de altura.

Los resultados se presentan mediante perfiles radiales. La Figura 5.9 presenta los resultados mostrando cómo varía la flexión para cada valor de  $T_0$  al variar  $t/\tau$ , mientras que la Figura 5.10 presentan los resultados mostrando cómo varía la flexión para cada valor de  $t/\tau$  al variar  $T_0$ . En el Apéndice 5 pueden consultarse las mismas figuras a mayor escala.

La flexión bajo la carga aumenta al aumentar el valor de la relación  $t/\tau$  y disminuye al aumentar  $T_0$ . En la zona de estudio, los perfiles de flexión producidos para cada valor de  $T_0$  no son coincidentes, aunque tienden a un paralelismo al disminuir  $t/\tau$  (Figura 5.9 y Figura 5.10). Al comparar los perfiles de flexión producidos por diferentes valores de  $T_0$  para un valor dado de  $t/\tau$  se aprecia, en la zona de estudio, que para valores de  $t/\tau \leq 1$  estos perfiles son prácticamente paralelos. Para valores  $t/\tau > 1$ , las pendientes de los diferentes perfiles son claramente diferentes.

Del análisis de sensibilidad del modelo viscoelástico se concluye que la flexión depende tanto del valor de  $T_0$  y de la relación  $t/\tau$ . Sin embargo, en la zona de estudio, la dependencia de  $t/\tau$  es menor.



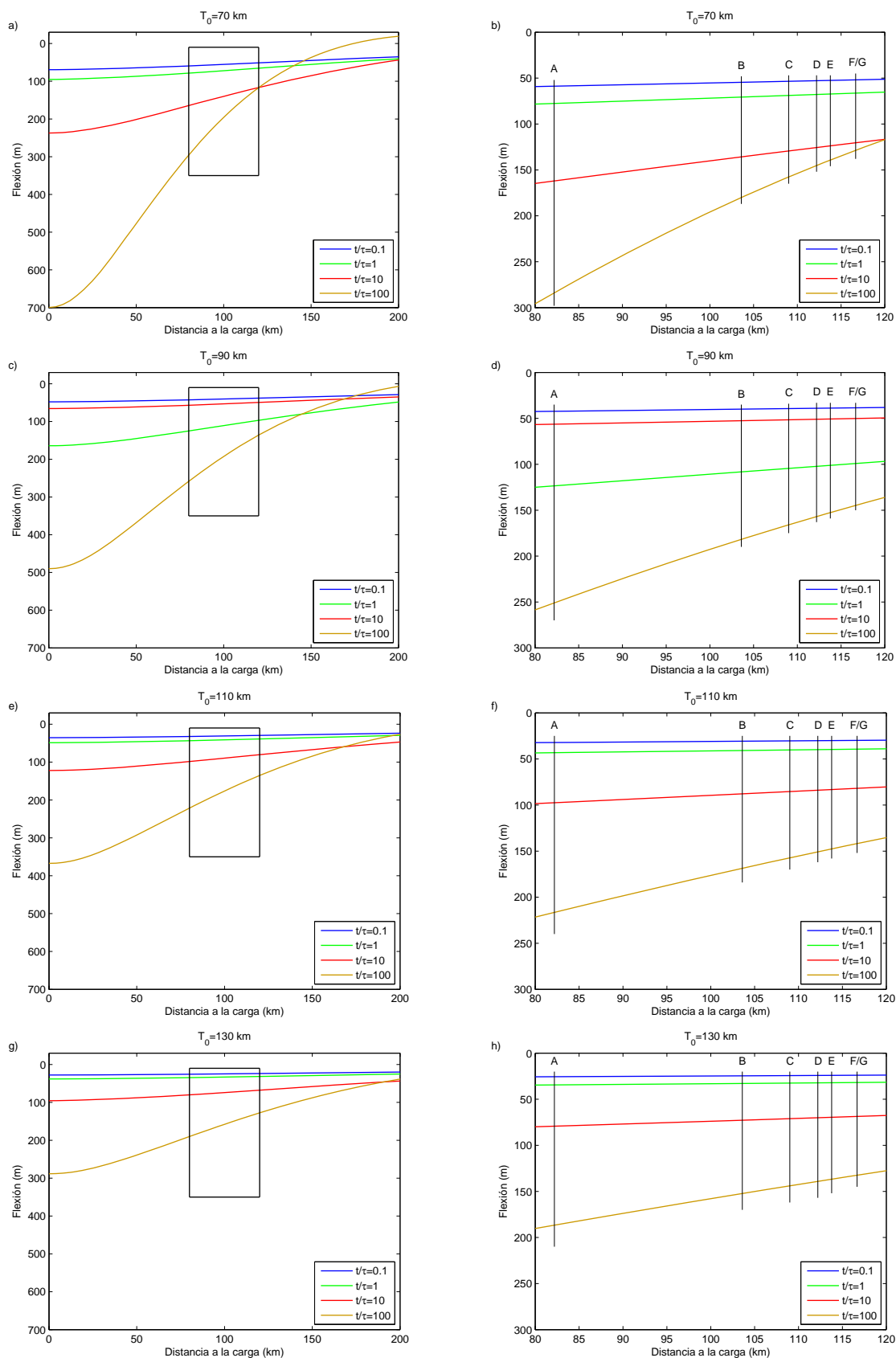


Figura 5.9: Perfiles de flexión variando la relación  $t/\tau$  para los diferentes valores de  $T_0$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de las izquierda.

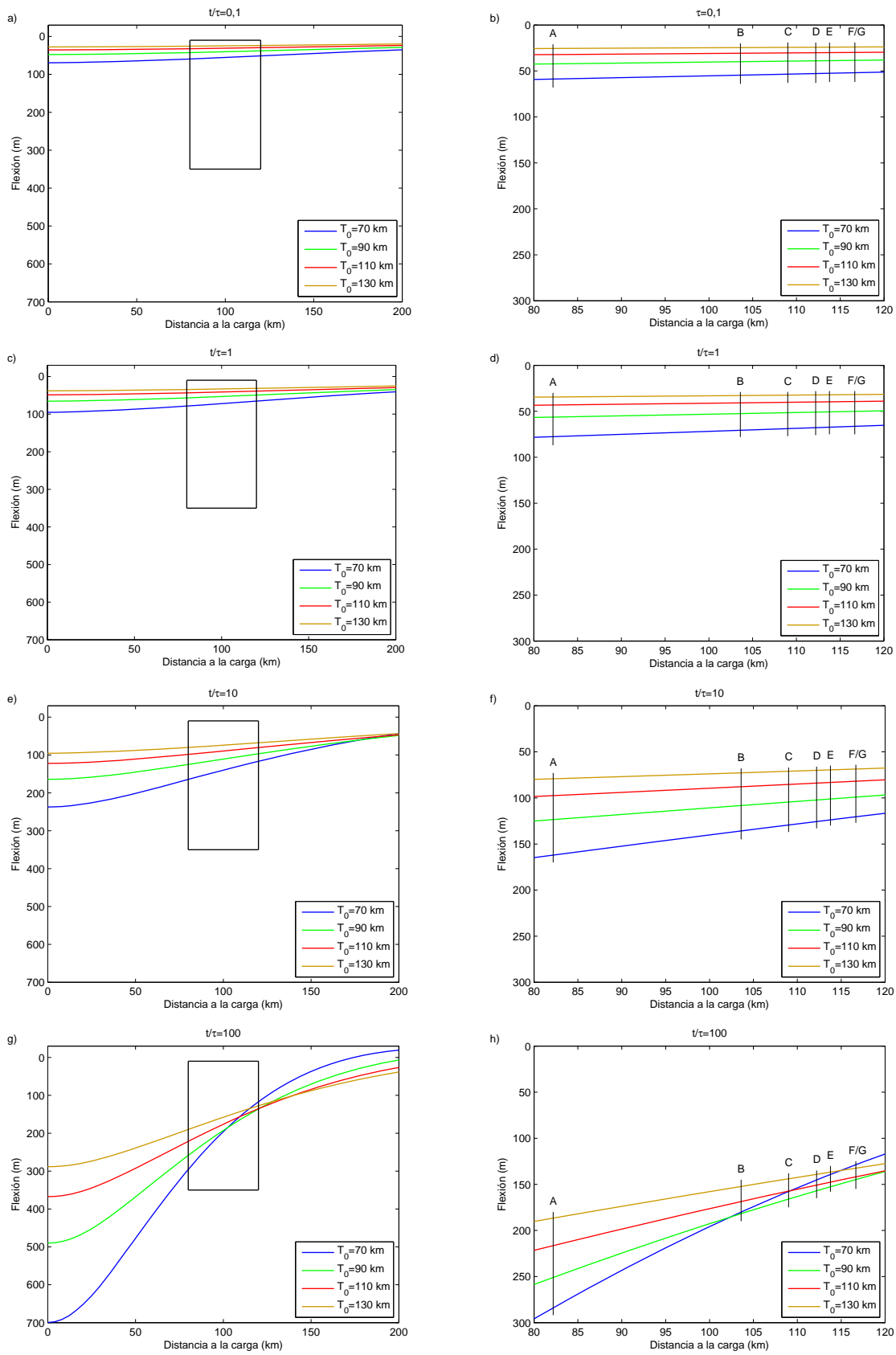


Figura 5.10: Perfiles de flexión variando  $T_0$  para los diferentes valores de  $t/\tau$ . Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un retángulo en las correspondientes figuras de las izquierda.

## Capítulo 6: Aplicación de modelos de flexión

### 6.1. Obtención de la cuadrícula basada en coordenadas geodésicas

Hasta el momento, todo el trabajo relacionado con la elección de la cuadrícula y la sensibilidad del modelo se ha realizado considerando una cuadrícula plana con intervalos de muestreo constantes e iguales entre sí,  $\Delta x = \Delta y$ . Sin embargo, las posiciones de las localizaciones se tienen en coordenadas geodésicas definidas sobre la superficie terrestre, considerada esférica, por lo que la red de meridianos y paralelos debe ser proyectada sobre una superficie plana. Las expresiones utilizadas para transformar las coordenadas geodésicas en cartesianas son:

$$\begin{aligned}x &= R(\lambda - \lambda_0)\cos\varphi_0 \\y &= R(\varphi - \varphi_0)\end{aligned}\tag{6-1}$$

Donde  $(\varphi, \lambda)$  son las coordenadas geodésicas a transformar,  $(\varphi_0, \lambda_0)$  son las coordenadas geodésicas que corresponden al origen de la cuadrícula plana,  $R$  es radio de la Tierra y  $(x, y)$  son las coordenadas cartesianas obtenidas.

En este trabajo, con el fin de que las coordenadas  $(0,0)$  de la cuadrícula plana coincidan con el centro de la carga, situada en la isla de Tenerife, se ha considerado:

$$\begin{aligned}\varphi_0 &= 28^\circ 12' N = 28,2^\circ N \\ \lambda_0 &= 16^\circ 36' O = 16,6^\circ O\end{aligned}\tag{6-2}$$

Y el radio de la Tierra igual a  $6371 \text{ km}$ , que es radio medio asociado el elipsoide WGS84.

Los intervalos de muestreo considerados para generar la cuadrícula en coordenadas geodésicas son:

$$\Delta\varphi = 0^{\circ}2'9,66'' = 0,0360^{\circ}$$

$$\Delta\lambda = 0^{\circ}2'26,88'' = 0,0408^{\circ}$$

Que al proyectarse según las expresiones (6-1) y con los valores dados en (6-2), producen una cuadrícula plana con intervalos de muestreo igual a

$$\begin{aligned} \Delta x &= 3998,256 \text{ m} \\ \Delta y &= 4003,017 \text{ m} \end{aligned} \tag{6-3}$$

Aunque finalmente los intervalos de muestreo no son iguales entre sí, ambos son cercanos a 4 km. Por tanto, como ya se ha expuesto en el Capítulo 5, son válidos para generar cuadrículas que permitan reconstruir correctamente flexiones determinadas mediante Transformada de Fourier.

## 6.2. Modelo elástico 3D con espesor elástico constante

Del estudio de la sensibilidad del modelo elástico 3D realizado en el Apartado 5.2.4 se concluye que el parámetro que más afecta a la flexión en el área de estudio, es  $T_e$  y en segunda medida  $\rho_c$ . Para determinar qué valores de  $T_e$  y  $\rho_c$  son los que generan la flexión que mejor se ajusta a las observaciones realizadas en las localizaciones A, B, C, D, E, F y G (Figura 2.6), ésta se ha calculado con diferentes valores tanto de  $T_e$  como de  $\rho_c$  (Tabla 6.1). Estos valores amplían el rango propuesto por diversos trabajos sobre la región de Canarias (Tabla 3.3).

Parámetro		Mínimo	Máximo	Incremento
Densidad carga	$\rho_c$ ( $kg\ m^{-3}$ )	2400	2900	100
Espesor elástico	$T_e$ (km)	10	60	5

Tabla 6.1: Rango de valores asignados a los parámetros  $T_e$  y  $\rho_c$  en el cálculo de la flexión aplicando el modelo elástico 3D en la zona de las localizaciones comprendida entre 80 y 120 km de distancia de la carga.

Los cálculos se han realizado considerando  $\rho_r = 2700\ kg\ m^{-3}$ ,  $\rho_a = 1,3\ kg\ m^{-3}$  y una carga definida por un cilindro de radio igual a 25 km y altura 1622,9 m. La cuadrícula utilizada está formada por  $512 \times 512$  nodos cuyos incrementos de muestreo son los dados en (6-3), y por tanto, de dimensiones  $2043,11 \times 2045,54\ km^2$  que son mayores que el doble de la longitud de onda de la flexión correspondiente al mayor de los valores de  $T_e$ . Una vez

realizados los cálculos se ha determinado, mediante interpolación bicúbica, la flexión correspondiente a cada una de las localizaciones para cada valor de  $T_e$  y  $\rho_c$ .

Con el fin de determinar que par de valores ( $T_e, \rho_c$ ) son los que dan lugar a la flexión elástica que mejor se ajusta a las observaciones, se han calculado los *emc* existente entre los 21 desniveles observados entre las 7 localizaciones y los correspondientes desniveles de flexión para cada valor de  $T_e$  y  $\rho_c$ . Los 21 desniveles utilizando todas las combinaciones posibles son:

- |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| A-B | A-C | A-D | A-E | A-F | A-G | B-C | B-D | B-E | B-F | B-G |
| C-D | C-E | C-F | C-G | D-E | D-F | D-G | E-F | E-G | F-G |     |

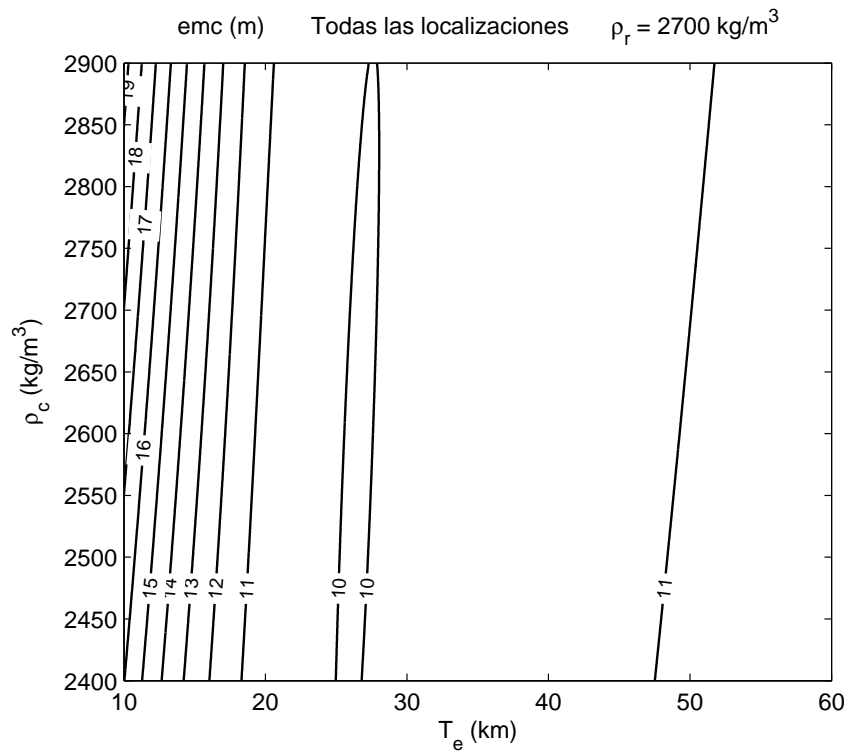


Figura 6.1: Representación mediante líneas de contorno de los *emc* obtenidos para los diferentes valores de  $T_e$  y  $\rho_c$  considerando todas las localizaciones.

El primer resultado obtenido, que se muestra mediante líneas de contorno en la Figura 6.1, concuerda con el análisis de sensibilidad realizado en el apartado 5.3.2 pues se aprecia la débil dependencia de la flexión a la variación de  $\rho_c$  en la zona de estudio. Sin embargo, la dependencia de la flexión a la variación de  $T_e$  es menor que la esperada. Al analizar cada una de las diferencias entre los desniveles observados y los desniveles de flexión (Apéndice 6) se detecta que los mayores valores absolutos de las mismas corresponden a los desniveles en los que intervienen las localizaciones *C, D* y *E*.

Considerando únicamente las localizaciones *A, B, F* y *G* se obtiene el resultado mostrado en la Figura 6.2, donde se aprecia una mayor dependencia de la flexión a la variación  $T_e$ .

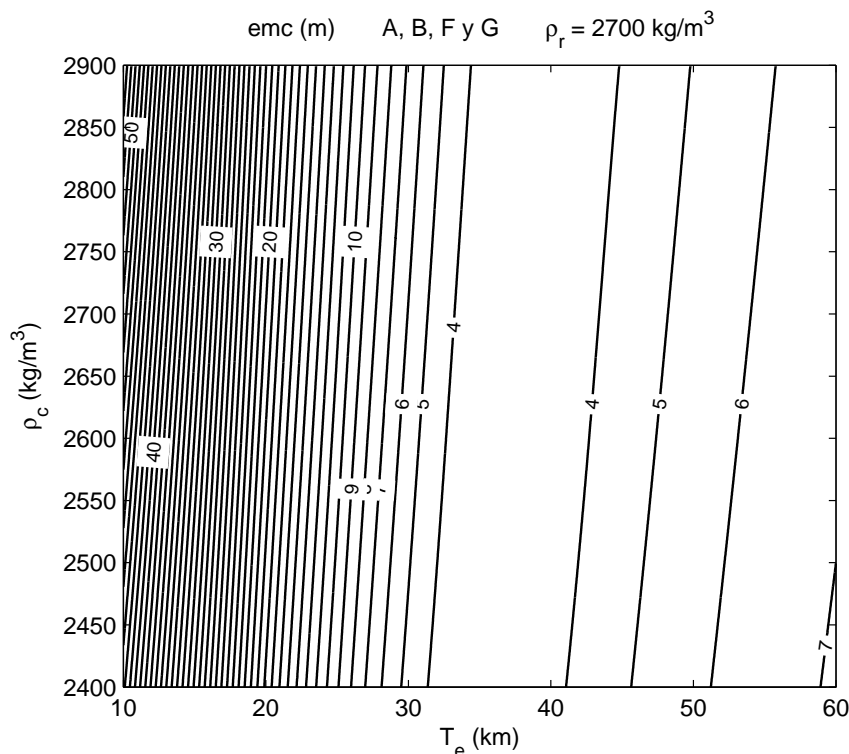


Figura 6.2: Representación mediante líneas de contorno de los *emc* obtenidos para los diferentes valores de  $T_e$  y  $\rho_c$  considerando sólo las localizaciones *A, B, F* y *G*.

En la Tabla 6.2 se muestran los valores de  $T_e$  que para cada valor de  $\rho_c$  minimizan los *emc* considerando sólo las localizaciones *A, B, F* y *G* así como los *emc* correspondientes.

$\rho_c$ ( $kg\ m^{-3}$ )	2400	2500	2600	2700	2800	2900
$T_e$ (km)	35	35	35	40	40	40
<i>emc</i> (m)	3,14	3,18	3,26	3,36	3,26	3,18

Tabla 6.2: Valores de  $T_e$  que para cada valor de  $\rho_c$  minimizan los *emc* considerando las localizaciones *A, B, F* y *G* así como el *emc* correspondientes. Cálculos realizados con  $\rho_r = 2700\ kg\ m^{-3}$ .

Por tanto, los valores de  $T_e$  que mejor se ajustan a las observaciones están comprendidos entre 35 y 40 *km*. Estos valores son acordes a los obtenidos en anteriores trabajos realizados en Canarias (Filmer et al., 1993; Dañobeitia et al., 1994; Collier & Watts, 2001).

Para comprobar si las localizaciones *C, D* y *E* responden a su vez y de forma conjunta a un modelo de flexión elástica también se han realizado los cálculos únicamente con ellas (Figura 6.3). Los resultados muestran una disminución de los *emc* al aumentar  $T_e$ . Sin embargo, dicha disminución tiene una menor variación cuanto mayor es el valor de  $T_e$  por lo

que para obtener valores de  $emc$  similares a los obtenidos para las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$ , el valor de  $T_e$  debe ser muy superior al rango considerado por estudios anteriores realizados en la zona de Canarias.

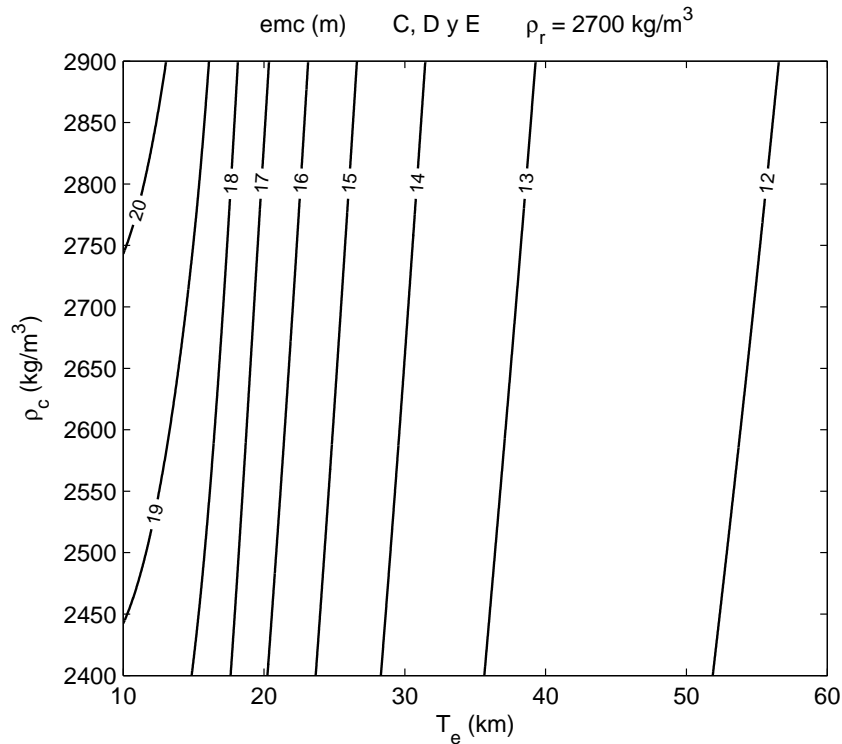


Figura 6.3: Representación mediante líneas de contorno de los  $emc$  obtenidos para los diferentes valores de  $T_e$  y  $\rho_c$  considerando sólo las localizaciones  $C, D$  y  $E$ .

También se han realizado los cálculos variando el valor de  $\rho_r$  y manteniendo constante  $\rho_c = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ . Para poder apreciar mejor las diferencias, los resultados se muestran superpuestos a los anteriores (Figura 6.4, Figura 6.5 y Figura 6.6). En la Figura 6.5, no se muestran los resultados correspondientes a los valores de  $T_e$  comprendidos entre 10 y 20  $km$  por ser su variación y sus valores excesivamente altos, lo que dificulta la visión de la figura sin aportar información relevante.

En vista de los resultados, las conclusiones obtenidas para la variación de  $\rho_c$  son, en líneas generales, aplicables a la variación de  $\rho_r$ . Aunque los resultados son ligeramente diferentes para valores de  $T_e$  inferiores a 20  $km$  en los cálculos realizados con todas las localizaciones o sólo con las localizaciones  $C, D$  y  $E$ , son prácticamente iguales para los cálculos realizados con las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$ .

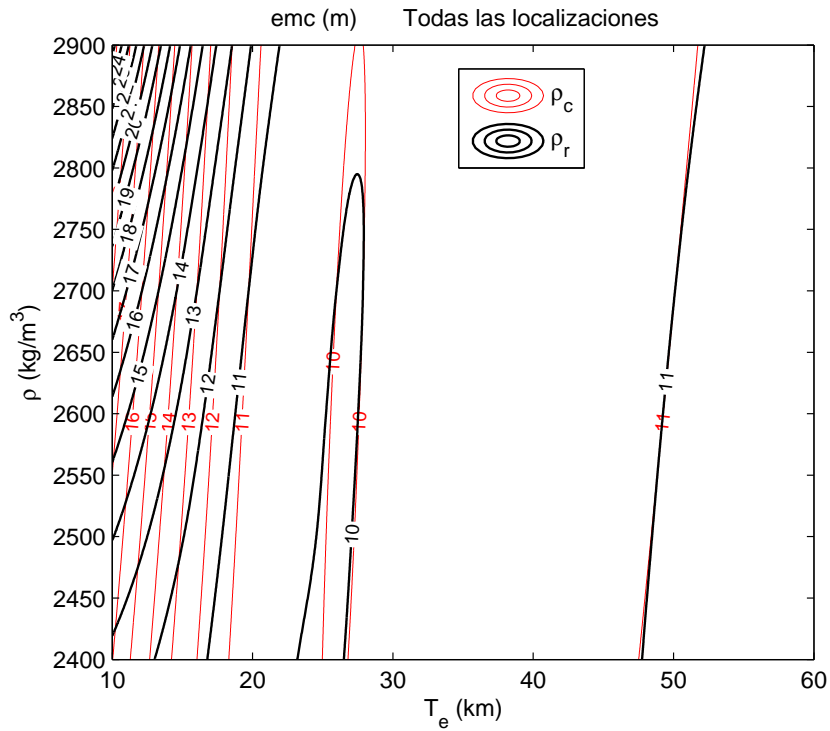


Figura 6.4: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de  $T_e$  considerando todas las localizaciones. El color negro corresponde a los resultados obtenidos variando  $\rho_r$  y el color rojo a los resultados obtenidos variando  $\rho_c$ .

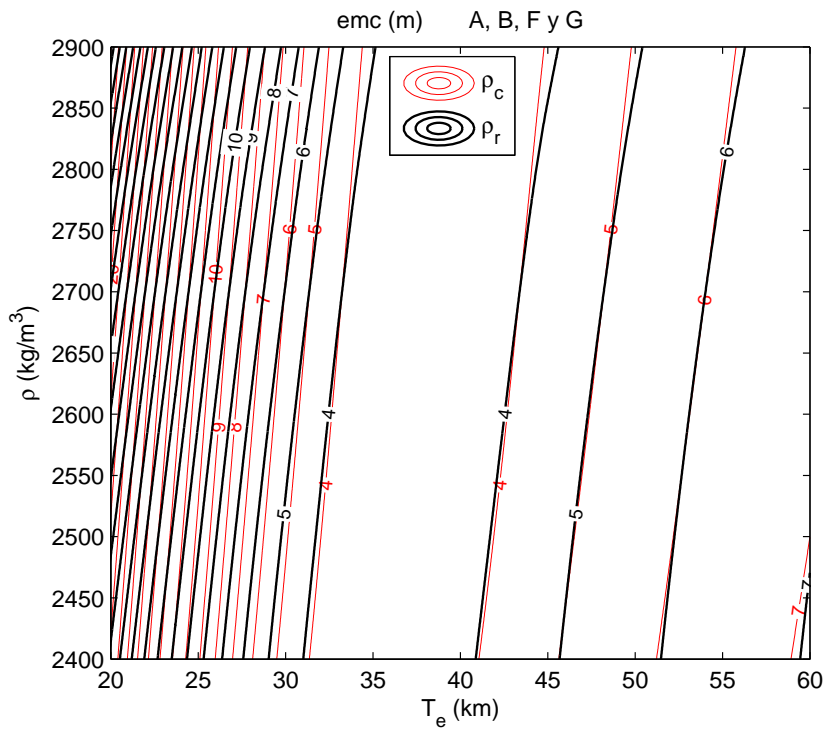


Figura 6.5: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de  $T_e$  considerando las localizaciones A, B, F y G. El color negro corresponde a los resultados obtenidos variando  $\rho_r$  y el color rojo a los resultados obtenidos variando  $\rho_c$ .



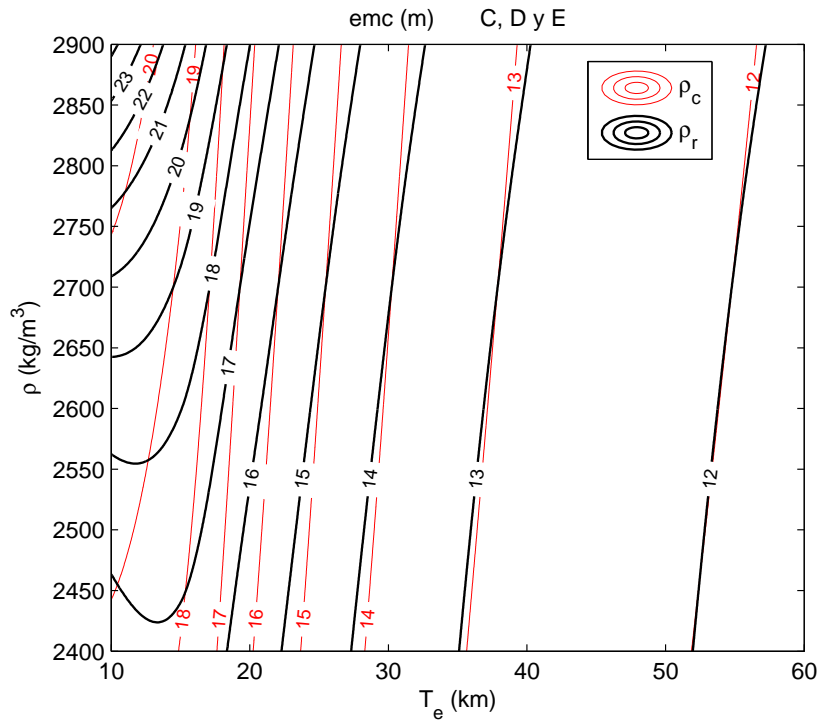


Figura 6.6: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de  $T_e$  considerando las localizaciones C, D y E. El color negro corresponde a los resultados obtenidos variando  $\rho_r$  y el color rojo a los resultados obtenidos variando  $\rho_c$ .

En la Tabla 6.3 se muestran los valores de  $T_e$  que para cada valor de  $\rho_r$  minimizan los emc considerando las localizaciones A, B, F y G así como los emc correspondientes considerando  $\rho_c = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ .

$\rho_r \text{ (kg m}^{-3}\text{)}$	2400	2500	2600	2700	2800	2900
$T_e \text{ (km)}$	35	35	35	40	40	40
emc (m)	3,18	3,19	3,25	3,36	3,21	3,09

Tabla 6.3: Valores de  $T_e$  que para cada valor de  $\rho_r$  minimizan el emc considerando las localizaciones A, B, F y G así como los emc correspondientes. Cálculos realizados con  $\rho_c = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ .

En las Figura 6.7 y Figura 6.8 se muestran superpuestos los perfiles de flexión correspondientes a los pares de valores que aparecen en las Tabla 6.2 y Tabla 6.3. Las líneas continuas corresponden a los perfiles de flexión que mejor se ajustan a las observaciones obtenidos al variar la densidad de la carga y las líneas discontinuas a los obtenidos variando la densidad del material de relleno. En dichas figuras, se aprecia cómo los perfiles correspondientes a  $T_e = 40 \text{ km}$  para diferentes valores de  $\rho_c$  (líneas continuas) generan flexiones bajo la carga y alturas del abombamiento menores que los obtenidos con  $T_e = 35 \text{ km}$ , también para diferentes valores de  $\rho_c$ , provocando que ambos grupos de perfiles se crucen. Sin embargo, los perfiles correspondientes a  $T_e = 40 \text{ km}$  para diferentes valores de  $\rho_r$  (líneas discontinuas) generan flexiones bajo la carga mayores y alturas del abombamiento

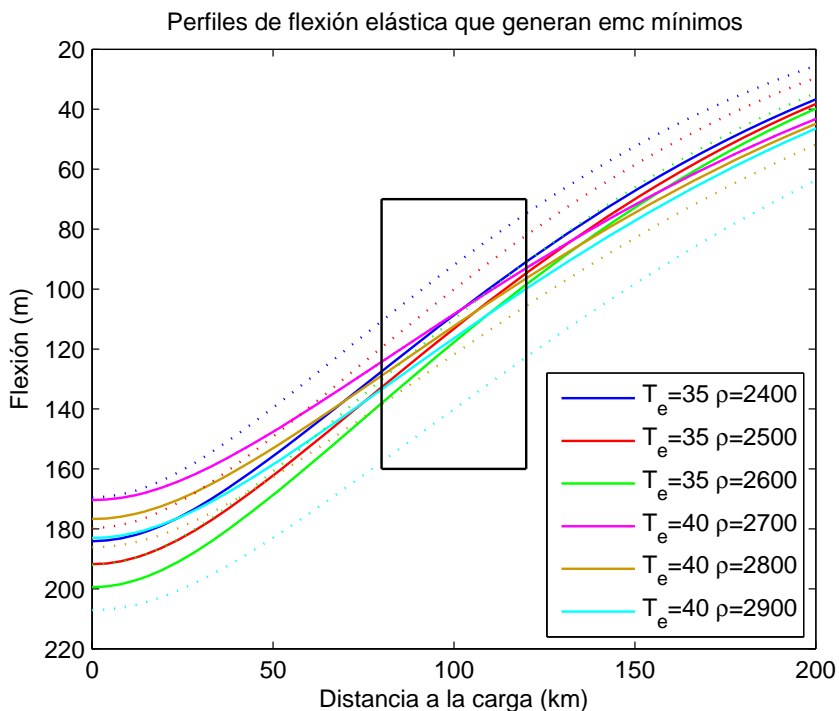


Figura 6.7: Perfiles de flexiones generadas por cada par de valores  $(T_e, \rho_c)$  y  $(T_e, \rho_r)$  que generan emc mínimos. Las líneas continuas corresponden a los valores de la Tabla 6.2 (variando  $\rho_c$ ) y las líneas discontinuas a los valores de la Tabla 6.3 (variando  $\rho_r$ ).

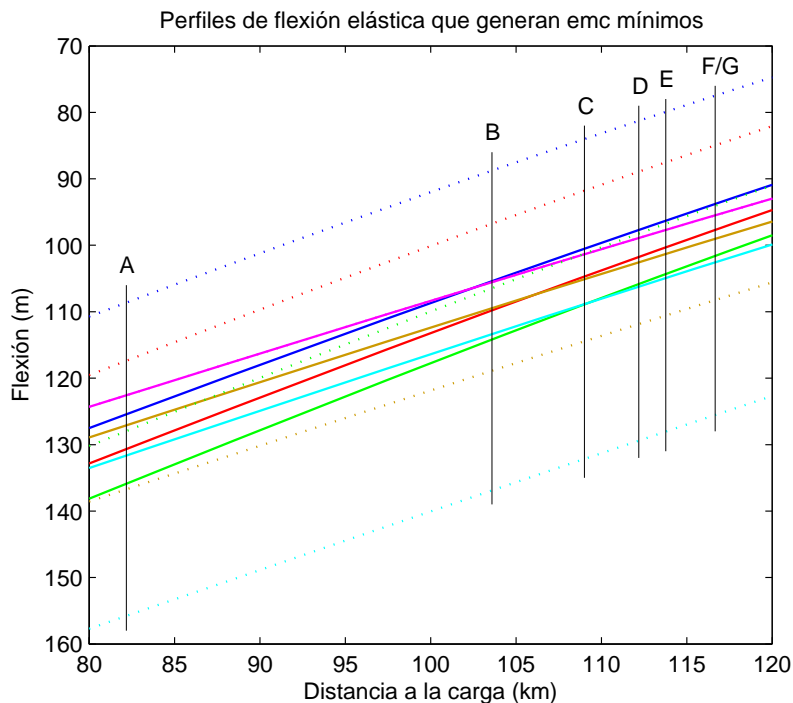


Figura 6.8: Detalle de la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en la Figura 6.7

menores que los obtenidos con  $T_e = 35 \text{ km}$ , también para diferentes valores de  $\rho_r$ . Estos dos últimos grupos de perfiles no se cortan, salvo los correspondientes a los pares de valores ( $T_e = 35 \text{ km}$ ,  $\rho_r = 2600 \text{ kg m}^{-3}$ ) y ( $T_e = 40 \text{ km}$ ,  $\rho_r = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ ), aunque las pendientes de cada grupo sean diferentes. La línea discontinua correspondiente al par de valores  $T_e = 40 \text{ km}$ ,  $\rho_r = 2700 \text{ kg m}^{-3}$  no aparece en las figuras porque coincide con la correspondiente al par de valores  $T_e = 40 \text{ km}$ ,  $\rho_c = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ .

Para poder discernir entre los diferentes valores de densidad de la carga y del material de relleno se necesitaría disponer de observaciones en lugares más cercanos a la carga o al abombamiento generado por la flexión, o limitar el rango de valores de estos parámetros con otro tipo de información como la estratigrafía sísmica.

### 6.3. Modelo viscoelástico 3D

Del estudio de sensibilidad del modelo viscoelástico realizado en el apartado 5.3 se concluye que la flexión depende fuertemente de  $T_0$  y en menor medida del valor de la relación  $t/\tau$ , sobre todo en la zona de estudio. Para determinar qué valores de  $T_0$  y de  $t/\tau$  son los que generan la flexión que mejor se ajusta a las observaciones realizadas en las localizaciones *A, B, C, D, E, F* y *G* (Figura 2.6), ésta se ha calculado con diferentes valores tanto de  $T_0$  como de  $t/\tau$ . Como la edad de la carga es conocida,  $t = 4 \text{ ma}$ , se debe variar  $\tau$  para obtener diferentes valores de la relación  $t/\tau$ . Los valores utilizados se muestran en la tabla (Tabla 6.4).

Parámetro		Mínimo	Máximo	Incremento
Espesor elástico inicial	$T_0 \text{ (km)}$	90	130	10
Tiempo de relajación	$\tau \text{ (a)}$	$10^5$	$10^7$	0,2 <sup>(1)</sup>

Tabla 6.4: Rango asignados a los parámetros  $T_0$  y  $\tau$  en el cálculo de la flexión aplicando el modelo viscoelástico 3D en la zona de las localizaciones comprendida entre 80 y 120 km de distancia de la carga. (1) Incremento correspondiente a una escala logarítmica.

Teniendo en cuenta el rango de valores de densidades para el material de Tenerife recopilados en trabajos previos (Tabla 2.2, Apartado 2.4) y la débil dependencia que muestra el modelo elástico a las variaciones de las densidades de la carga y del material de relleno en la zona de estudio, se ha optado por aplicar el modelo viscoelástico considerando  $\rho_c = \rho_r = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ . La carga se ha definido por un cilindro de radio igual a  $25 \text{ km}$  y altura  $1622,9 \text{ m}$  y para la relación de Piosson se ha considerado el valor correspondiente a materiales incompresibles,  $\nu = 0,50$ .

La cuadrícula utilizada está formada por  $2048 \times 2048$  nodos cuyos incrementos de muestreo son los dados en (6-3), y por tanto, de dimensiones  $8184,43 \times 8194,18 \text{ km}^2$  que son mayores que el doble de la longitud de onda de la flexión correspondiente al mayor de los valores de  $T_0$ . Una vez realizados los cálculos se ha determinado, mediante interpolación bicúbica, la flexión correspondiente a cada una de las localizaciones para cada valor de  $T_0$  y  $\tau$ .

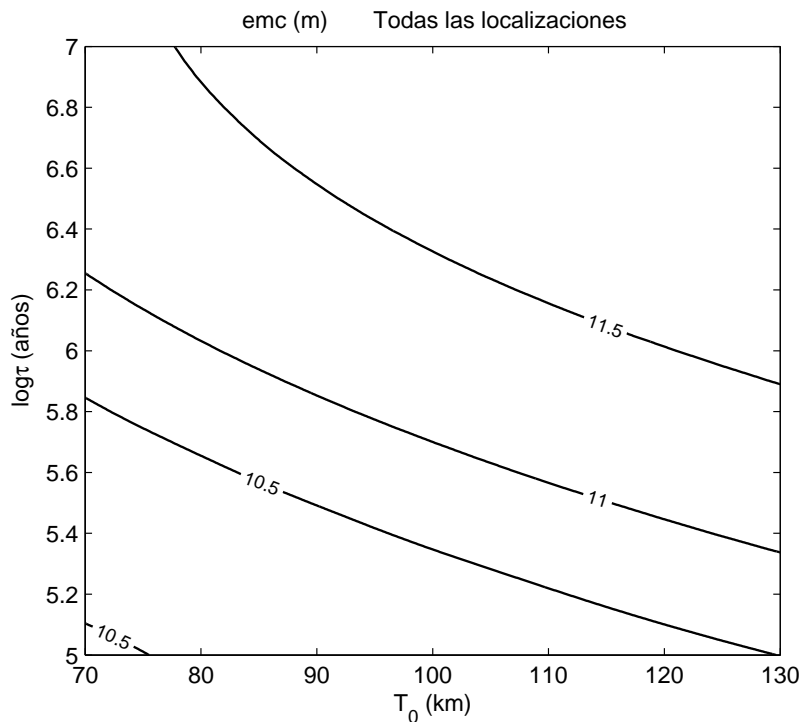


Figura 6.9: Representación mediante líneas de contorno de los  $emc$  obtenidos para los diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$  considerando todas las localizaciones.

De forma similar a lo realizado en el modelo elástico, para cada valor de  $T_0$  y  $\tau$  se han calculado los  $emc$  existente entre los 21 desniveles observados entre las 7 localizaciones y los correspondientes desniveles de flexión. Los cálculos se han realizado considerando todas las localizaciones (Figura 6.9) y considerando, por un lado, sólo las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$  (Figura 6.10) y, por otro lado, sólo las localizaciones  $C, D$  y  $E$  (Figura 6.11). Al considerar todas las localizaciones, los  $emc$  obtenidos prácticamente no varían, estando todos ellos en torno a  $11 \text{ m}$ , lo que denota, tal y como ocurre con el modelo elástico, que conjuntamente no responden a ningún modelo de flexión viscoelástica (Figura 6.9). Lo mismo ocurre con las localizaciones  $C, D$  y  $E$  (Figura 6.11). Sin embargo, las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$  responden a

un modelo en el que  $\tau$  disminuye al aumentar  $T_0$  (Figura 6.11) aunque no es posible discernir qué par de valores ( $T_0, \tau$ ) son los que mejor se ajustan a las observaciones.

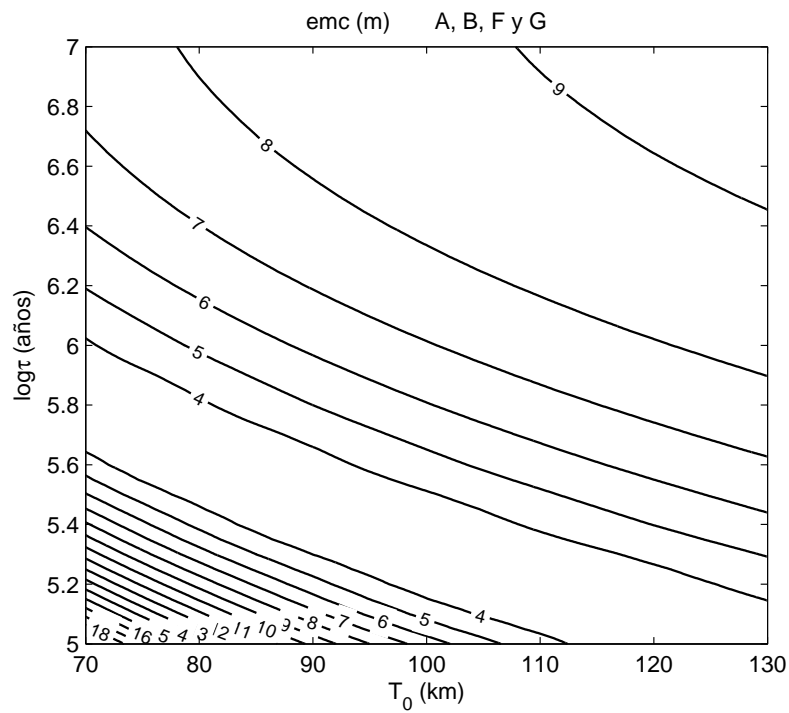


Figura 6.10: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$  considerando sólo las localizaciones A, B, F y G.

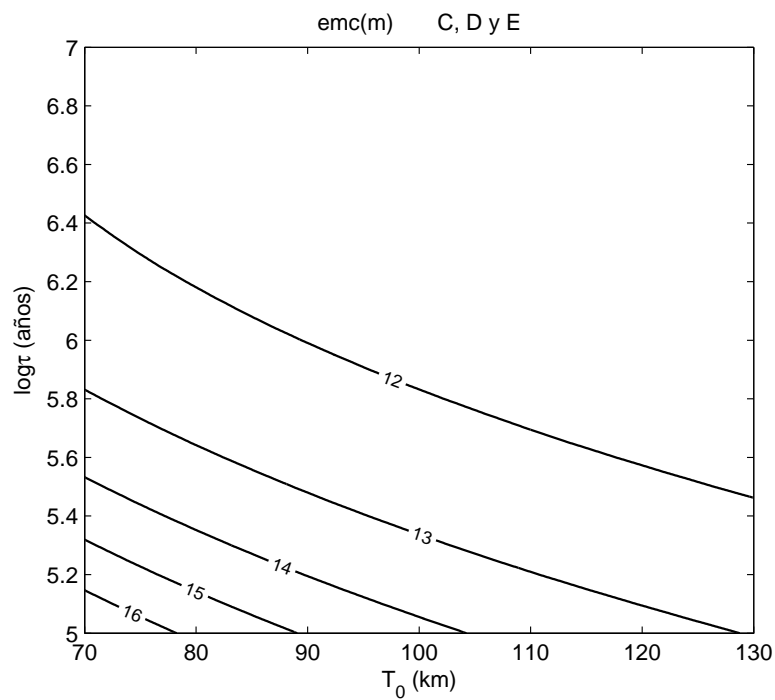


Figura 6.11: Representación mediante líneas de contorno de los emc obtenidos para los diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$  considerando sólo las localizaciones A, B, F y G.

En la Tabla 6.5 se muestran los valores de  $\tau$  que para cada valor de  $T_0$  minimizan los  $emc$  considerando las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$  así como los  $emc$  correspondientes cuyos valores son prácticamente iguales a los obtenidos para el modelo elástico (Tabla 6.3).

$T_0$ (km)	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130
$\tau$ (a)	$6,3 \times 10^5$	$6,3 \times 10^5$	$4,0 \times 10^5$	$4,0 \times 10^5$	$2,5 \times 10^5$	$2,5 \times 10^5$	$2,5 \times 10^5$	$1,6 \times 10^5$	$1,6 \times 10^5$	$1,6 \times 10^5$	$10^5$	$10^5$	$10^5$
$emc$ (m)	3,09	3,34	3,09	3,24	3,18	3,10	3,34	3,15	3,10	3,28	3,25	3,09	3,14

Tabla 6.5: Valores de  $\tau$  que para cada valor de  $T_0$  minimizan los  $emc$  considerando las localizaciones  $A, B, F$  y  $G$  así como el  $emc$  correspondientes. Cálculos realizados con  $\rho_c = \rho_r = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ .

Al igual que en el caso elástico, para poder discernir entre los pares  $(T_0, \tau)$  se necesitaría disponer de observaciones en lugares más cercanos a la carga o al abombamiento generado por la flexión o limitar estos parámetros con otro tipo de información.

Como ya se ha comentado anteriormente, el valor de  $T_0$  en un modelo viscoelástico debe ser próximo al espesor sísmico o térmico de la litosfera (Watts, 1978; Watts, 2001). El espesor sísmico de la litosfera aumenta con la edad de la misma y, según Watts (2001), su valor varía entre 70 y 110 km para una litosfera de entre 80 y 160 ma. La edad de la litosfera bajo las islas de Tenerife y Gran Canaria es de unos 180 ma y 190 ma respectivamente (Watts, 1994) por lo que su espesor sísmico podría superar los 110 km. Por otro lado, Fullea et al (2015) estiman el espesor térmico de la litosfera en Canarias entre 90 y 130 km. Por tanto, podemos concluir que los valores de  $T_0$  y  $\tau$  que mejor se ajustan a las observaciones están comprendidos entre 90 y 130 km para el espesor elástico inicial, y entre  $10^5$  a y  $2,5 \times 10^5$  a para el tiempo de relajación.

En las Figura 6.12 y Figura 6.13 se muestran los perfiles de flexión correspondientes a los pares de valores que aparecen en la Tabla 6.5 en las que puede apreciarse que las flexiones generadas por los parámetros  $T_0 = 90 \text{ km}$  y  $\tau = 2,5 \times 10^5 \text{ a}$ , por un lado, y  $T_0 = 105 \text{ km}$  y  $\tau = 1,6 \times 10^5 \text{ a}$ , por otro, son prácticamente iguales.

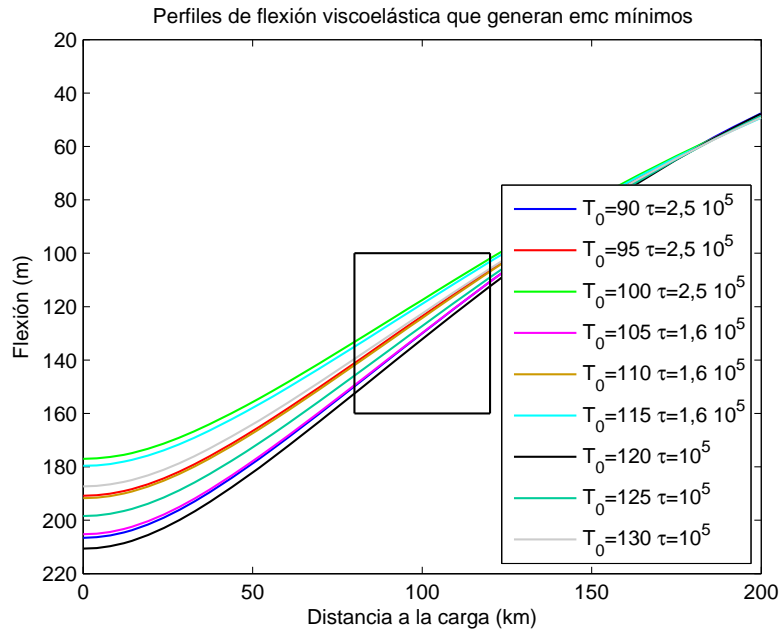


Figura 6.12: Perfiles de flexiones generadas por cada par de valores  $(T_0, \tau)$  que generan emc mínimos.

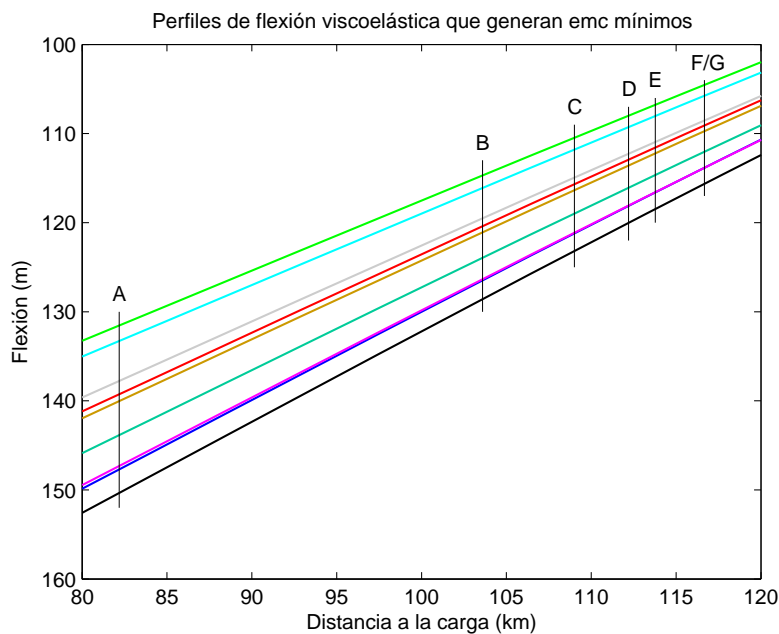


Figura 6.13: Detalle de la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en la Figura 6.12

## 6.4. Análisis de los modelos aplicados

Según Watts (2001), para cada flexión calculada considerando el modelo viscoelástico, debe existir un modelo elástico equivalente. Es decir, para cada par de valores  $(T_0, \tau)$  considerando el modelo viscoelástico, debe existir un valor de  $T_e$  considerando el modelo elástico de forma que la flexión generada en cada caso sea equivalente. Sin embargo,

dada la complejidad de las funciones que permiten calcular la flexión para ambos modelos es difícil determinar dichos valores.

Una forma de enfocar este problema consiste en considerar la Transformadas de Fourier de las funciones de transferencia del modelo elástico (6-4) y del modelo viscoelástico (6-5).

$$\Phi_e = \mathcal{F}\{\phi_e\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r)} \left[ \frac{D_e (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]^{-1} \quad (6-4)$$

$$\Phi_v = \mathcal{F}\{\phi_v\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r) \left[ \frac{D_0 (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]} \left[ 1 + \frac{D_0 (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau \left[ \frac{D_0 (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]}} \right) \right] \quad (6-5)$$

Igualando ambas y despejando  $D_e$ :

$$D_e = \frac{(\rho_m - \rho_r)g}{(k^2 + l^2)^2} \left[ \frac{1 + \frac{D_0 (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g}}{1 + \frac{D_0 (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau \left[ \frac{D_0 (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]}} \right)} - 1 \right] \quad (6-6)$$

Donde  $D_e$  es la rigidez a la flexión de una placa elástica que genera una flexión equivalente a la de una placa viscoelástica con rigidez inicial a la flexión  $D_0$ .

La rigidez a la flexión, como ya se ha expuesto anteriormente, queda definida por

$$D = \frac{ET^3}{12(1 - \nu^2)}$$

Recordando que  $\nu = 0,25$  para materiales elásticos y  $\nu = 0,50$  para materiales viscoelásticos, se puede escribir:

$$D_e = \frac{4}{45} ET_{\hat{e}}^3 \quad (6-7)$$

$$D_0 = \frac{1}{9} ET_0^3 \quad (6-8)$$

Donde  $T_{\hat{e}}$  es el espesor elástico de una placa elástica que genera una flexión equivalente a la de una placa viscoelástica con un espesor elástico inicial  $T_0$ .



La expresión (6-6) permite obtener un valor de  $D_e$  para cada punto  $(k, l)$  en el dominio de la frecuencia, es decir, se obtiene un valor de  $D_e$ , y por tanto de  $T_{\hat{e}}$ , en cada uno de los nodos de la cuadrícula. Analíticamente, cada uno corresponde a una de las funciones tipo  $\cos(kx + ly)$  que forman la serie de Fourier que representa a la carga. Como en este trabajo la carga es un cilindro de  $50 \text{ km}$  de diámetro, se ha determinado  $D_e$  considerando sólo la función  $\cos(kx + ly)$  con:

$$k = l = \frac{2\pi}{50} = 0,1257 \text{ rad km}^{-1} \quad (6-9)$$

Por tanto, para cada par de valores  $(T_0, \tau)$  dados en la Tabla 6.5, salvo los correspondientes a  $T_0 < 90 \text{ km}$ , se ha calculado  $D_e$  utilizando (6-8), (6-6) y (6-9). Después se ha obtenido  $T_{\hat{e}}$  despejando de (6-7).

$T_0 \text{ (km)}$	$\tau \text{ (a)}$	$D_0 \text{ (Nm)}$	$D_e \text{ (Nm)}$	$T_{\hat{e}} \text{ (km)}$
90	$2,5 \times 10^5$	$8,10 \times 10^{24}$	$4,79 \times 10^{23}$	38
95	$2,5 \times 10^5$	$9,53 \times 10^{24}$	$5,63 \times 10^{23}$	40
100	$2,5 \times 10^5$	$1,11 \times 10^{25}$	$6,57 \times 10^{23}$	42
105	$1,6 \times 10^5$	$1,29 \times 10^{25}$	$4,90 \times 10^{23}$	38
110	$1,6 \times 10^5$	$1,48 \times 10^{25}$	$5,64 \times 10^{23}$	40
115	$1,6 \times 10^5$	$1,69 \times 10^{25}$	$6,44 \times 10^{23}$	42
120	$10^5$	$1,92 \times 10^{25}$	$4,68 \times 10^{23}$	37
125	$10^5$	$2,17 \times 10^{25}$	$5,29 \times 10^{23}$	39
130	$10^5$	$2,44 \times 10^{25}$	$5,95 \times 10^{23}$	41

Tabla 6.6: Valores de  $D_e$  y  $T_{\hat{e}}$  asociados a una placa elástica que genera una flexión equivalente a la generada por una placa viscoelástica de parámetros  $T_0$ ,  $\tau$  y  $D_0$ .

Los valores de  $T_{\hat{e}}$  obtenidos considerando  $\rho_r = 2700 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $\rho_m = 3300 \text{ kg m}^{-3}$  y  $E = 10^{11} \text{ N m}^{-2}$ , que se muestran en la Tabla 6.6, son totalmente coherentes con el rango de  $T_e$  obtenido en el apartado 6.2.

En las Figura 6.14 y Figura 6.15, que pueden encontrarse a mayor escala en el Apéndice 7, se muestra cada uno de los perfiles de las flexiones generadas por el modelo elástico, marcado con rombos negros, que minimizan los *emc* superpuesto a los perfiles correspondientes a las flexiones generadas por el modelo viscoelástico que también minimizan los *emc* (se ha omitido la leyenda correspondiente a los perfiles viscoelásticos que es idéntica a la leyenda de la Figura 6.12). Las flexiones bajo la carga generadas por ambos modelos, elástico y viscoelástico, calculadas con los valores dados en la Tabla 6.2 y la Tabla 6.5 varían entre  $170$  y  $200 \text{ m}$  para el modelo elástico y entre  $175$  y  $210 \text{ m}$  para el modelo viscoelástico.

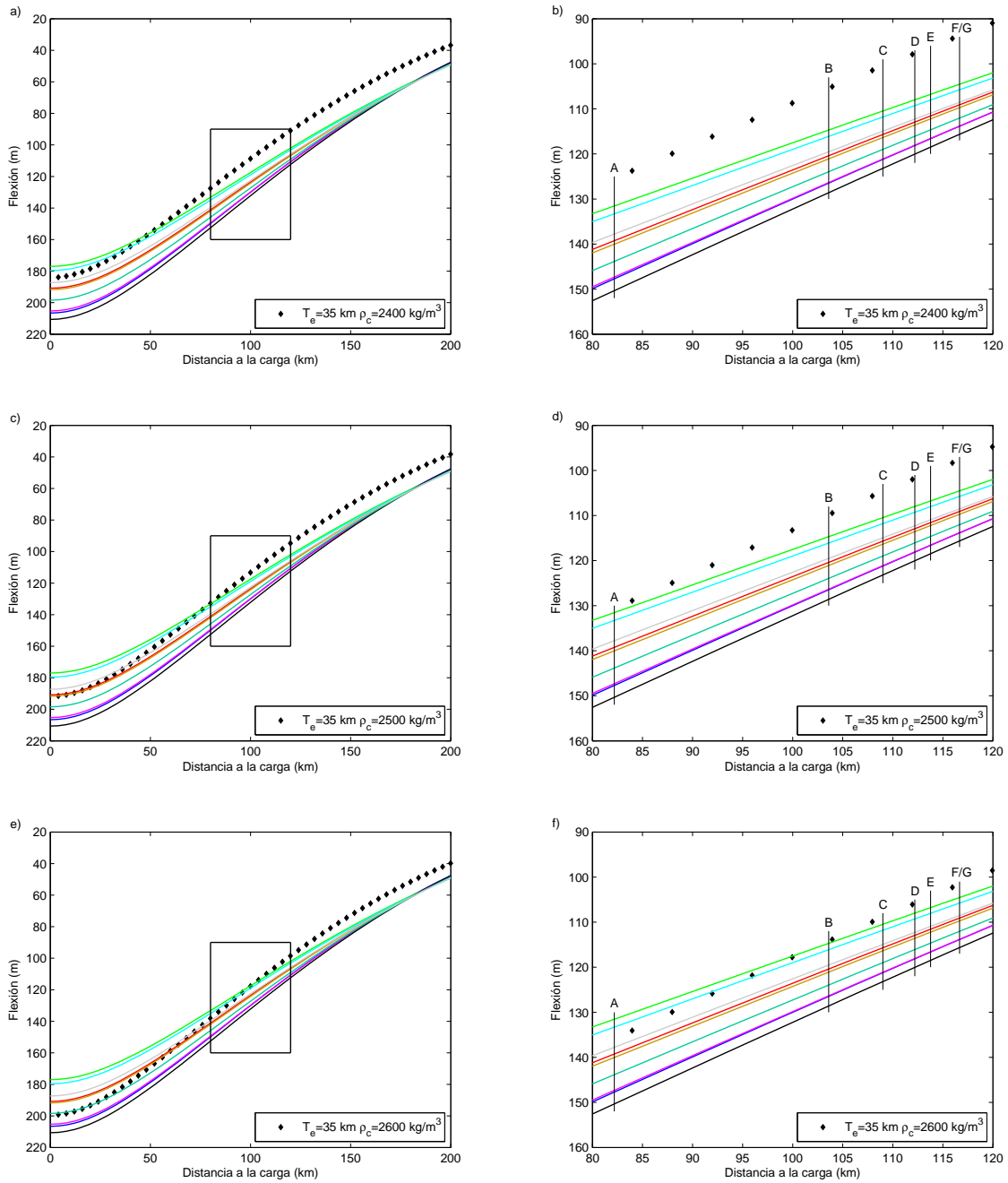


Figura 6.14: Perfiles de flexión elástica con  $T_e = 35$  km (rombos negros) superpuestos a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. a) y b)  $\rho_c = 2400$  kg m<sup>-3</sup>, c) y d)  $\rho_c = 2500$  kg m<sup>-3</sup>, e) y f)  $\rho_c = 2600$  kg m<sup>-3</sup>. Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.

Si se considera que la inclinación que muestra el afloramiento de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe es debida a la flexión generada por el material emitido por la Isla de Tenerife en los últimos 4 *ma*, se puede estimar que la flexión máxima bajo la carga es del orden de 170 – 210 *m* como se ha visto en las figuras anteriores. Este valor representa

el 4,25 – 5,25% de la flexión generada por la totalidad de Isla de Tenerife y estimada en 4 km por Watts et al. (1997).

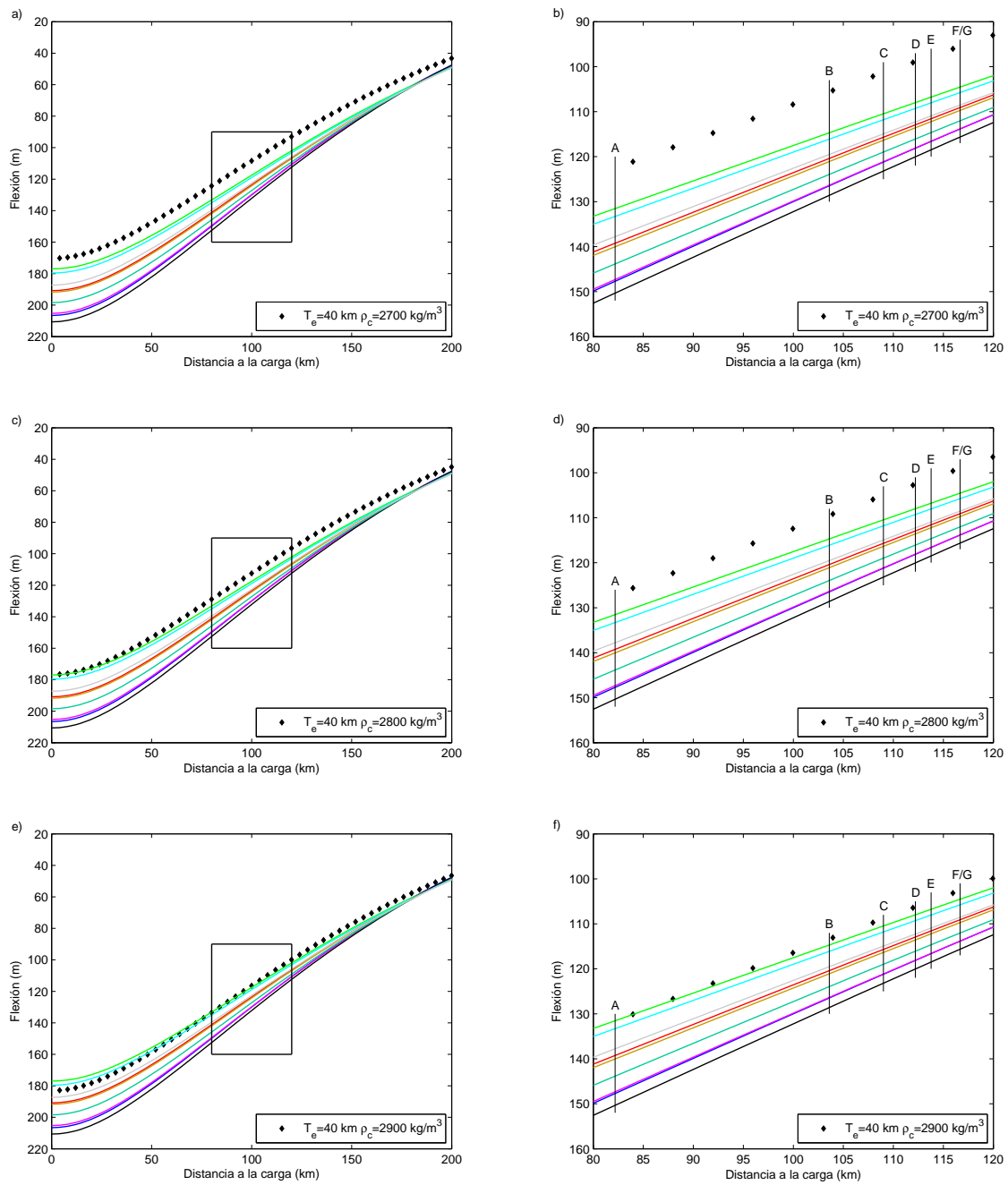


Figura 6.15: Perfiles de flexión elástica con  $T_e = 40$  km (rombos negros) superpuestos a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. a) y b)  $\rho_c = 2700$  kg m<sup>-3</sup>, c) y d)  $\rho_c = 2800$  kg m<sup>-3</sup>, e) y f)  $\rho_c = 2900$  kg m<sup>-3</sup>. Las figuras de la derecha representan la zona de las localizaciones señalada con un rectángulo en las correspondientes figuras de la izquierda.

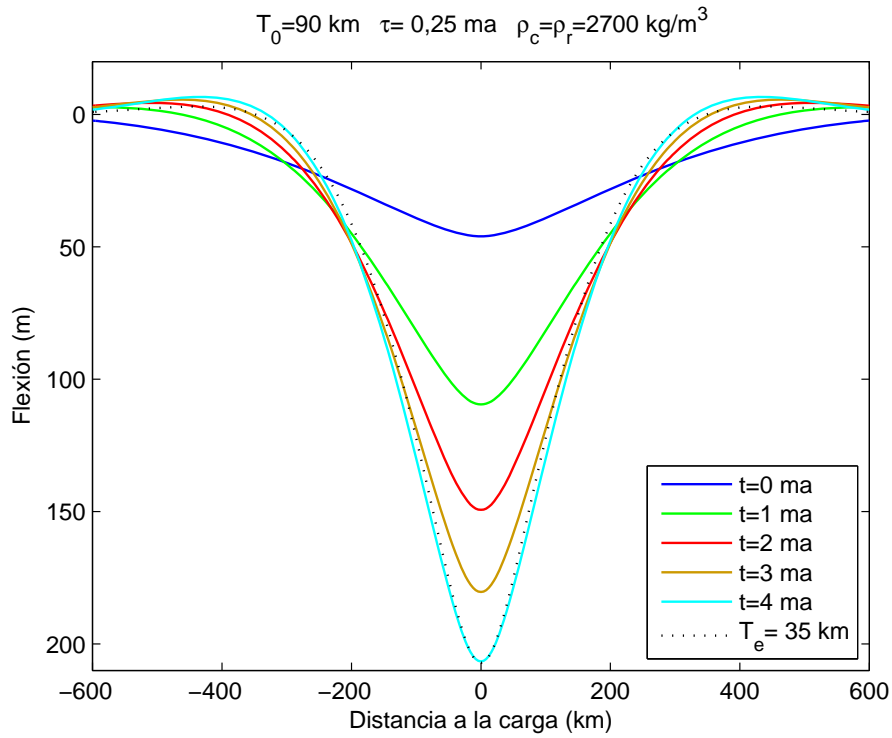


Figura 6.16: Evolución de la flexión viscoelástica producida por el aumento de carga sufrido por Tenerife en los últimos 4 ma, considerando  $T_0 = 90 \text{ km}$  y  $\tau = 0,25 \text{ ma}$  junto con la flexión elástica que mejor se amolda a la situación actual ( $t = 4 \cdot 10^6 \text{ a}$ ) que corresponde a  $T_e = 35 \text{ km}$ .

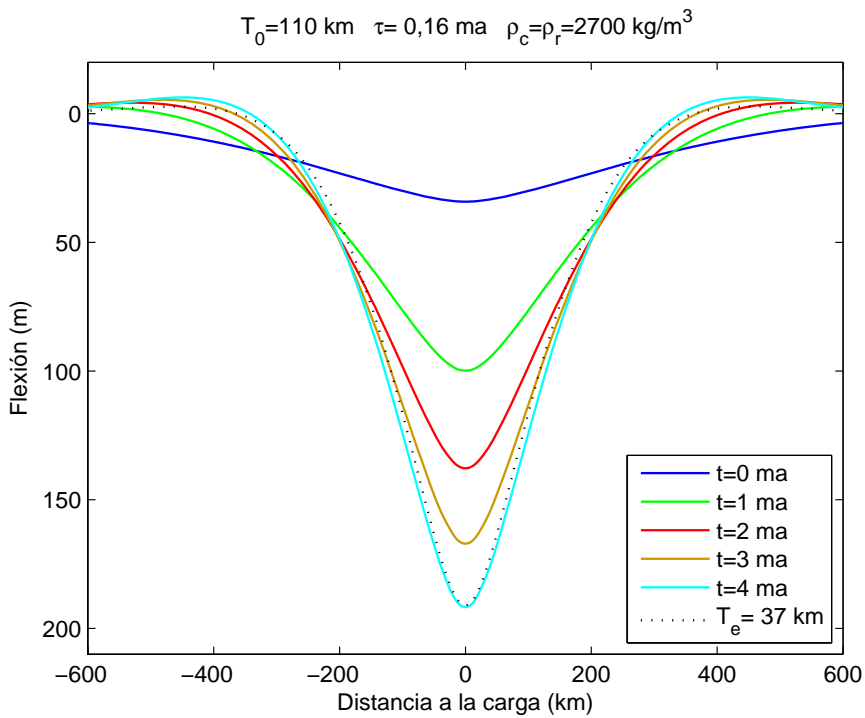


Figura 6.17: Evolución de la flexión viscoelástica producida por el aumento de carga sufrido por Tenerife en los últimos 4 ma, considerando  $T_0 = 110 \text{ km}$  y  $\tau = 0,16 \text{ ma}$  junto con la flexión elástica que mejor se amolda a la situación actual ( $t = 4 \cdot 10^6 \text{ a}$ ) que corresponde a  $T_e = 37 \text{ km}$ .

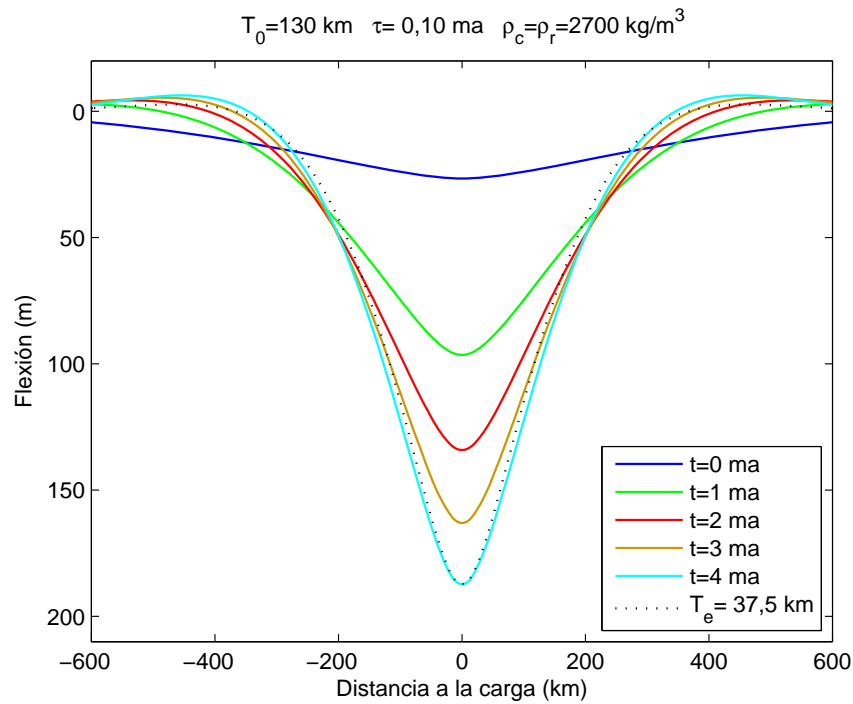


Figura 6.18: Evolución de la flexión viscoelástica producida por el aumento de carga sufrido por Tenerife en los últimos 4 ma, considerando  $T_0 = 130 \text{ km}$  y  $\tau = 0,10 \text{ ma}$  junto con la flexión elástica que mejor se amolda a la situación actual ( $t = 4 \cdot 10^6 \text{ a}$ ) que corresponde a  $T_e = 37,5 \text{ km}$ .

Como resumen final, en las Figura 6.16, Figura 6.17 y Figura 6.18 se muestra la evolución de la flexión viscoelástica producida por el aumento de carga sufrido por Tenerife en los últimos 4 ma para los pares de valores ( $T_0 = 90 \text{ km}, \tau = 2,5 \times 10^5 \text{ a}$ ), ( $T_0 = 110 \text{ km}, \tau = 1,6 \times 10^5 \text{ a}$ ) y ( $T_0 = 130 \text{ km}, \tau = 10^5 \text{ a}$ ) respectivamente, junto con la flexión elástica que mejor se amolda, en cada uno de los casos, a la situación actual ( $t = 4 \times 10^6 \text{ a}$ ). Los valores de  $T_e$  que mejor se amoldan a la situación actual mostrada en cada una de las figuras anteriormente mencionadas son 35, 37 y 37,5 km.



# Capítulo 7: Discusión, conclusiones y trabajos futuros

## 7.1. Discusión

Es relevante citar que, en trabajos previos, Dañobeitia (1988) estima, para la zona de Canarias, un  $T_e = 15 \text{ km}$  considerando un modelo elástico de flexión y observaciones de anomalías de la gravedad. En el mismo trabajo, aplicando la relación empírica de Bodine et al. (1981) obtiene un valor teórico para  $T_e$  de  $29 \text{ km}$  y sugiere que la diferencia entre ambos valores puede ser debida a un rejuvenecimiento térmico de la litosfera. Sin embargo, Filmer y McNutt (1989) a partir de ondulaciones del geoide y un modelo elástico estiman  $T_e = 48 \text{ km}$  en el entorno de Canarias por lo que concluyen que la litosfera bajo Canarias no muestra la perturbación térmica que suele existir bajo la mayoría de las islas volcánicas. En un trabajo posterior, Dañobeitia et al. (1994), utilizando nuevamente anomalías de la gravedad y eliminando el efecto producido por la proximidad del margen continental africano estiman  $T_e = 35 \text{ km}$ .

En trabajos de ámbito más local, Watts (1994) estima un  $T_e = 20 \text{ km}$  en el entorno de Tenerife y La Gomera utilizando un modelo simple de flexión y observaciones basadas en refracción sísmica, reflexión sísmica y anomalías de gravedad aire-libre. El problema que se plantea a partir de este resultado es que, en función de su edad, la litosfera oceánica en la zona debería presentar un espesor elástico de  $35 \text{ km}$  asumiendo la isoterma de control en  $450 \text{ }^\circ\text{C}$  lo que sugiere que en la zona se ha producido un significativo debilitamiento de la litosfera. Posteriormente, Watts et al. (1997) a partir de datos sísmicos y aplicando un modelo elástico 3D en el entorno de Tenerife, estiman que el espesor elástico de la litosfera

en el entorno de la Isla de Tenerife es  $T_e = 20 \text{ km}$  aunque apuntan que, teniendo en cuenta las incertidumbres en los datos y en los parámetros asumidos al aplicar el modelo, este valor podría llegar a  $30 \text{ km}$  a pesar de lo cual, sigue siendo inferior al que le corresponde en función de su edad. Sin embargo, estos autores no han encontrado evidencias de inyección magmática bajo la isla que pudiera justificar un debilitamiento de la litosfera.

Canales & Dañoibeitia (1998) aplicando un análisis de coherencia entre las anomalías de la gravedad y la topografía detectan una notable anomalía de profundidad al oeste de las Islas Canarias que podría indicar la existencia de un abombamiento provocado por una perturbación térmica y enmascarado por una espesa capa de sedimentos. Consideran que esta perturbación térmica actúa como una carga de menor densidad dentro de la litosfera deformándola hacia arriba como si fuera una placa elástica con un valor de  $T_e$  comprendido entre  $28$  y  $36 \text{ km}$ . Collier & Watts (2001) utilizando perfiles de reflexión sísmica vuelven a realizar un estudio de la flexión de la litosfera en el ámbito de las Islas Canarias. Concluyen que la flexión generada por la carga de la isla, considerando un modelo elástico 3D y  $T_e = 35 \text{ km}$ , explica los patrones estratigráficos observados.

No se han encontrado trabajos que apliquen un modelo viscoelástico en el ámbito de Canarias. Watts (1978) analiza la viabilidad de aplicar un modelo viscoelástico para ajustar observaciones de anomalías de la gravedad en Emperor-Hawaii. Aplica el modelo de forma independiente a cada una de las zonas considerando  $T_0 = 75 \text{ km}$  para la zona de Emperor y  $T_0 = 90 \text{ km}$  para la zona de Hawaii, estimando  $\tau$  entre  $10^6$  y  $10^7 \text{ a}$  para Emperor y entre  $10^5$  y  $10^6 \text{ a}$  para Hawaii. Ante los resultados concluye que el modelo no es adecuado debido a que gran diferencia entre los tiempos de relajación no es acorde con la diferencia entre los espesores elásticos iniciales. Minshull et al. (2010) aplican un modelo viscoelástico 2D para determinar si la subsidencia de Isla Ascensión detectada a partir de la profundidad y datación de muestras extraídas de sondeos que corresponden a la transición de lavas subaéreas a lavas submarinas, puede deberse a la flexión generada por el material emitido por la isla en los últimos  $5 - 3,4 \text{ ma}$ . Estiman que  $T_0$  está comprendido entre  $3$  y  $8 \text{ km}$ , y  $\tau$  entre  $5 \times 10^5$  y  $2 \times 10^6 \text{ a}$ . Por otro lado, Watts & Zhong (2000), a partir de una recopilación de resultados de estudios de flexión litosférica, comparan los valores de rigidez de la placa con la edad de la misma y concluyen que la litosfera oceánica sufre una rápida relajación durante los primeros  $1 - 2 \text{ ma}$  tras la carga, seguida de un periodo de  $100 \text{ ma}$  de desaceleración.



En este trabajo, considerando únicamente las observaciones correspondientes a las localizaciones *A*, *B*, *F* y *G* (Figura 7.1), el valor estimado para  $T_e$  utilizando un modelo elástico 3D está comprendido entre 35 y 40 *km*. Este rango de valores es acorde a los valores obtenidos en trabajos previos realizados en Canarias y con el valor esperado asumiendo la isoterma de control en 450 °C. Utilizando un modelo viscoelástico, y considerando las mismas localizaciones, el valor estimado para  $T_0$  está comprendido entre 90 y 130 *km* que es entre 2 y 3 veces superior al de  $T_e$  como sugieren Watts et al. (1980a). El valor estimado para  $\tau$  está comprendido entre  $10^5$  y  $2,5 \times 10^5$  *a*.

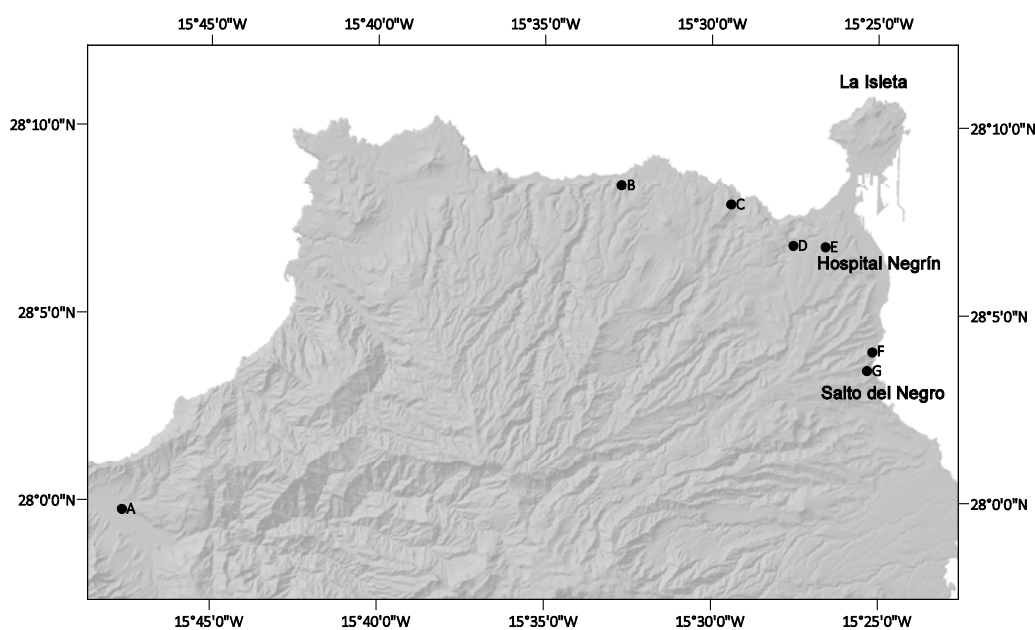


Figura 7.1: Ubicación de las localizaciones junto con las zonas estudiadas por Lietz & Schmincke (1975) y Krastel & Schmincke (2002).

La elevación observada en las localizaciones *D* y *E* puede ser debida a que se encuentran al SO de la península de La Isleta (NE de Gran Canaria) que según Krastel & Schmincke (2002) es una zona de volcanismo joven (Figura 7.1). Lietz & Schmincke (1975) en un estudio realizado en Gran Canaria, han datado una transgresión marina en torno a 4,3 *ma* con pillow-lavas ubicadas en la zona Hospital Negrín (zona de las localizaciones *D* y *E*) cuya mayor elevación es de 130 *m*. También han datado una regresión marina en torno a 3,8 *ma* con lavas intercaladas ubicadas en la zona del Salto del Negro (zona de las localizaciones *F* y *G*) con una elevación de 40 *m* que indica una bajada en el nivel del mar. Esta información es acorde con la curva global eustática de Haq et al. (1987) que muestra un descenso gradual del nivel del mar de unos 17 – 20 *m* entre 4,2 y 4 *ma*, un periodo estable entre 4 y 3,8 *ma* y un rápido descenso del nivel del mar de unos 100 *m* hace 3,8 *ma*.

Pérez-Torrado et al. (2015) indican que los afloramientos en las zonas *C, D* y *E* presentan una buena correlación estratigráfica. En cambio, los afloramientos de las zonas *A, B, F* y *G* fueron formados por distintos flujos de lavas que podrían ser contemporáneos con los anteriores pero que, dada la incertidumbre en las edades publicadas (ver Tabla 2.1 del apartado 2.2.1), no puede asegurarse. Esta incertidumbre en la edad (entre 0,08 y 0,15 *ma*) y la imposibilidad de correlación estratigráfica entre todas las zonas, permite también interpretar que los afloramientos *C, D* y *E* sean anteriores a los afloramientos *A* y *B*, y éstos, a su vez, previos a *F* y *G*.

Un problema adicional es la elevación de la zona *C*. Como se ha comentado anteriormente, Pérez-Torrado et al. (2015) aseguran que forman parte del mismo delta de lava que componen las zonas *D* y *E*. Sin embargo, las alturas del tránsito lavas almohadilladas-lavas pahoehoe sufren variaciones, con valores más elevados en la zona *C*. Una posible explicación puede residir en la existencia de fallas que compartimenten los afloramientos y les generen drásticas variaciones de altura, hecho que fue puesto de manifiesto por Pérez-Torrado et al. (2002), detectando saltos de falla de hasta 17 *m*.

Según Menéndez et al. (2008), la isla de Gran Canaria se encuentra actualmente en un periodo erosivo que comenzó hace unos 3,5 *ma* en el que la descarga de material es considerablemente mayor en el sector NE que en el SO. Este hecho da lugar a una redistribución de carga en Gran Canaria durante los últimos 3,5 *ma* que podría influir en su propia compensación isostática y, por tanto, que debería tenerse en cuenta al modelar la flexión generada por el material emitido por Tenerife en los últimos 4 *ma*. Asimismo, la existencia de una importante actividad volcánica en la zona de La Isleta, con su correspondiente inyección magmática en profundidad (Krastel y Schmincke, 2002), ha podido provocar movimientos isostáticos diferenciales de esa zona de la isla (Menéndez et al., 2008) que pueden sumarse a los del basculamiento por flexión litosférica.

Por otro lado, la cercanía de las observaciones a la zona en la que se inicia el abombamiento correspondiente a la flexión generada por el material emitido por Tenerife en los últimos 4 *ma* impide discernir qué valores de densidades de la carga y del material de relleno producen la flexión que mejor se ajusta a las observaciones. Disponer de observaciones en lugares más cercanos a la carga podría permitir discernir entre estos valores. Una de las posibilidades sería encontrar evidencias de esta flexión en la Isla de La

Gomera que se encuentra entre 50 – 70 *km* de la carga y cuyo material subaéreo tiene una antigüedad de 9,4 – 8 *ma* (Paris et al., 2005).

## 7.2. Conclusiones

A partir de la disposición espacial de los afloramientos de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe existentes en los sectores NO, N y NE de la Isla de Gran Canaria, dados entre 3,87 y 4,49 *ma*, que representan el antiguo nivel del mar y muestran una ligera inclinación hacia la Isla de Tenerife, se ha modelizado la flexión de la litosfera generada por el material emitido por Tenerife en los 4 *ma* con el fin de determinar si el basculamiento sufrido por Gran Canaria ha sido producido por dicha flexión.

La modelización se ha realizado considerando que la litosfera bajo el efecto de cargas superficiales responde como una placa delgada que puede tener un comportamiento elástico o viscoelástico. En ambos casos, las ecuaciones diferenciales que rigen dichos comportamientos se han resuelto mediante Transformadas de Fourier considerando modelos 3D.

A continuación se sintetizan las principales conclusiones de este trabajo:

- (1) El volumen del material emitido por la Isla de Tenerife en los últimos 4 *ma* se ha estimado en 3142 *km*<sup>3</sup> y modelado mediante un cilindro de 25 *km* de radio y 1600 *m* de altura. Esta estimación se ha obtenido tras consultar múltiples trabajos sobre la evolución volcánica de Tenerife.
- (2) Tras analizar las diferentes metodologías de cálculo para la resolución de las ecuaciones diferenciales que rigen ambos modelos de flexión, se ha optado por utilizar la Transformada de Fourier. Por ello, se ha analizado la influencia de la elección de las dimensiones y del intervalo de muestreo de la cuadrícula en la correcta reconstrucción de la flexión. Del resultado de este análisis surgen las siguientes consideraciones:
  - (a) La dimensión de la cuadrícula debe ser al menos el doble de la longitud de onda de la flexión.
  - (b) El incremento de muestreo debe ser menor o igual a 4 *km* para espesores elásticos menores o iguales a 30 *km*. Para espesores elásticos mayores, puede usarse un incremento de muestreo mayor.

- (3) El valor del espesor elástico  $T_e$  que genera la flexión elástica que mejor se ajusta a las observaciones se estima comprendido entre 35 y 40 *km*. Este rango de valores es acorde a los valores obtenidos en trabajos previos realizados en Canarias y con el valor esperado asumiendo la isoterma de control en 450 °C.
- (4) No se puede discernir de forma clara entre los diferentes valores de densidad de la carga y del material de relleno propuestos, lo cual ya se intuía tras los resultados del análisis realizado para evaluar la sensibilidad del modelo elástico respecto de estos parámetros.
- (5) Los valores de  $T_0$  y  $\tau$  que generan flexiones viscoelásticas y que mejor se ajustan a las observaciones se estiman comprendidos entre 90 y 130 *km* para el espesor elástico inicial, que es entre 2 y 3 veces superior al de  $T_e$  como sugieren trabajos previos, y entre  $10^5$  y  $2,5 \cdot 10^5$  *a* para el tiempo de relajación que aun siendo valores bajos están dentro del rango propuesto por otros autores.
- (6) Los valores teóricos de espesor elástico  $T_e$  que generan flexiones elásticas equivalentes a las flexiones viscoelásticas correspondientes a momento actual ( $t = 4$  *ma*) considerando los parámetros expuestos en el párrafo anterior están comprendidos entre 35 y 37,5 *km*.
- (7) De los modelos de flexión aplicados se obtiene que la flexión máxima bajo la Isla de Tenerife generada por el material emitido por la misma en los últimos 4 *ma*, es entre 170 – 200 *m*. Este valor representa el 4,25 – 5,25% de la flexión generada por la totalidad de Isla de Tenerife estimada en 4 *km* en trabajos previos.
- (8) Utilizando los ajustes de las observaciones a los modelos se ha podido poner de manifiesto que las localizaciones *C, D* y *E* pueden estar afectadas por otros procesos a parte de la flexión, mientras que las localizaciones *A, B, F* y *G* parecen estar afectadas únicamente por la flexión.

Finalmente, puesto que el rango de valores estimado para  $T_e$  es acorde a los obtenidos en anteriores trabajos realizados en Canarias considerando el modelo elástico de flexión y el rango de valores estimado para  $T_0$  es entre 2 y 3 veces superior al de  $T_e$ , se concluye que el basculamiento sufrido por Gran Canaria puede haber sido producido por la flexión de la litosfera generada por el material emitido por Tenerife en los 4 *ma*. No obstante

lo anterior, los datos existentes no permiten descartar la participación de otros procesos, como fluctuaciones eustáticas a lo largo del tiempo y movimientos isostáticos diferenciales. La incertidumbre geocronológica y estratigráfica entre todas las áreas estudiadas donde se observa la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe, no permite asegurar que todas ellas sean isócronas y reflejen, por tanto, un solo nivel del mar, o por el contrario sean diacrónicas y reflejen distintos niveles del mar con diferencias de altura entre ellos. Asimismo, la descarga erosiva diferencial del sector NE de Gran Canaria y los importantes procesos de inyección magmática bajo La Isleta, pueden propiciar movimientos de ascensos isostáticos diferenciales para este sector de la isla.

Este trabajo ha puesto de manifiesto los efectos que una isla volcánica puede realizar sobre una isla vecina a partir de la flexión que la primera ejerce sobre la placa de la litosfera donde descansa la segunda. Lo novedoso de este trabajo frente a los ya realizados es que se basa en observaciones topográficas de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe (evidencias geomorfológicas y estratigráficas) no realizadas hasta la fecha y que permiten la comprobación de los modelos de flexión considerados sin utilizar datos sísmicos o gravimétricos. Según el conocimiento que se tiene hasta la fecha, es la primera vez que se aplica el modelo viscoelástico 3D desarrollado en este trabajo para el estudio de la flexión en el entorno de Canarias.

### 7.3. Trabajos futuros

El desarrollo de este trabajo deja varias cuestiones por resolver en un futuro, así como nuevos retos:

- (1) Resolver la ecuación diferencial que rige la flexión elástica considerando que la rigidez a la flexión  $D$  tiene una variación no lineal y aplicar dicho modelo. Inicialmente se podría proponer un espesor elástico menor bajo la carga y mayor en las zonas circundantes. Esto concuerda con la idea de que las zonas de la placa litosférica sometidas a un máximo de flexión deberían presentar menor rigidez que las zonas circundantes (Watts & Ribe, 1984). También se podrían estudiar zonas más amplias en un único modelo, en vez de utilizar ventanas móviles que recorren la zona (Kalnins & Watts, 2009). Debido al desarrollo actual que se ha realizado del modelo elástico, pues se ha resuelto la ecuación diferencial que rige

a flexión elástica considerando una variación lineal de la rigidez a la flexión, se puede empezar a abordar este aspecto.

- (2) Aplicar los diferentes modelos considerando una distribución de cargas que incluya la descarga sufrida por Gran Canaria durante su actual periodo erosivo. El modelo viscoelástico permitiría contemplar la evolución volcánica y erosiva tanto de Tenerife como de Gran Canaria, incluyendo deslizamientos gravitacionales, durante los últimos 4 *ma*.
- (3) Buscar evidencias geomorfológicas de la flexión generada por el material emitido por Tenerife durante los últimos 4 *ma* en la Isla de La Gomera. Una posible estrategia sería, a partir de los parámetros de flexión obtenidos en este trabajo, pronosticar cómo se ha debido inclinar La Gomera debido a la flexión generada por el material emitido por Tenerife. En una segunda fase se podría desarrollar la búsqueda de alguna evidencia geológica de dicha inclinación, aunque hasta la fecha sólo se han encontrado pillow-lavas de origen subacúatico. También se podrían analizar estratigrafías sísmicas en la zona.
- (4) Debido a que actualmente no todas las islas del archipiélago tienen porque estar en equilibrio isostático, de hecho muchas de ellas deben estar elevándose por la pérdida de carga por encontrarse en un periodo erosivo, la utilización del modelo viscoelástico desarrollado en este trabajo puede permitir la obtención de los órdenes de magnitud de estas variaciones verticales en el tiempo. Puede que detectar estas variaciones sea posible usando una serie temporal lo suficientemente larga de observaciones realizadas con una red de antenas GNSS (Sistema Global de Navegación por Satélites).

#### 7.4. Difusión de resultados

Hasta la fecha, los diferentes resultados que se han ido obteniendo en la tesis doctoral se han ido presentado en diversos congresos nacionales e internacionales: Bienal de Física, Asamblea Hispano Portuguesa de Geodesia y Geofísica y European Geosciences Union General Assembly. Dichas contribuciones han sido publicadas en sus respectivos libros de resúmenes.

En la actualidad se están preparando tres artículos de investigación para enviar en breve:

- 1) Un primer artículo en el que se presentan los resultados obtenidos al aplicar el modelo elástico con espesor constante y la utilización de forma novedosa de las observaciones de la transición de pillow-lavas a lavas pahoehoe en el estudio de la flexión de la litosfera oceánica.
- 2) Un segundo artículo basado en el modelo elástico con espesor elástico variable y la función adecuada para la rigidez de la flexión. El desarrollo del modelo elástico que se ha realizado en esta tesis permite abordar este objetivo que no es posible con los modelos elásticos del GMT (Generic Mapping Tools) en el que se basan muchos de los trabajos publicados.
- 3) Y un tercer artículo, presentando el modelo viscoelástico de flexión de la litosfera aplicado por primera vez en el entorno de Canarias y compararlo con los resultados de los modelos elásticos tal como se hace en el capítulo 6. Los tiempos de relajación que se han obtenido permiten profundizar sobre la reología de la litosfera oceánica en la región de Canarias.





Apéndice 1:

Ley de Hooke



El comportamiento reológico de un sólido se estudia experimentalmente aplicando fuerzas sobre el mismo y analizando las deformaciones generadas pues cualquier deformación unitaria ( $\varepsilon$ ) que sufre un sólido puede considerarse como combinación de deformaciones simples (Figura A1.1):

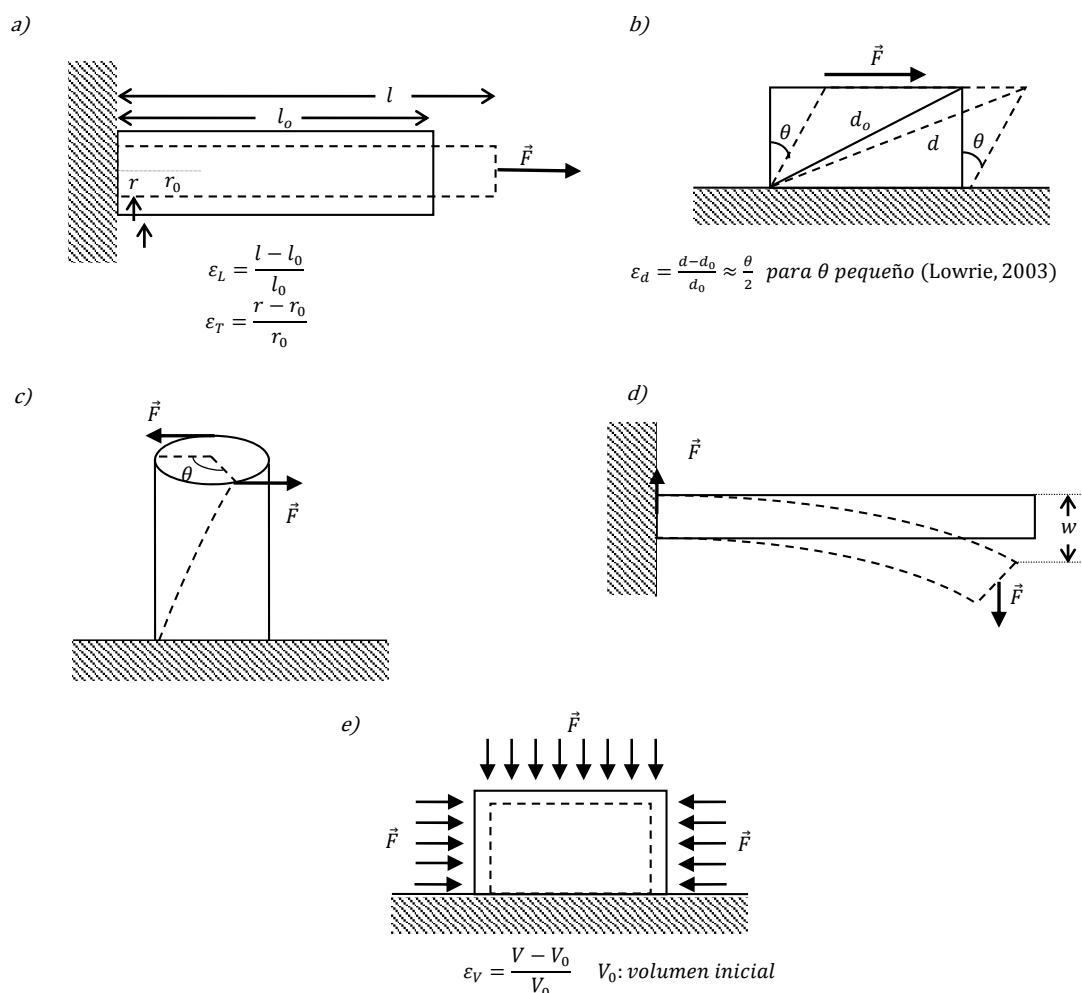


Figura A1.1: Esquema de las deformaciones simples que pueden producirse experimentalmente en un cuerpo: a) elongación y contracción, b) cizalla, c) torsión, d) flexión y e) compresión simple.

- a) Elongación ( $\varepsilon_L$ ) y contracción lateral ( $\varepsilon_T$ ). Se produce cuando se aplica una fuerza ( $\vec{F}$ ) normal a la superficie sobre la que actúa (fuerza de tracción).
- b) Cizalla ( $\varepsilon_d$ ). La fuerza ( $\vec{F}$ ) aplicada es tangente a la superficie sobre la que actúa (fuerza de cizalla).
- c) Torsión. Generada por un par de fuerzas actuando tangencialmente sobre la superficie formando un momento de torsión ( $M_t$ ). Es un caso particular de cizalla pues cada capa del cuerpo gira un pequeño ángulo respecto de la capa inferior.

- d) Flexión. Es la deformación sufrida por una viga en voladizo cuando se aplica una carga en su extremo libre y ésta se curva. También es un caso particular de cizalla y se cuantifica mediante el desplazamiento vertical ( $w$ ).
- e) Compresión simple o hidrostática ( $\epsilon_V$ ). Se trata de un cambio de volumen producido por una presión uniforme o hidrostática ( $p$ ).

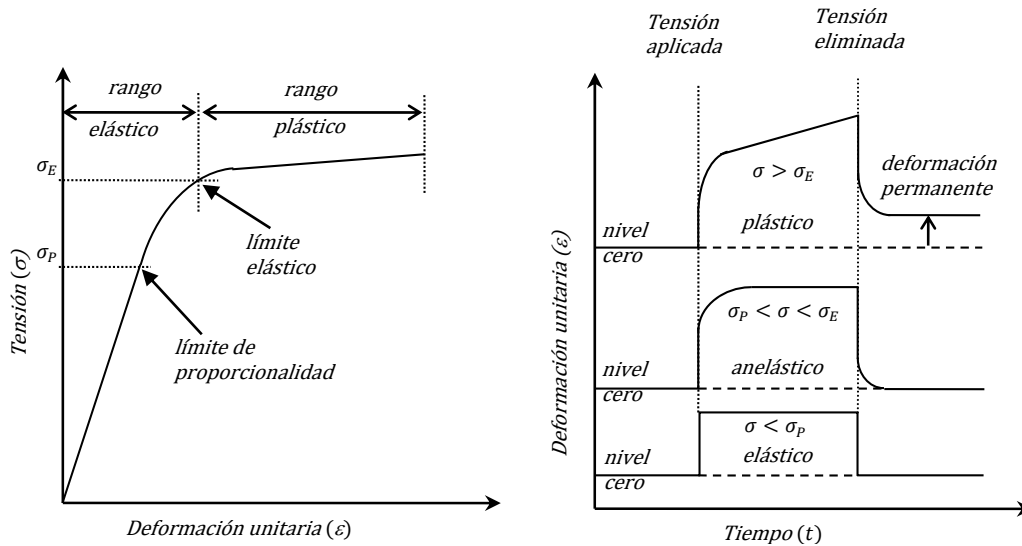


Figura A1.2: a) Diagrama tensión-deformación unitaria; b) Diagrama deformación unitaria-tiempo para una tensión constante aplicada entre dos instantes

Los resultados obtenidos mediante experimentos simples de tracción pueden representarse mediante diagramas de tensión-deformación unitaria o diagramas de deformación unitaria-tiempo (Figura A1.2). Al aplicar una tensión a un cuerpo, éste muestra inicialmente un comportamiento elástico: al eliminar la tensión el cuerpo recupera su forma. Si se aumenta la tensión hasta sobrepasar el *límite elástico*, el cuerpo pasa a tener un comportamiento plástico: al eliminar la tensión el cuerpo va recuperando su forma de manera gradual, pero no la recupera totalmente. En el rango elástico, la deformación unitaria es inicialmente proporcional a la tensión aplicada y el cuerpo recupera su forma instantáneamente al eliminar la tensión (elasticidad lineal). Al aumentar la tensión, y sobrepasar el *límite de proporcionalidad*, desaparece la proporcionalidad entre deformación unitaria y tensión, y el cuerpo recupera su forma de manera gradual (anaelasticidad). En el rango plástico no existe proporcionalidad entre deformación unitaria y tensión. Por otro lado, al aplicar tensión sobre un cuerpo, éste puede sufrir rotura. Si la rotura se produce dentro del rango elástico, el comportamiento del material es frágil; en caso contrario, el

comportamiento es dúctil. Bajo ciertas condiciones de presión y temperatura, un material dúctil que soporta tensiones durante largos periodos de tiempo puede fluir (Lowrie, 2003).

La Ley de Hooke, que describe el comportamiento elástico lineal de los sólidos, postula basándose en experimentos simples (Figura A1.1) que la deformación unitaria es proporcional a la tensión que la genera:

- a) La elongación o deformación unitaria longitudinal ( $\varepsilon_L$ ) es proporcional a la tensión aplicada:

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma}{E}$$

- b) La contracción o deformación unitaria transversal ( $\varepsilon_T$ ), es proporcional a la deformación unitaria longitudinal:

$$\varepsilon_T = -\nu\varepsilon_L \Leftrightarrow \varepsilon_T = -\nu\frac{\sigma}{E}$$

- c) La deformación unitaria de cizalla ( $\varepsilon_d$ ) es proporcional a la tensión aplicada:

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma}{2\mu}$$

- d) La compresión simple ( $\varepsilon_V$ ) es proporcional a la tensión a la que está sometido el cuerpo. Es la única deformación que también sufren los fluidos.

$$\varepsilon_V = -\frac{\sigma}{K}$$

Donde  $\sigma$  es la tensión generada por la fuerza, normal o tangencial (según el caso), a la superficie sobre la que actúa.  $E$  es el módulo de Young,  $\nu$  la relación de Poisson,  $\mu$  el módulo de rigidez o cizalla y  $K$  el módulo de incompresibilidad, todos ellos parámetros reológicos conocidos como módulos elásticos; tienen dimensiones de tensión, salvo  $\nu$  que es adimensional y su valor varía entre 0 (no se produce contracción lateral) y 0,5 (no se produce cambio de volumen). Los módulos elásticos de materiales isotrópicos (materiales cuyas propiedades físicas no dependen de la dirección en la que son examinadas) son constantes y se demuestra que sólo dos de ellos son independientes. Por ejemplo,  $\mu$  puede expresarse en función de  $E$  y  $\nu$  (Ranalli, 1995):

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (7-1)$$



## Apéndice 2:

Resolución analítica de la ecuación de flexión elástica 2D





La flexión de una viga infinita que descansa sobre un medio viscoso y se encuentra cargada con una carga puntual situada en el punto ( $x = 0$ ) y cuyo 'volumen' queda definido por  $h$ , viene dada por el siguiente sistema de ecuaciones (Watts & Cochran, 1974):

$$D \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + (\rho_m - \rho_r) g w(x) = 0 \quad (\text{A2-1})$$

$$(\rho_m - \rho_r) g \int_{-\infty}^{\infty} w(x) dx = (\rho_c - \rho_a) g h \quad (\text{A2-2})$$

Donde la ecuación (A2-1) es una ecuación diferencial de cuarto orden con coeficientes constantes que representa la flexión instantánea de la viga, cuyas condiciones de contorno son:

- Primera condición: La flexión desaparece en los bordes infinitos de la viga

$$x \rightarrow \pm\infty, \quad y \rightarrow 0 \quad (\text{A2-3})$$

- Segunda condición: Bajo la carga, la flexión alcanza un máximo absoluto

$$x = 0, \quad \frac{dw(x)}{dx} = 0 \quad (\text{A2-4})$$

Y la ecuación (A2-2) representa el balance de fuerzas existente.

### Resolución de la ecuación (A2-1)

Llamando  $C = \frac{(\rho_m - \rho_r)g}{D}$ , la ecuación (A2-1) queda:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + Cw = 0 \quad (\text{A2-5})$$

(Se ha omitido la variable)

Cuya solución es de la forma

$$w = e^{mx} \quad (\text{A2-6})$$

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = m^4 e^{mx} \quad (\text{A2-7})$$

Introduciendo (A2-6) y (A2-7) en (A2-5),

$$m^4 e^{mx} + C e^{mx} = 0 \rightarrow e^{mx} (m^4 + C) = 0$$

Por tanto la ecuación característica de (A2-5) es:

$$m^4 + C = 0 \rightarrow m^4 = -C \quad (\text{A2-8})$$

Despejando  $m$ :

$$m = \sqrt[4]{-C} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{-C}} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{C}i} = \sqrt[4]{C^2i}$$

Y recordando que

$$\sqrt[2]{i} = \begin{matrix} \nearrow \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \searrow \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} \end{matrix}$$

Las cuatro soluciones de (A2-8) son:

$$m_{1,2} = \sqrt[4]{C} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \pm i\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sqrt[4]{\frac{C}{4}} (1 \pm i)$$

$$m_{3,4} = \sqrt[4]{C} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \pm i\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sqrt[4]{\frac{C}{4}} (-1 \pm i)$$

Que haciendo  $\alpha = \sqrt[4]{\frac{C}{4}}$  pueden escribirse:

$$m_{1,2} = \alpha(1 \pm i)$$

$$m_{3,4} = \alpha(-1 \pm i)$$

Por tanto, la solución general de la ecuación (A2-1) es:

$$w = e^{\alpha x}(A_c \cos \alpha x + B_c \sen \alpha x) + e^{-\alpha x}(C_c \cos \alpha x + D_c \sen \alpha x) \quad (\text{A2-9})$$

Con

$$\alpha = \left[ \frac{(\rho_m - \rho_r)g}{4D} \right]^{1/4}$$

Las constantes de (A2-9) se determinan haciendo uso de las condiciones de contorno. Para que se cumpla la primera condición de contorno, ecuación (A2-3), el primer sumando de la ecuación (A2-9) debe ser anularse, es decir,  $A_c = B_c = 0$ . A partir de este momento, se considera  $x \geq 0$  (para  $x < 0$ , el sumando que debe anularse es el segundo y todo el procedimiento siguiente para obtener la solución es similar). Por tanto, la ecuación (A2-9) se reduce a:

$$w = e^{-\alpha x}(C_c \cos \alpha x + D_c \sen \alpha x) \quad (\text{A2-10})$$

Para aplicar la segunda condición de contorno, ecuación (A2-4), se deriva la ecuación (A2-10)

$$\frac{dw}{dx} = -\alpha e^{-\alpha x}[C_c(\cos \alpha x + \sen \alpha x) + D_c(\sen \alpha x - \cos \alpha x)]$$

Que para  $x = 0$  es:

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0} = -\alpha(C_c - D_c) = \alpha(D_c - C_c)$$

Que solo puede anularse si  $D_c = C_c$ , con lo cual

$$w = e^{-\alpha x}D_c(\cos \alpha x + \sen \alpha x) \quad (\text{A2-11})$$

Para determinar el valor de  $D_c$ , se introduce (A2-11) en la ecuación (A2-2)

$$D_c \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x}(\cos \alpha x + \sen \alpha x) dx = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r)} h \quad (\text{A2-12})$$

La integral la integral que aparece en la ecuación (A2-12) es (ver resolución al final del apéndice):

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x}(\cos \alpha x + \sen \alpha x) dx = \frac{2}{\alpha}$$

Por tanto la ecuación (A2-12) queda

$$D_c \frac{2}{\alpha} = \frac{(\rho_c - \rho_w)}{(\rho_m - \rho_{inf})} h$$

Despejando se obtiene el valor de la constante  $D_c$

$$D_c = \frac{\alpha(\rho_c - \rho_w)}{2(\rho_m - \rho_{inf})} h \quad (\text{A2-13})$$

Introduciendo (A2-13) en la ecuación (A2-11) se obtiene la solución del sistema de ecuaciones (A2-1, A2-2)

$$w = \frac{\alpha(\rho_c - \rho_w)h}{2(\rho_m - \rho_r)} e^{-\alpha x}(\cos \alpha x + \sen \alpha x) \quad (\text{A2-14})$$

Con

$$\alpha = \left[ \frac{(\rho_m - \rho_r)g}{4D} \right]^{1/4}$$

La expresión (A2-14) permite calcular la flexión 2D producida por una carga puntual situada en  $x = 0$ , por tanto si se desea calcular la flexión producida por una carga definida por una función del tipo  $h(x)$  hay que hacer uso de la convolución.

**Resolución de la integral que aparece en la ecuación (A2-12)**

Como  $x \geq 0$ , la función es par y por tanto:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \operatorname{sen} \alpha x) dx = 2 \int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \cos \alpha x dx + 2 \int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \operatorname{sen} \alpha x dx \quad (\text{A2-15})$$

La primera integral del lado derecho de (A2-15), por partes:

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \cos \alpha x dx = \frac{\operatorname{sen} \alpha x}{\alpha} e^{-\alpha x} + \int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \operatorname{sen} \alpha x dx \quad (\text{A2-16})$$

$$\begin{aligned} u &= e^{-\alpha x} & u' &= -\alpha e^{-\alpha x} \\ v &= \frac{\operatorname{sen} \alpha x}{\alpha} & v' &= \cos \alpha x \end{aligned}$$

Integral del segundo término de (A2-16)

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \operatorname{sen} \alpha x dx = -\frac{\cos \alpha x}{\alpha} e^{-\alpha x} - \int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \cos \alpha x dx \quad (\text{A2-17})$$

$$\begin{aligned} u &= e^{-\alpha x} & u' &= -\alpha e^{-\alpha x} \\ v &= -\frac{\cos \alpha x}{\alpha} & v' &= \operatorname{sen} \alpha x \end{aligned}$$

Introduciendo (A2-17) en (A2-16) y despejando

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \cos \alpha x dx = \frac{1}{2\alpha} e^{-\alpha x} (\operatorname{sen} \alpha x - \cos \alpha x) \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2\alpha}$$

Introduciendo (A2-16) en (A2-17) se resuelve la segunda integral de (A2-15)

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x} \operatorname{sen} \alpha x dx = -\frac{1}{2\alpha} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \operatorname{sen} \alpha x) \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2\alpha}$$

Por tanto la integral de la expresión (A2-15) queda

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \operatorname{sen} \alpha x) dx = \frac{2}{\alpha}$$

## Apéndice 3:

Resolución de las ecuaciones de flexión 3D  
usando la Transformada de Fourier



Antes de iniciar la resolución de las ecuaciones de flexión de la litosfera mediante el uso de la Transformada de Fourier hay tener en cuenta que se considera que la litosfera se comporta como un filtro lineal invariante en el espacio. La flexión  $w(x, y)$  viene dada por la convolución de la función carga  $h(x, y)$  con la función de transferencia  $\phi(x, y)$  o respuesta del sistema al impulso (Watts, 2001):

$$\text{Input} \rightarrow \text{Filtro} \rightarrow \text{Output} = \text{Input} * \text{función de transferencia}$$

$$h(x, y) \rightarrow \text{Litosfera} \rightarrow w(x, y) = h(x, y) * \phi(x, y) \quad (\text{A3-1})$$

Además conviene, también, recordar alguna de las propiedades de la convolución y de la Transformada de Fourier que se usarán en la obtención de las soluciones.

### Convolución

Además de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva,

- Asociativa con multiplicación por escalar

$$a(f * g) = (af) * g = f * (ag)$$

- Regla de derivación

$$D(f * g) = Df * g = f * Dg$$

### Transformada de Fourier

Además de la propiedad de linealidad de la Transformada de Fourier, se usarán:

- Transformada de la derivada

$$\mathcal{F}\{\partial f\} = ik\mathcal{F}\{f\} \quad (k \text{ variable en el dominio de la frecuencia})$$

- Derivada de la transformada

$$\partial(\mathcal{F}\{f\}) = \mathcal{F}\{(-ix)f\} \quad (x \text{ variable en el dominio del espacio})$$

### Teorema de convolución

$$\mathcal{F}\{f * g\} = \mathcal{F}\{f\}\mathcal{F}\{g\} \quad \text{y} \quad \mathcal{F}\{fg\} = \mathcal{F}\{f\} * \mathcal{F}\{g\}$$





### A3.1 Flexión elástica 3D con $\mathbf{T}_e$ constante



La ecuación que describe la respuesta de la litosfera a una carga  $h(x, y)$  considerando el modelo elástico con  $T_e$ , y por tanto  $D$ , constante es (Watts et al., 1982):

$$D\Delta^2 w(x, y) + (\rho_m - \rho_r)w(x, y)g = (\rho_c - \rho_a)gh(x, y) \quad (\text{A3-2})$$

En primer lugar se introduce (A3-1) en (A3-2):

$$D\Delta^2 (h * \phi_e) + (\rho_m - \rho_r)g(h * \phi_e) = (\rho_c - \rho_a)gh \quad (\text{A3-3})$$

(Se han omitido las variables)

Haciendo uso de la regla de derivación de la convolución para tratar el Laplaciano de la convolución que aparece en el primer sumando de (A3-3):

$$\Delta^2 (h * \phi_e) = \frac{\partial^2 (h * \phi)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h * \phi)}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} * \phi_e + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} * \phi = \Delta^2 h * \phi_e \quad (\text{A3-4})$$

Introduciendo (A3-4) en (A3-3) y aplicando la propiedad asociativa con multiplicación por un escalar

$$D\Delta^2 h * \phi_e + (\rho_m - \rho_r)gh * \phi_e = (\rho_c - \rho_a)gh$$

Y usando la propiedad distributiva de la convolución

$$[D\Delta^2 h + (\rho_m - \rho_r)gh] * \phi_e = (\rho_c - \rho_a)gh \quad (\text{A3-5})$$

Aplicando la transformada de Fourier a (A3-5) y haciendo uso tanto del Teorema de convolución como de la linealidad de la Transformada de Fourier:

$$[D\mathcal{F}\{\Delta^2 h\} + (\rho_m - \rho_r)g\mathcal{F}\{h\}]\mathcal{F}\{\phi_e\} = (\rho_c - \rho_a)g\mathcal{F}\{h\} \quad (\text{A3-6})$$

Trabajando el primer sumando del corchete:

$$\mathcal{F}\{\Delta^2 h\} = \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^4 h}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 h}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 h}{\partial y^4}\right\} = \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}\right\} + 2\mathcal{F}\left\{\frac{\partial^4 h}{\partial x^2 \partial y^2}\right\} + \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^4 h}{\partial y^4}\right\}$$

Aplicando la Transformada de Fourier de la derivada y recordando que se está trabajando con dos variables  $(x, y)$  en el dominio del espacio y  $(k, l)$  en el dominio de la frecuencia:

$$\mathcal{F}\{\Delta^2 h\} = (ik)^4 \mathcal{F}\{h\} + 2i^4 (kl)^2 \mathcal{F}\{h\} + (il)^4 \mathcal{F}\{h\} = (k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{h\} \quad (\text{A3-7})$$

Ahora introduciendo (A3-7) en (A3-6):

$$[D(k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{h\} + (\rho_m - \rho_r)g \mathcal{F}\{h\}] \mathcal{F}\{\phi_e\} = (\rho_c - \rho_a)g \mathcal{F}\{h\}$$

Y despejando, se obtiene la Transformada de Fourier de la función de transferencia:

$$\mathcal{F}\{\phi_e\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)g}{D(k^2 + l^2)^2 + (\rho_m - \rho_r)g}$$

Esta expresión puede trabajarse para obtener con un aspecto similar al que suele presentarse en la literatura dedicada a la flexión de la litosfera para el caso 2D (Watts, 2001):

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{\phi_e\} &= \left[ \frac{D(k^2 + l^2)^2 + (\rho_m - \rho_r)g}{(\rho_c - \rho_a)g} \right]^{-1} = \left[ \frac{D(k^2 + l^2)^2}{(\rho_c - \rho_a)g} + \frac{(\rho_m - \rho_r)}{(\rho_c - \rho_a)} \right]^{-1} \\ \mathcal{F}\{\phi_e\} &= \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r)} \left[ \frac{D(k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A3-8})$$

Una vez que se tiene  $\mathcal{F}\{\phi_e\}$  se calcula la Transformada de Fourier de la flexión:

$$\mathcal{F}\{w\} = \mathcal{F}\{h * \phi_e\} = \mathcal{F}\{h\} \mathcal{F}\{\phi_e\}$$

Y finalmente la propia flexión aplicándole la Transformada Inversa de Fourier.

## A3.2 Flexión elástica 3D con $\mathbf{T}_e$ variable



La ecuación que describe la respuesta de la litosfera a una carga  $h(x, y)$  considerando el modelo elástico y  $T_{e,r}$ , variable en el espacio es (Watts et al., 1982):

$$\Delta(D(x, y) \Delta w(x, y)) + (\rho_m - \rho_r) w(x, y)g = (\rho_c - \rho_a)gh(x, y) \quad (A3-9)$$

Inicialmente se introduce (A3-1) en (A3-9):

$$\Delta(D\Delta(h * \phi_{e,r})) + (\rho_m - \rho_r)g(h * \phi_{e,r}) = (\rho_c - \rho_a)gh \quad (A3-10)$$

(Se han omitido las variables)

Haciendo uso de la regla de derivación de la convolución para tratar el primer sumando de (A3-10) y trabajando, en primer lugar, con el Laplaciano de la convolución:

$$\Delta(h * \phi_{e,r}) = \frac{\partial^2(h*\phi_{e,r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(h*\phi_{e,r})}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} * \phi_{e,r} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} * \phi_{e,r} = \Delta h * \phi_{e,r}$$

Con lo cual,

$$\begin{aligned} \Delta(D\Delta(h * \phi_{e,r})) &= \Delta(D\Delta h * \phi_{e,r}) = \\ &= \frac{\partial^2(D \Delta h * \phi_{e,r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(D \Delta h * \phi_{e,r})}{\partial y^2} = \frac{\partial^2(D \Delta h)}{\partial x^2} * \phi_{e,r} + \frac{\partial^2(D \Delta h)}{\partial y^2} * \phi_{e,r} \end{aligned}$$

Es decir,

$$\Delta(D\Delta(h * \phi_{e,r})) = \Delta(D \Delta h) * \phi_{e,r} \quad (A3-11)$$

Introduciendo (A3-11) en (A3-10) y aplicando la propiedad asociativa con multiplicación por un escalar

$$\Delta(D\Delta h) * \phi_{e,r} + (\rho_m - \rho_r)gh * \phi_{e,r} = (\rho_c - \rho_a)gh$$

Usando, ahora, la propiedad distributiva de la convolución

$$[\Delta(D\Delta h) + (\rho_m - \rho_r)g] * \phi_{e,r} = (\rho_c - \rho_a)gh \quad (A3-12)$$

Aplicando la Transformada de Fourier a (A3-12):

$$\mathcal{F}\{[\Delta(D\Delta h) + (\rho_m - \rho_r)gh] * \phi_{e,r}\} = \mathcal{F}\{(\rho_c - \rho_a)gh\}$$

Haciendo uso del teorema de convolución

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h) + (\rho_m - \rho_r)gh\} \mathcal{F}\{\phi_{e,r}\} = \mathcal{F}\{(\rho_c - \rho_a)gh\}$$

Y de la linealidad de la transformada de Fourier, se obtiene:

$$[\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} + (\rho_m - \rho_r) g \mathcal{F}\{h\}] \mathcal{F}\{\phi_{er}\} = (\rho_c - \rho_a) g \mathcal{F}\{h\} \quad (\text{A3-13})$$

Trabajando el primer sumando del corchete:

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2(D\Delta h)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(D\Delta h)}{\partial y^2}\right\} = \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2(D\Delta h)}{\partial x^2}\right\} + \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2(D\Delta h)}{\partial y^2}\right\}$$

Aplicando la Transformada de Fourier de la derivada y recordando que se está trabajando con dos variables  $(x, y)$  en el dominio del espacio y  $(k, l)$  en el dominio de la frecuencia:

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2(D\Delta h)}{\partial x^2}\right\} + \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2(D\Delta h)}{\partial y^2}\right\} = (ik)^2 \mathcal{F}\{D\Delta h\} + (il)^2 \mathcal{F}\{D\Delta h\}$$

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = -(k^2 + l^2) \mathcal{F}\{D\Delta h\} = -(k^2 + l^2) \mathcal{F}\left\{D \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right\}$$

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = -(k^2 + l^2) \left[ \mathcal{F}\left\{D \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right\} + \mathcal{F}\left\{D \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right\} \right]$$

Aplicando el teorema ‘inverso’ convolución y la propiedad distributiva

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = -(k^2 + l^2) \left[ \mathcal{F}\{D\} * \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right\} + \mathcal{F}\{D\} * \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right\} \right]$$

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = -(k^2 + l^2) \mathcal{F}\{D\} * \left[ \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right\} + \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right\} \right]$$

Aplicando de nuevo la transformada de Fourier de la derivada

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = -(k^2 + l^2) \mathcal{F}\{D\} * [(ik)^2 \mathcal{F}\{h\} + (il)^2 \mathcal{F}\{h\}]$$

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = -(k^2 + l^2) \mathcal{F}\{D\} * [-(k^2 + l^2) \mathcal{F}\{h\}]$$

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = (k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{D\} * \mathcal{F}\{h\}$$

Y el teorema de convolución

$$\mathcal{F}\{\Delta(D\Delta h)\} = (k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{D\} * \mathcal{F}\{h\} = (k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{Dh\} \quad (\text{A3-14})$$

Introduciendo ahora (A3-14) en (A3-13)

$$[(k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{Dh\} + (\rho_m - \rho_{inf}) g \mathcal{F}\{h\}] \mathcal{F}\{\phi_{er}\} = (\rho_c - \rho_w) g \mathcal{F}\{h\}$$

Y despejando, se obtiene la Transformada de Fourier de la función de transferencia para la flexión elástica con  $T_e$  variable:



$$\mathcal{F}\{\phi_{ei}\} = \frac{(\rho_c - \rho_w) g \mathcal{F}\{h\}}{(k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{D h\} + (\rho_m - \rho_r) g \mathcal{F}\{h\}}$$

Esta expresión puede trabajarse para obtenerla con un aspecto similar al obtenido en el caso de en que  $T_e$  es constante:

$$\mathcal{F}\{\phi_{ei}\} = \left[ \frac{(k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{D h\} + (\rho_m - \rho_r) g \mathcal{F}\{h\}}{(\rho_c - \rho_a) g \mathcal{F}\{h\}} \right]^{-1} = \left[ \frac{(k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{D h\}}{(\rho_c - \rho_a) g \mathcal{F}\{h\}} + \frac{(\rho_m - \rho_r)}{(\rho_c - \rho_a)} \right]^{-1}$$

$$\mathcal{F}\{\phi_{ei}\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r)} \left[ \frac{(k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{D h\}}{(\rho_m - \rho_r) g \mathcal{F}\{h\}} + 1 \right]^{-1}$$

Una vez que se tiene  $\mathcal{F}\{\phi_{ei}\}$  se calcula la Transformada de Fourier de la flexión:

$$\mathcal{F}\{w\} = \mathcal{F}\{h * \phi_{ei}\} = \mathcal{F}\{h\} \mathcal{F}\{\phi_{ei}\}$$

Y finalmente la propia flexión aplicándole la Transformada Inversa de Fourier.



### A3.3 Flexión viscoelástica 3D



En este caso, tanto la flexión  $w(x, y, t)$  como la función de transferencia  $\phi(x, y, t)$  dependen del tiempo, por lo que el filtro lineal invariante es:

*Input* → *Filtro* → *Output* = *Input* \* *función de transferencia*

$$h(x, y) \rightarrow \text{Litosfera} \rightarrow w(x, y, t) = h(x, y) * \phi_v(x, y, t) \quad ($$

A3-15)

Y la ecuación que describe la respuesta de la litosfera a una carga  $h(x, y)$  considerando un modelo viscoelástico es (Watts et al., 1982):

$$\tau D \Delta^2 \dot{w}(x, y, t) + (\rho_m - \rho_r)g(\tau \dot{w}(x, y, t) + w(x, y, t)) = (\rho_c - \rho_a)gh(x, y) \quad (A3-16)$$

Donde el punto indica derivada respecto del tiempo. En primer lugar se deriva la expresión

(

A3-15) aplicando la regla de la derivación de la convolución:

$$\dot{w}(x, y, t) = h(x, y) * \dot{\phi}_v(x, y, t) \quad (A3-17)$$

Introducimos (A3-15) y (A3-17) en (A3-16):

$$\tau D \Delta^2 (h * \dot{\phi}_v) + (\rho_m - \rho_r)g(\tau(h * \dot{\phi}_v) + (h * \phi_v)) = (\rho_c - \rho_a)gh \quad (A3-18)$$

(Hemos omitido las variables)

Haciendo uso de la regla de derivación de la convolución para tratar el Laplaciano de la convolución que aparece en el primer sumando de (A3-18):

$$\Delta^2 (h * \dot{\phi}_v) = \frac{\partial^2 (h * \dot{\phi}_v)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h * \dot{\phi}_v)}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} * \dot{\phi}_v + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} * \dot{\phi}_v = \Delta^2 h * \dot{\phi}_v \quad (A3-19)$$

Introduciendo (A3-19) en (A3-18) y aplicando las propiedades distributiva de la convolución y asociativa con multiplicación por un escalar

$$\tau [D \Delta^2 h + (\rho_m - \rho_r)g h] * \dot{\phi}_v + (\rho_m - \rho_r)g h * \phi_v = (\rho_c - \rho_a)g h \quad (A3-20)$$

Se aplica la Transformada de Fourier a (A3-20):

$$\mathcal{F}\{\tau [D \Delta^2 h + (\rho_m - \rho_r)g h] * \dot{\phi}_v + (\rho_m - \rho_r)gh * \phi_v\} = \mathcal{F}\{(\rho_c - \rho_a)gh\}$$

Haciendo uso del teorema de convolución y de la propiedad distributiva de la transformada de Fourier:

$$\tau \mathcal{F}\{D \Delta^2 h + (\rho_m - \rho_r)gh\} \mathcal{F}\{\dot{\phi}_v\} + \mathcal{F}\{(\rho_m - \rho_r)gh\} \mathcal{F}\{\phi_v\} = \mathcal{F}\{(\rho_c - \rho_a)gh\}$$

Y de la linealidad de la Transformada de Fourier:

$$\begin{aligned} \tau [D \mathcal{F}\{\Delta^2 h\} + (\rho_m - \rho_r)g \mathcal{F}\{h\}] \mathcal{F}\{\dot{\phi}_v\} + (\rho_m - \rho_r)g \mathcal{F}\{h\} \mathcal{F}\{\phi_v\} &= \\ = (\rho_c - \rho_a)g \mathcal{F}\{h\} \end{aligned} \quad (\text{A3-21})$$

Trabajando el primer sumando del corchete:

$$\mathcal{F}\{\Delta^2 h\} = \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^4 h}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 h}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 h}{\partial y^4}\right\} = \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^4 h}{\partial x^4}\right\} + 2\mathcal{F}\left\{\frac{\partial^4 h}{\partial x^2 \partial y^2}\right\} + \mathcal{F}\left\{\frac{\partial^4 h}{\partial y^4}\right\}$$

Aplicando la Transformada de Fourier de la derivada y recordando que se está trabajando con dos variables  $(x, y)$  en el dominio del espacio y  $(k, l)$  en el dominio de la frecuencia:

$$\mathcal{F}\{\Delta^2 h\} = (ik)^4 \mathcal{F}\{h\} + 2i^4 (kl)^2 \mathcal{F}\{h\} + (il)^4 \mathcal{F}\{h\} = (k^2 + l^2)^2 \mathcal{F}\{h\} \quad (\text{A3-22})$$

Ahora introduciendo (A3-22) en (A3-21) y dividiendo entre  $\mathcal{F}\{h\}$

$$\tau [D(k^2 + l^2)^2 + (\rho_m - \rho_r)g] \mathcal{F}\{\dot{\phi}_v\} + (\rho_m - \rho_r)g \mathcal{F}\{\phi_v\} = (\rho_c - \rho_a)g$$

Haciendo uso de la propiedad  $\mathcal{F}\{\dot{\phi}_v\} = \dot{\mathcal{F}}\{\phi_v\}$

$$\tau [D(k^2 + l^2)^2 + (\rho_m - \rho_r)g] \dot{\mathcal{F}}\{\phi_v\} + (\rho_m - \rho_r)g \mathcal{F}\{\phi_v\} = (\rho_c - \rho_a)g$$

Dividiendo entre el coeficiente de  $\dot{\mathcal{F}}\{\phi_v\}$  se obtiene la siguiente una E.D.O.:

$$\dot{\mathcal{F}}\{\phi_v\} + \frac{(\rho_m - \rho_r)g}{\tau [D(k^2 + l^2)^2 + (\rho_m - \rho_r)g]} \mathcal{F}\{\phi_v\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)g}{\tau [D(k^2 + l^2)^2 + (\rho_m - \rho_r)g]} \quad (\text{A3-23})$$

Cuya solución (ver al final del Apéndice 2) es:

$$\mathcal{F}\{\phi_v\} = e^{-Pt} \left( \mathcal{F}\{\phi_v(0)\} + \frac{Q}{P} (e^{Pt} - 1) \right) = e^{-Pt} \left( \mathcal{F}\{\phi_e\} + \frac{Q}{P} (e^{Pt} - 1) \right) \quad (\text{A3-24})$$

Donde  $\mathcal{F}\{\phi_e\}$  es la transformada de Fourier de la función de transferencia del modelo elástico con  $T_e$  constante (A3-8),

$$\mathcal{F}\{\phi_e\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r)} \left[ \frac{D(k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]^{-1} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r) \left[ \frac{D(k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r)g} + 1 \right]} \quad (\text{A3-25})$$

Y

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{(\rho_m - \rho_r) g}{\tau [D (k^2 + l^2)^2 + (\rho_m - \rho_r) g]} \\
 Q &= \frac{(\rho_c - \rho_a) g}{\tau [D (k^2 + l^2)^2 + (\rho_m - \rho_r) g]}
 \end{aligned}
 \tag{A3-26}$$

Finalmente, sustituyendo (A3-25), (A3-26) en (A3-24) se obtiene la función de transferencia para la flexión según un modelo viscoelástico:

$$\mathcal{F}\{\phi_v\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r)} \left[ 1 - \frac{\frac{D (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r) g}}{\left[ \frac{D (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r) g} + 1 \right]} e^{-\frac{t}{\tau \left[ \frac{D (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r) g} + 1 \right]}} \right]$$

Dividiendo entre  $\left[ \frac{D (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r) g} + 1 \right]$  y reorganizando se obtiene un aspecto similar al que suele presentarse en la literatura para el caso 2D (Watts, 2001):

$$\mathcal{F}\{\phi_v\} = \frac{(\rho_c - \rho_a)}{(\rho_m - \rho_r) \left[ \frac{D (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r) g} + 1 \right]} \left[ 1 + \frac{D (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r) g} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau \left[ \frac{D (k^2 + l^2)^2}{(\rho_m - \rho_r) g} + 1 \right]}} \right) \right]$$

Una vez que se tiene  $\mathcal{F}\{\phi\}$  se calcula la Transformada de Fourier de la flexión:

$$\mathcal{F}\{w\} = \mathcal{F}\{h * \phi_v\} = \mathcal{F}\{h\} \mathcal{F}\{\phi\}$$

Y finalmente la propia flexión aplicándole la Transformada Inversa de Fourier.

### Resolución de la E.D.O. (A3-23)

La ecuación (A3-23) es del tipo

$$\dot{y} + P(t) y = Q(t)$$

Cuya solución es:

$$y = e^{-\int_{t_0}^t P(t) dt} \left[ y(t_0) + \int_{t_0}^t Q(t) e^{\int_{t_0}^t P(t) dt} dt \right]$$

En este caso  $P(t), Q(t)$  son constantes y  $t_0 = 0$ , con lo que

$$y = e^{-Pt} \left[ y(t_0) + Q \int_{t_0}^t e^{Pt} dt \right] = e^{-Pt} \left[ y(t_0) + Q \frac{1}{P} [e^{Pt}]_0^t \right]$$

$$y = e^{-Pt} \left[ y(0) + \frac{Q}{P} (e^{Pt} - 1) \right]$$



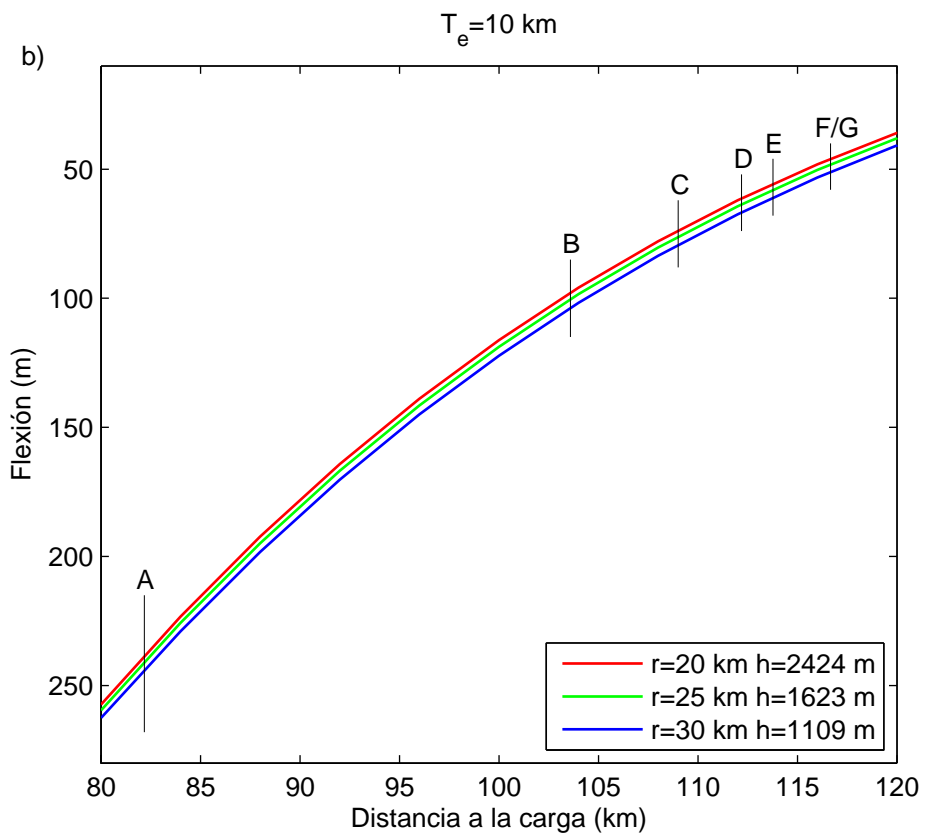
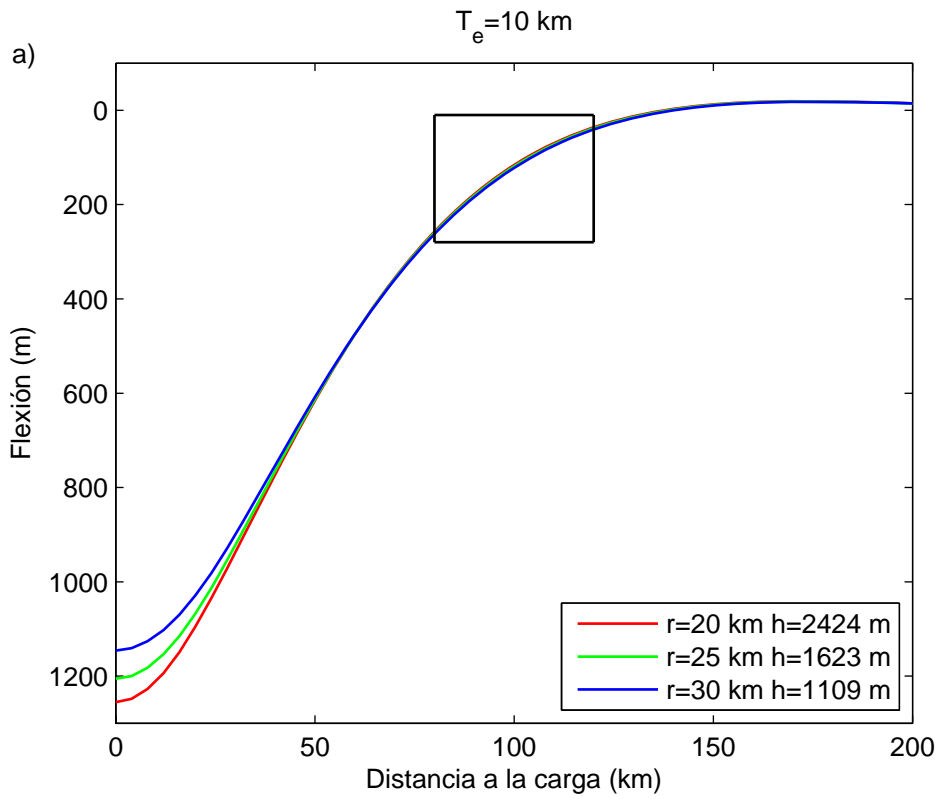
## Apéndice 4:

Figuras de sensibilidad del modelo elástico  
3D

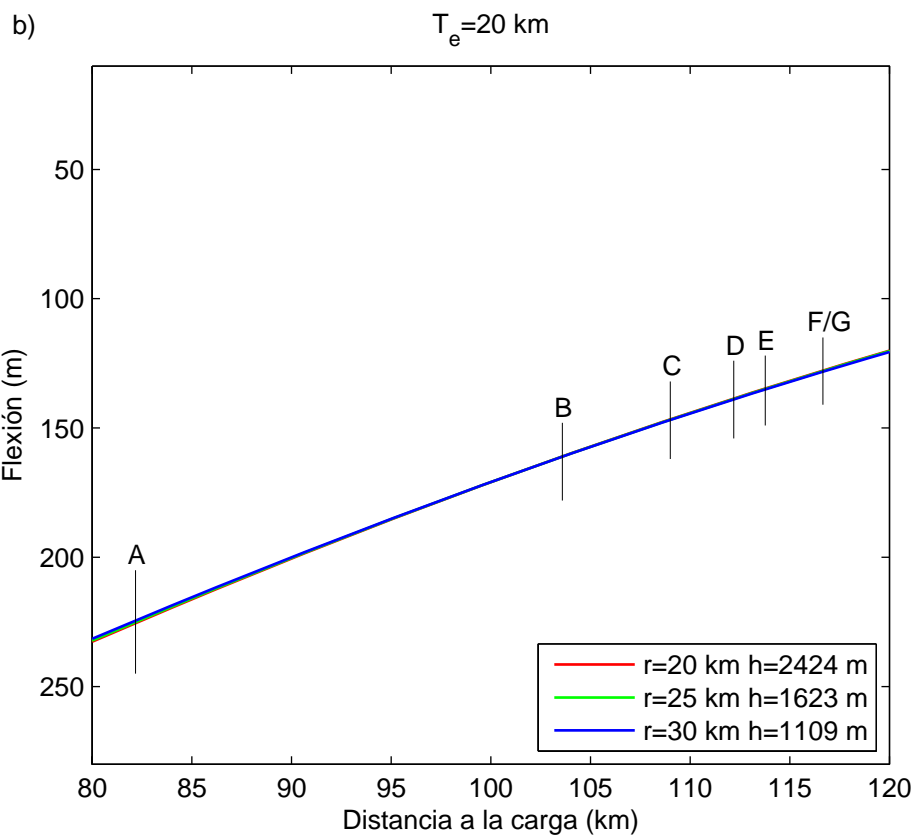
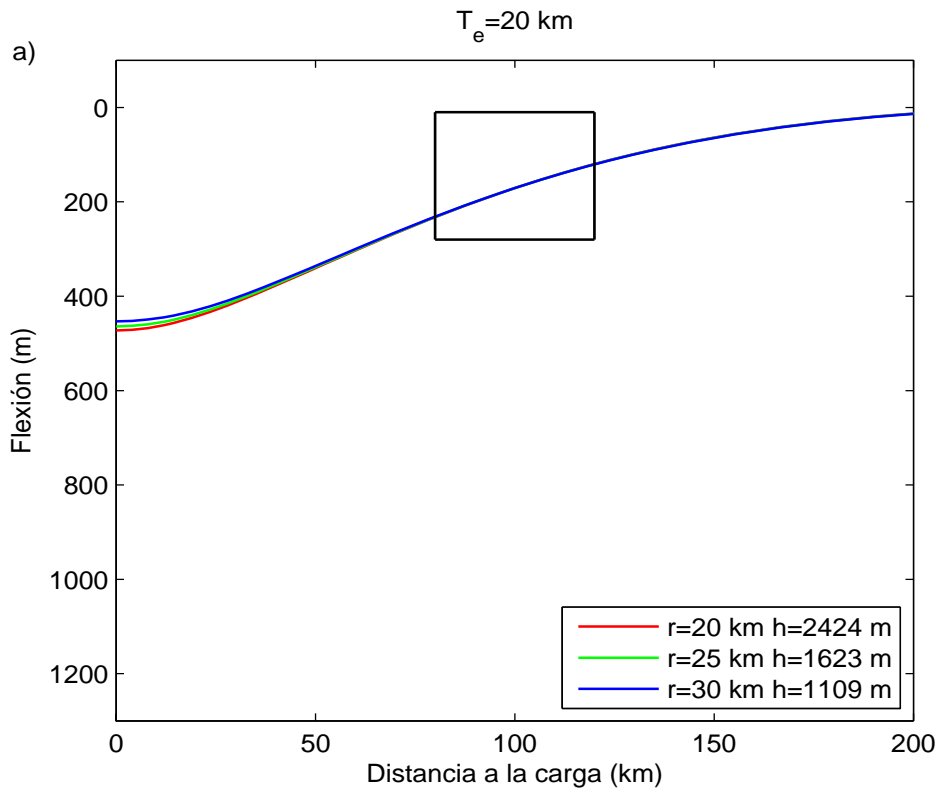


## A4.1 Figuras de sensibilidad del modelo elástico 3D variando la forma

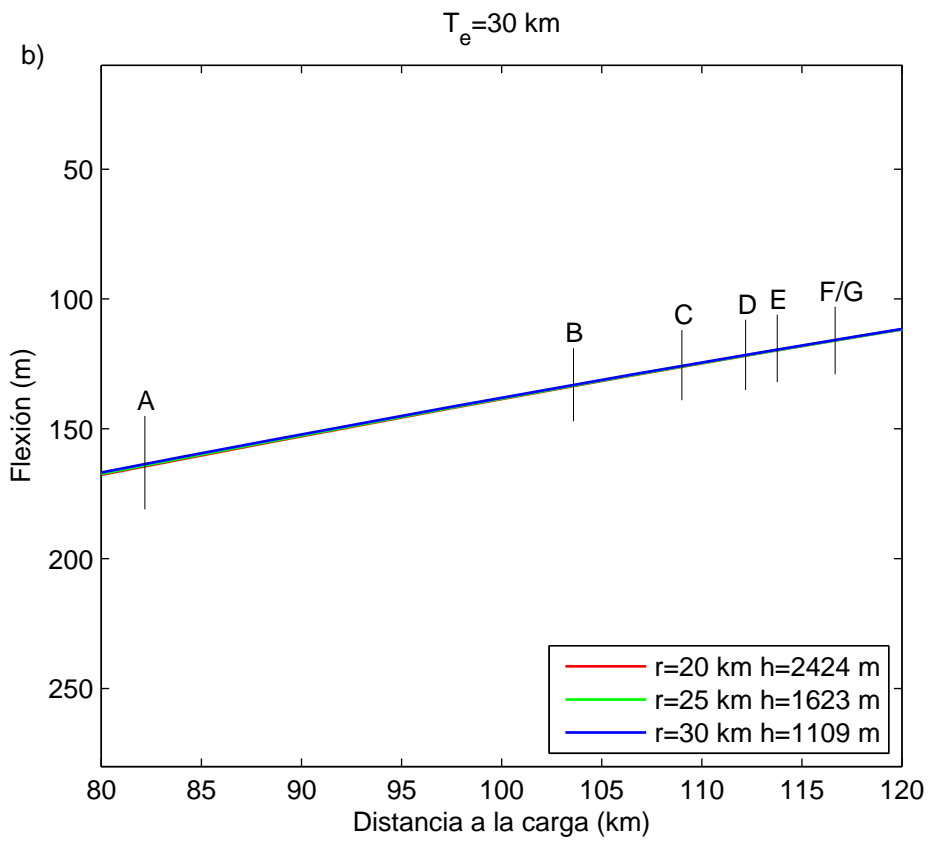
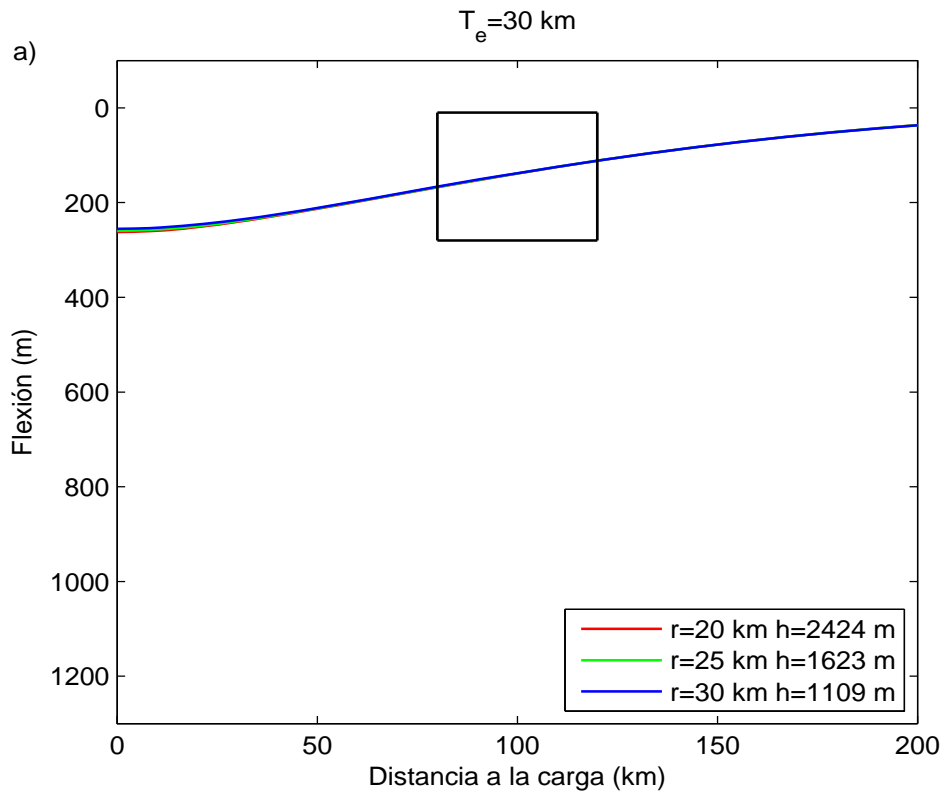




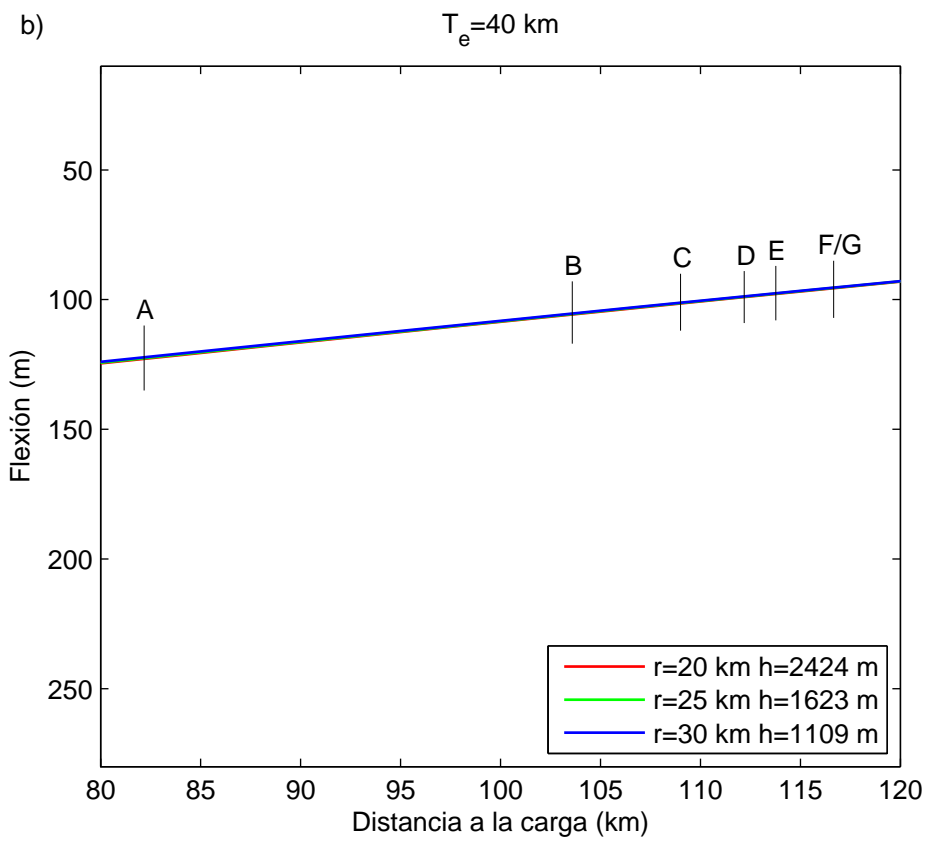
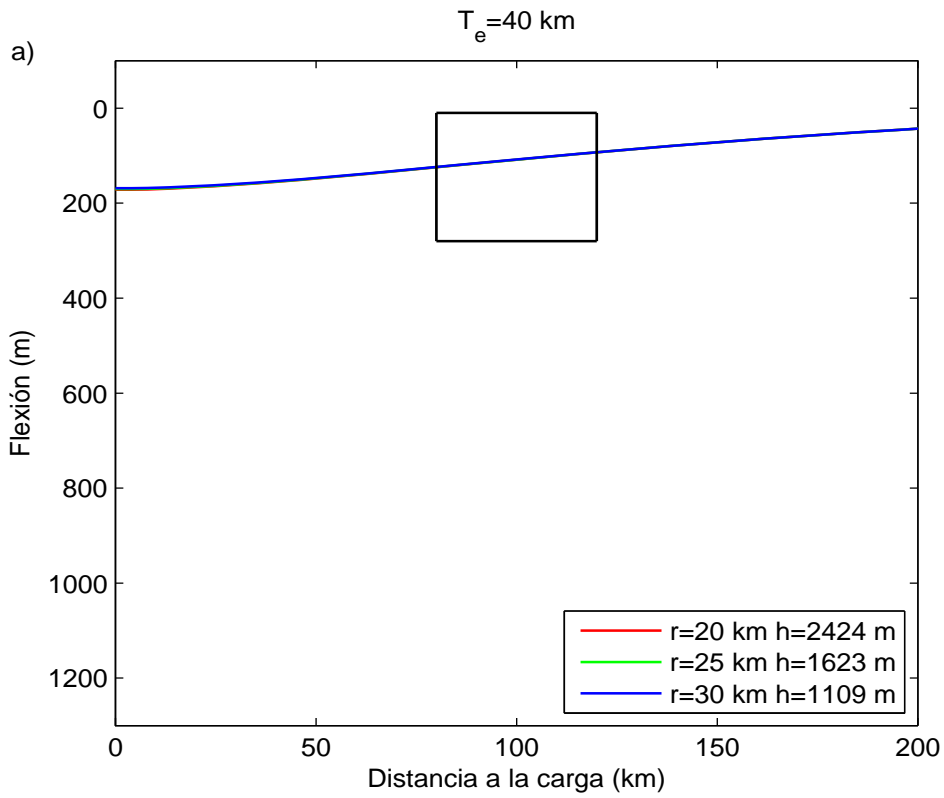
Perfiles de flexión variando la forma para  $T_e = 10 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfiles de flexión variando la forma para  $T_e = 20 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

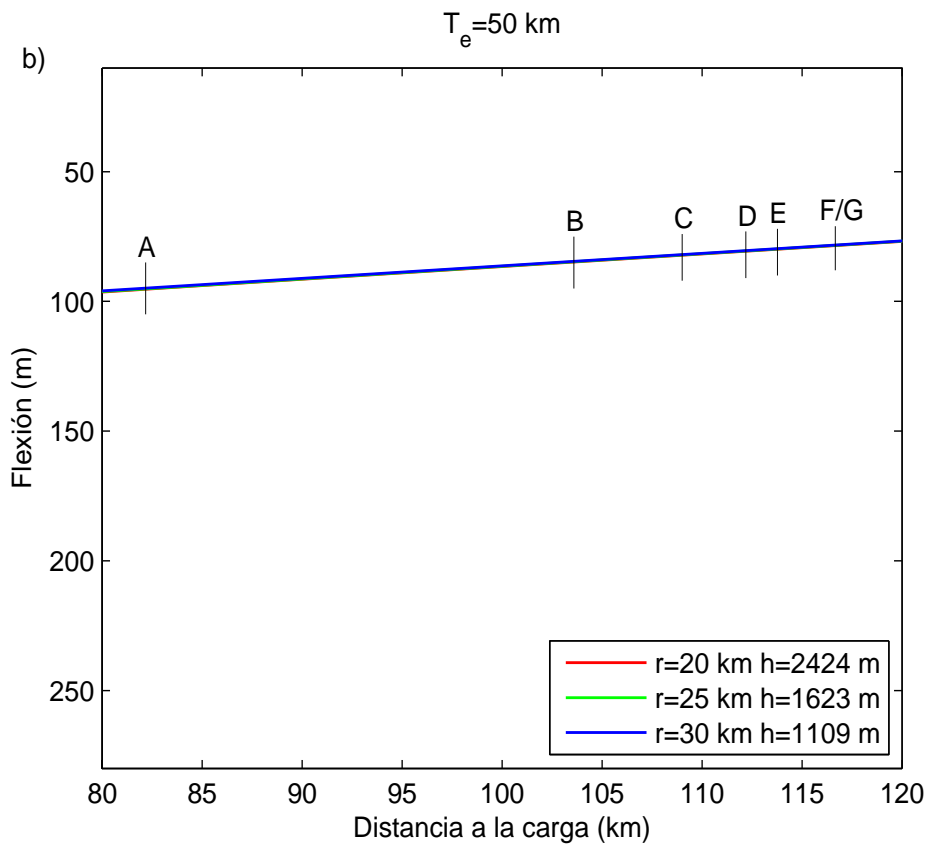
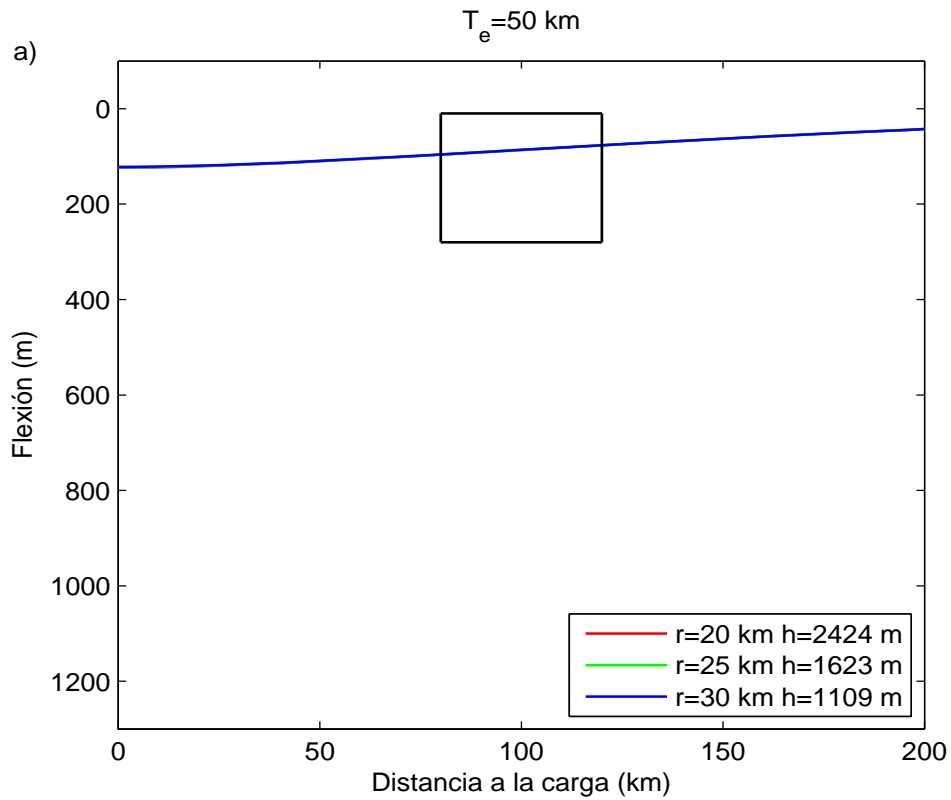


Perfiles de flexión variando la forma para  $T_e = 30 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

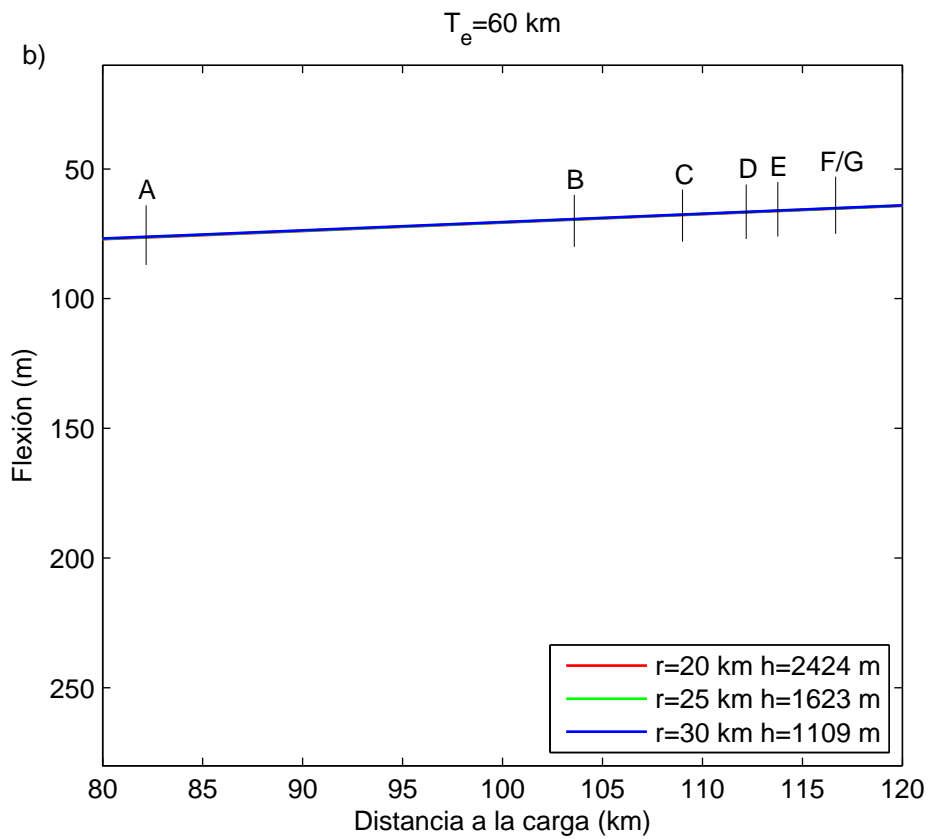
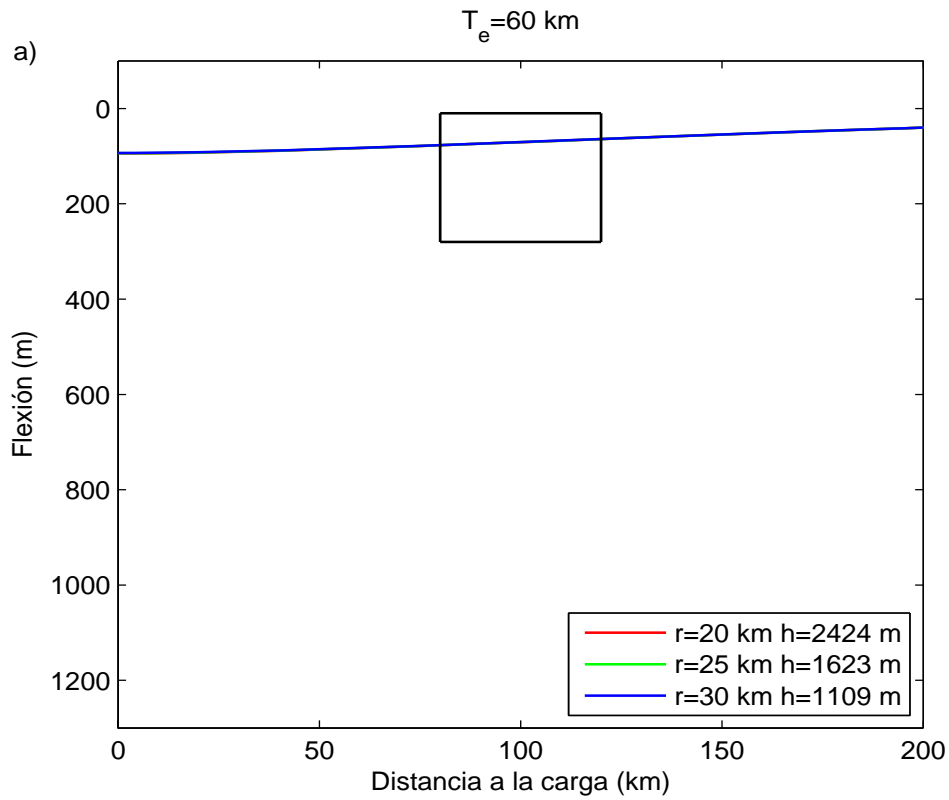


Perfiles de flexión variando la forma para  $T_e = 40 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).





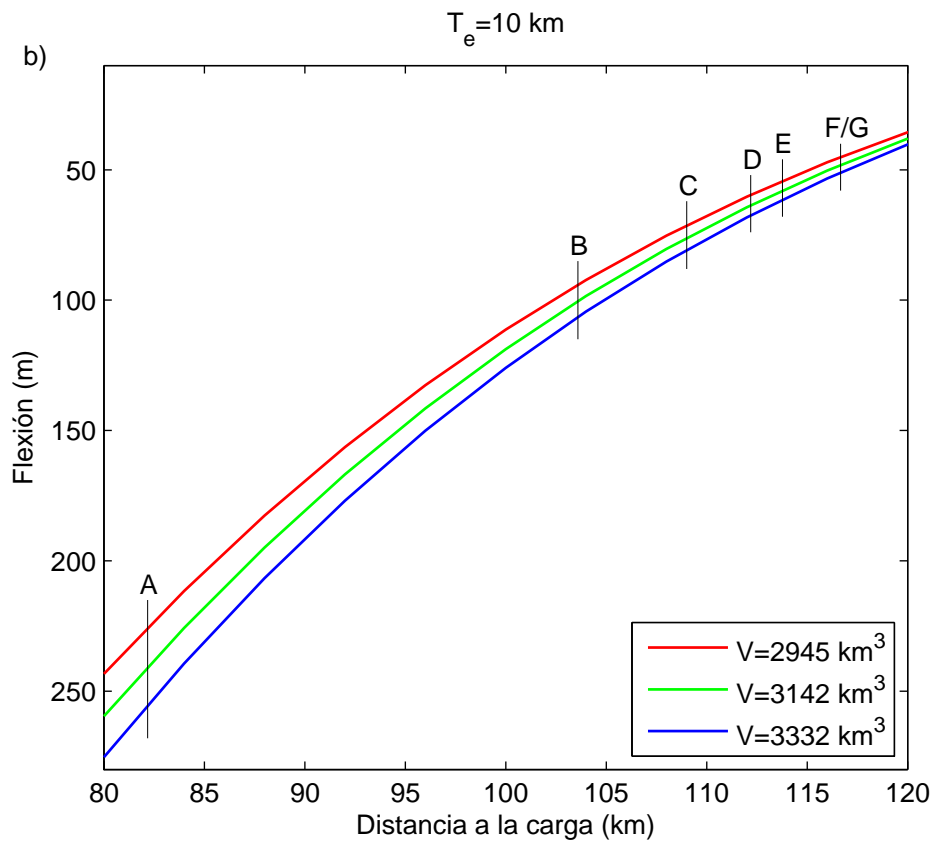
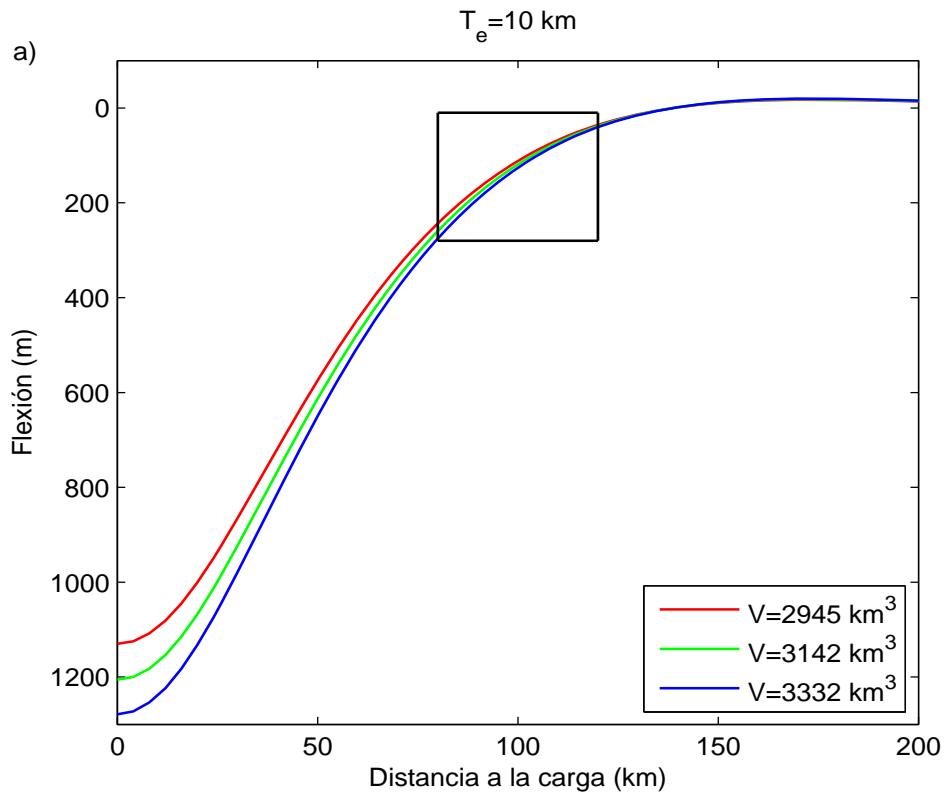
Perfiles de flexión variando la forma para  $T_e = 50 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



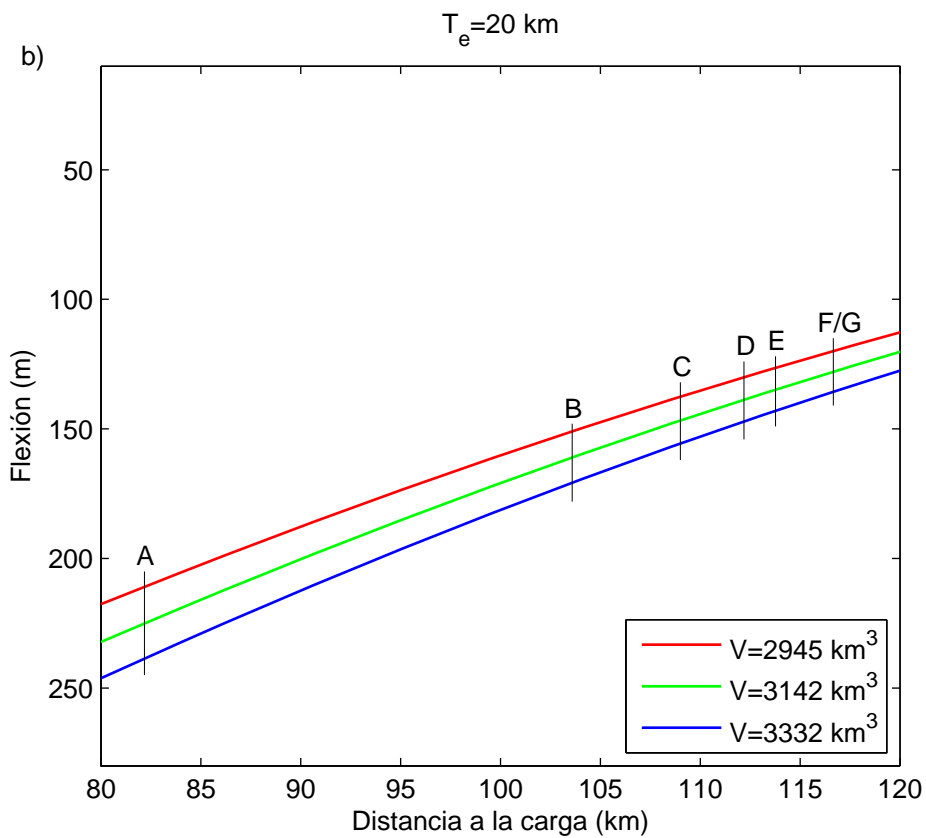
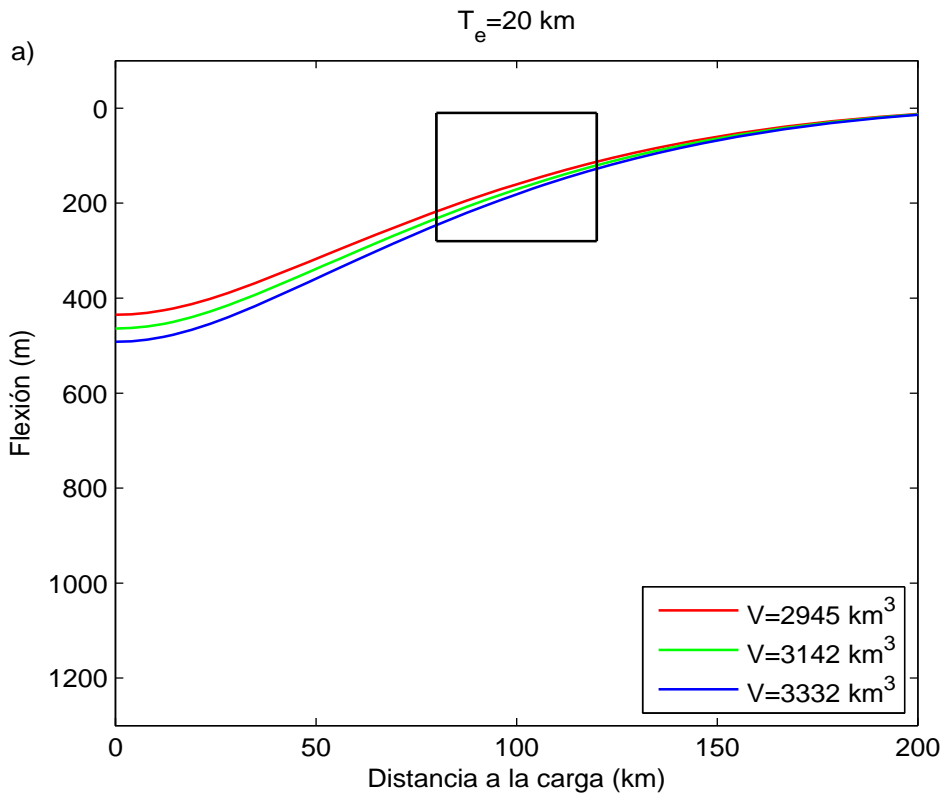
Perfiles de flexión variando la forma para  $T_e = 60 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

## A4.2 Figuras de sensibilidad del modelo elástico 3D variando el volumen

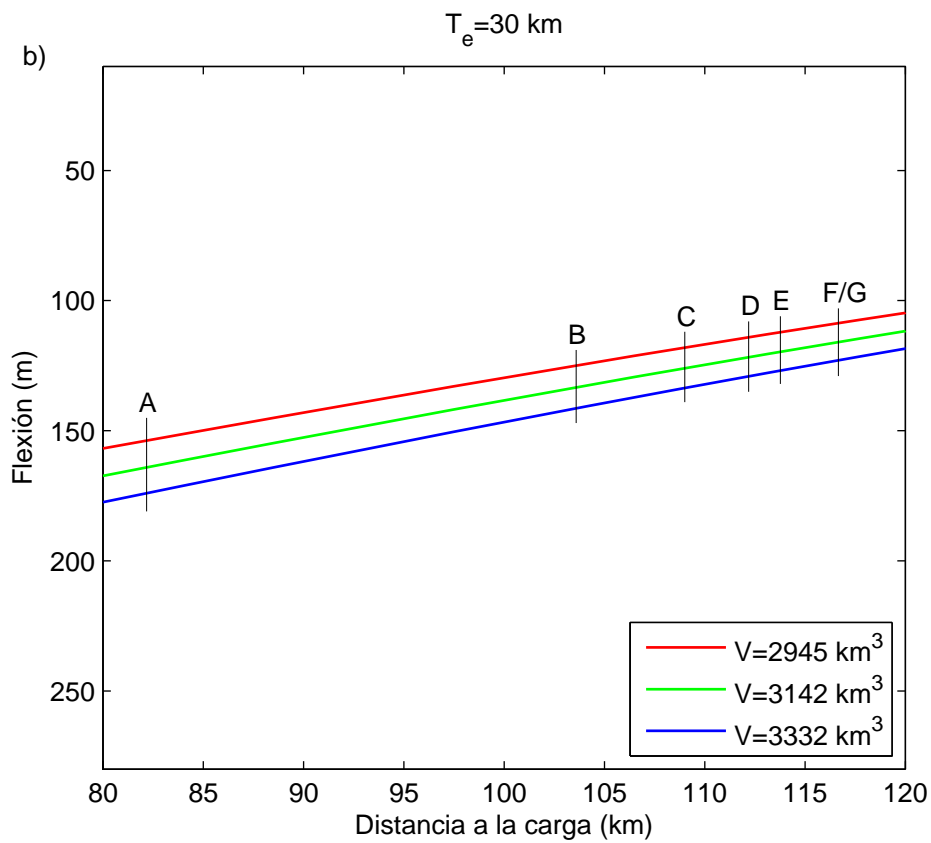
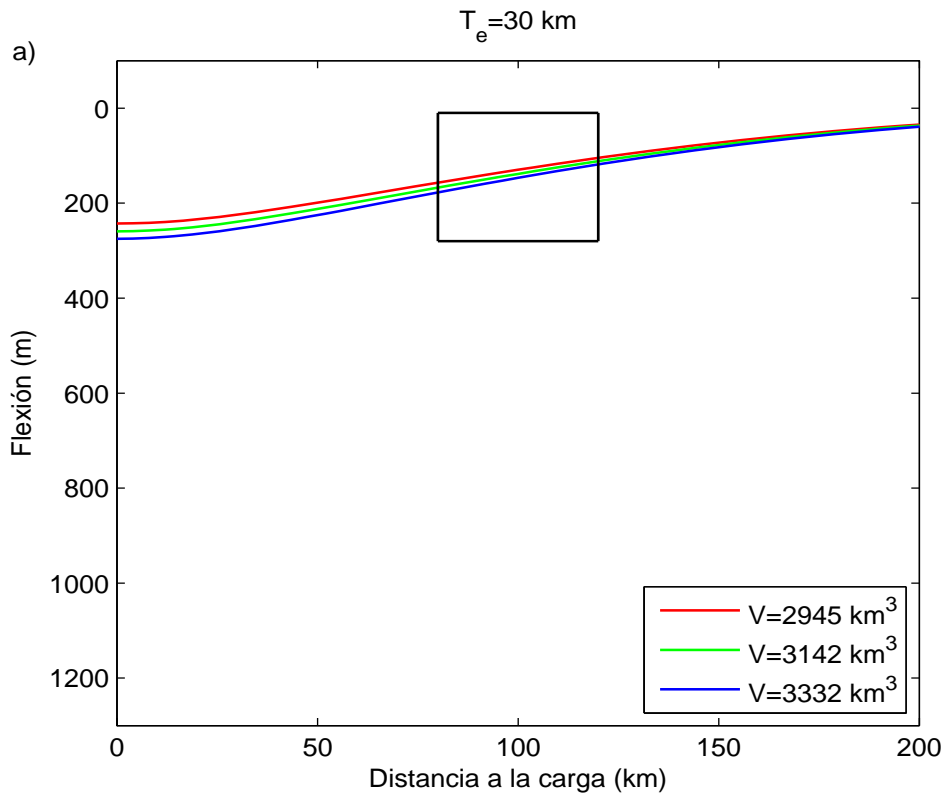




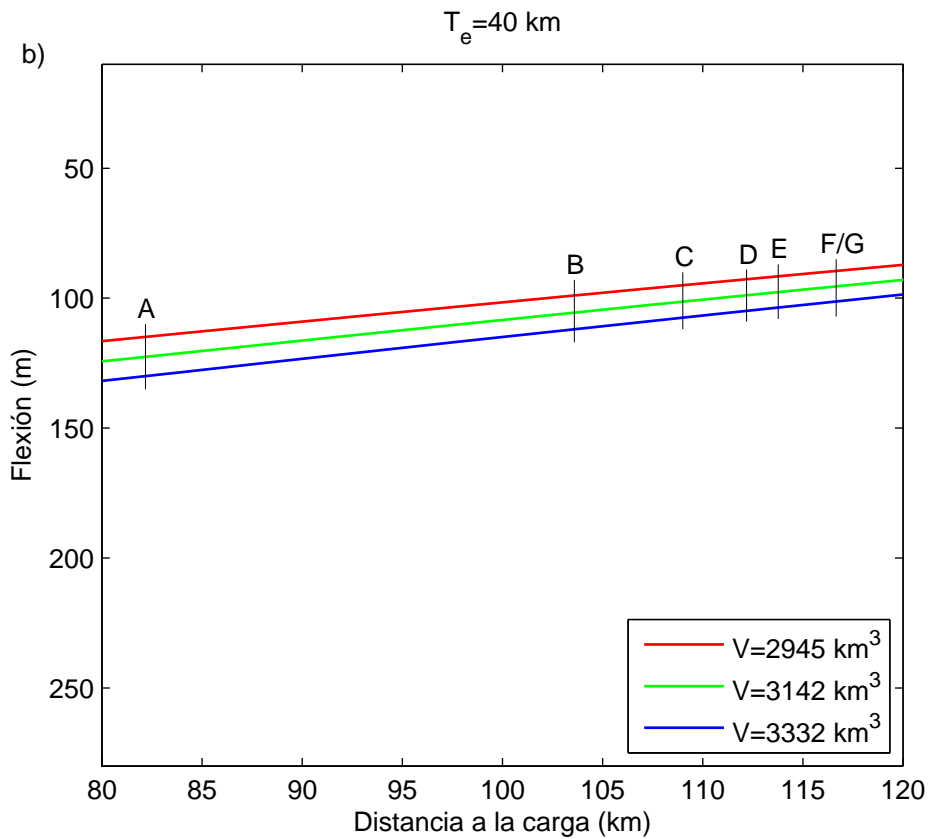
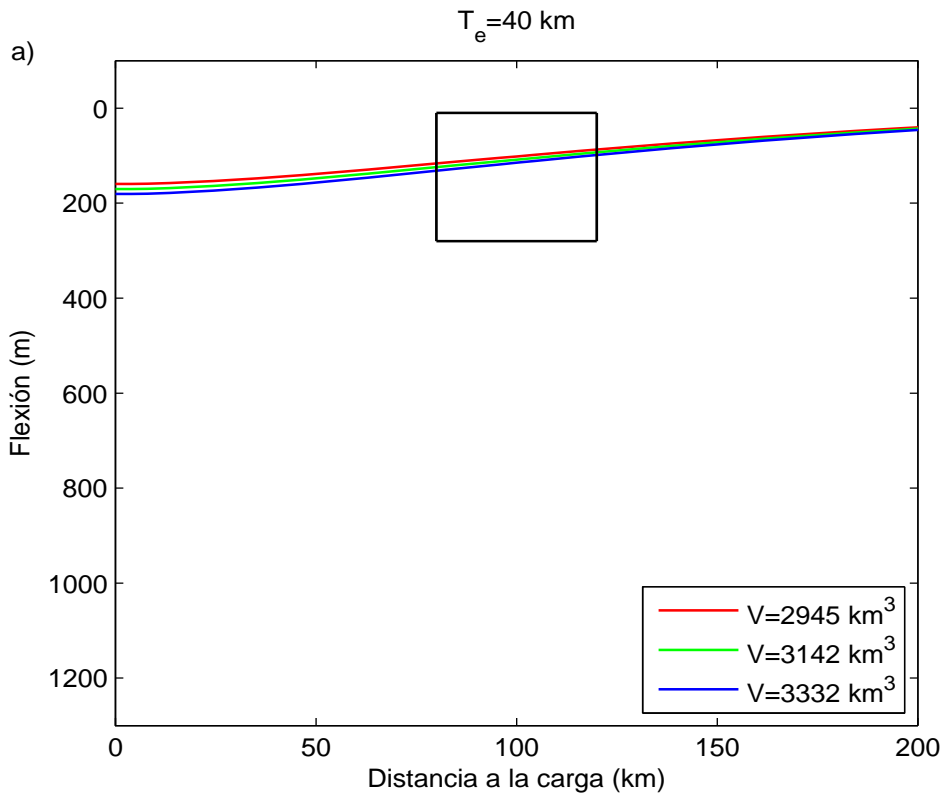
Perfiles de flexión variando el volumen para  $T_e = 10 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfiles de flexión variando el volumen para  $T_e = 20 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

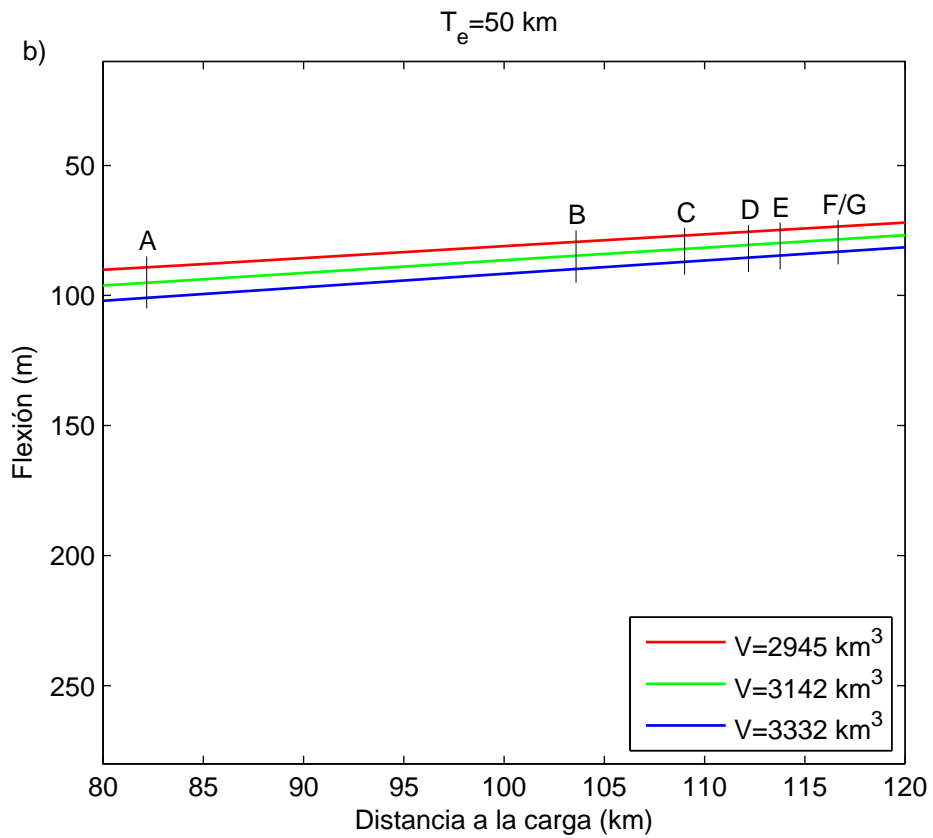
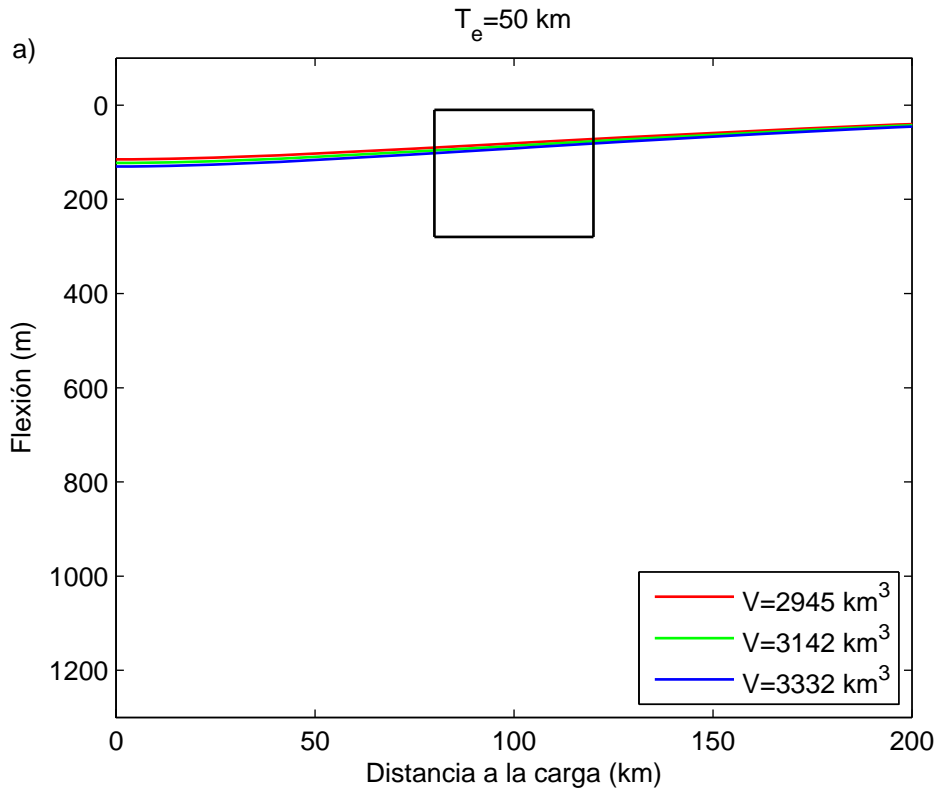


Perfiles de flexión variando el volumen para  $T_e = 30 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

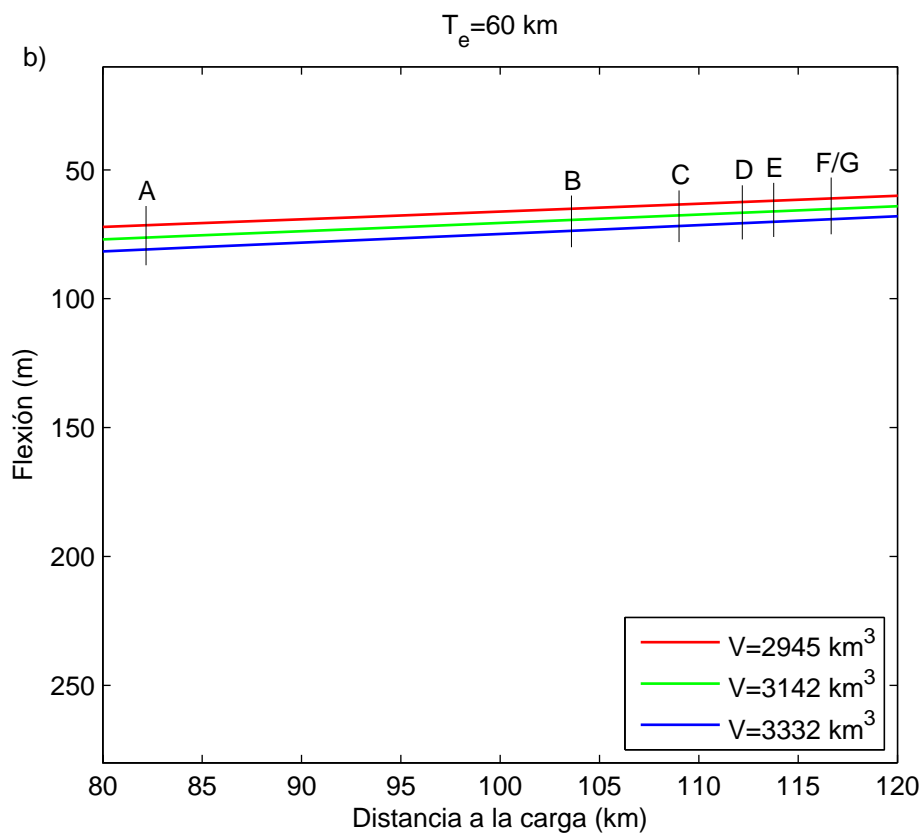
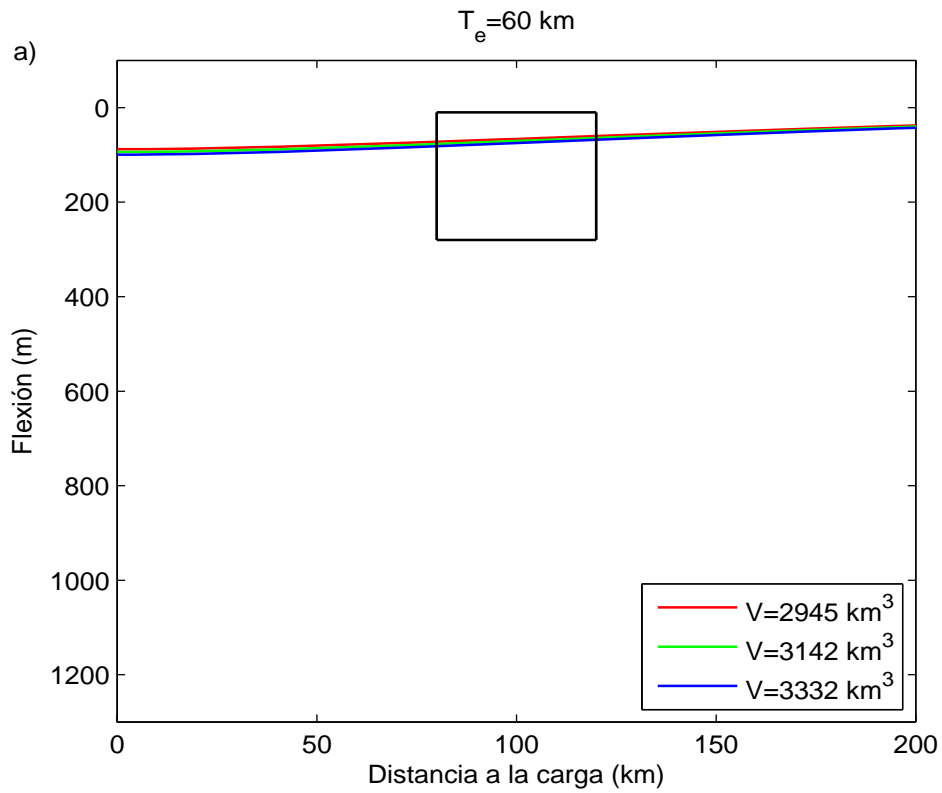


Perfiles de flexión variando el volumen para  $T_e = 40 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).





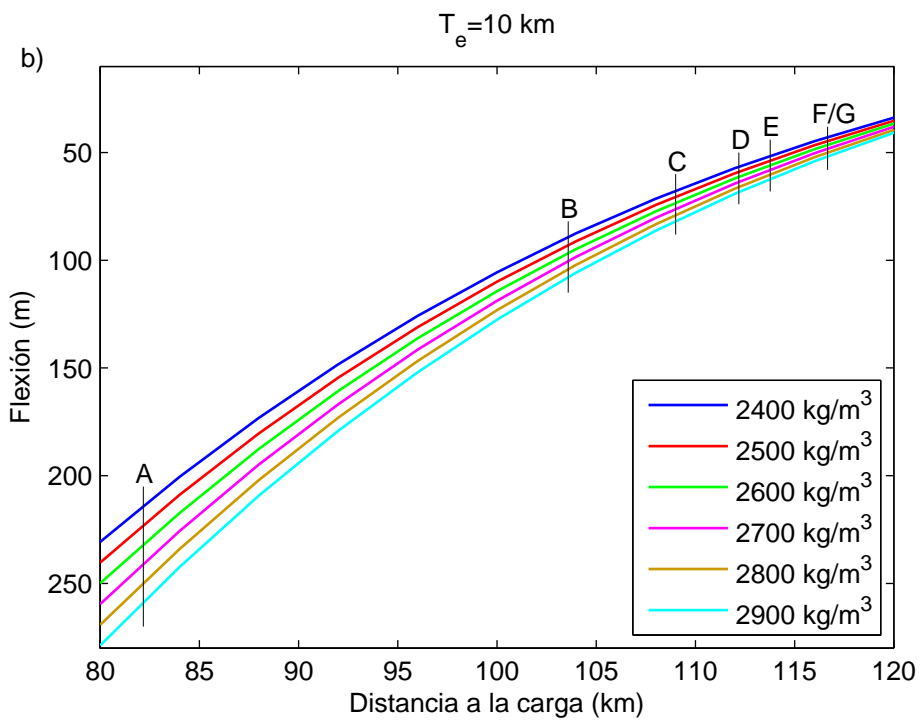
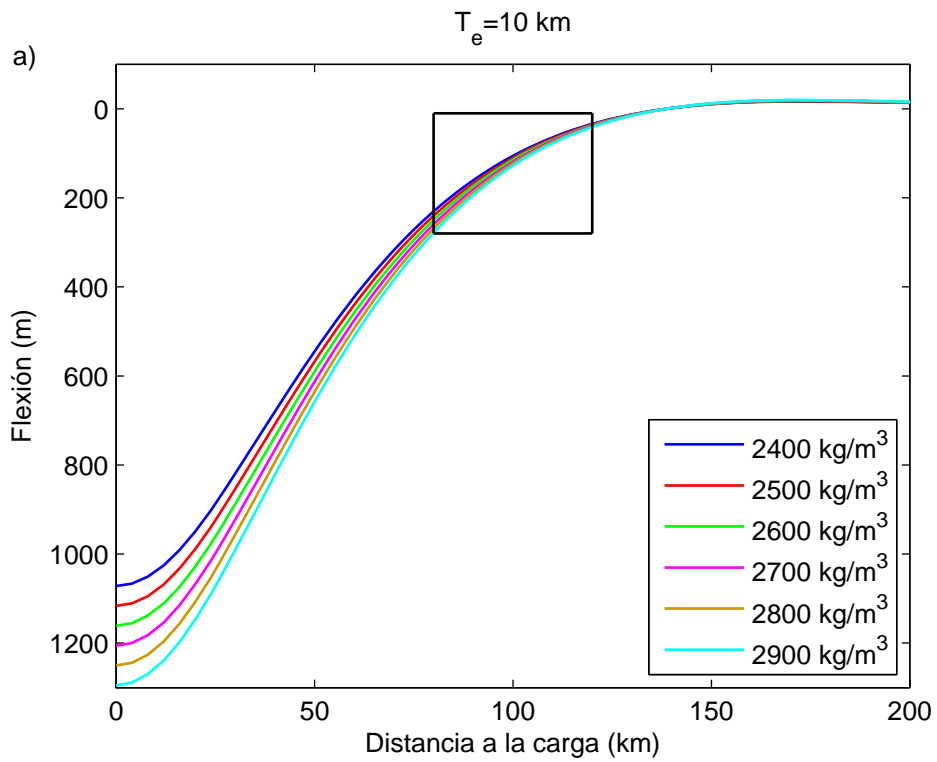
Perfiles de flexión variando el volumen para  $T_e = 50 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



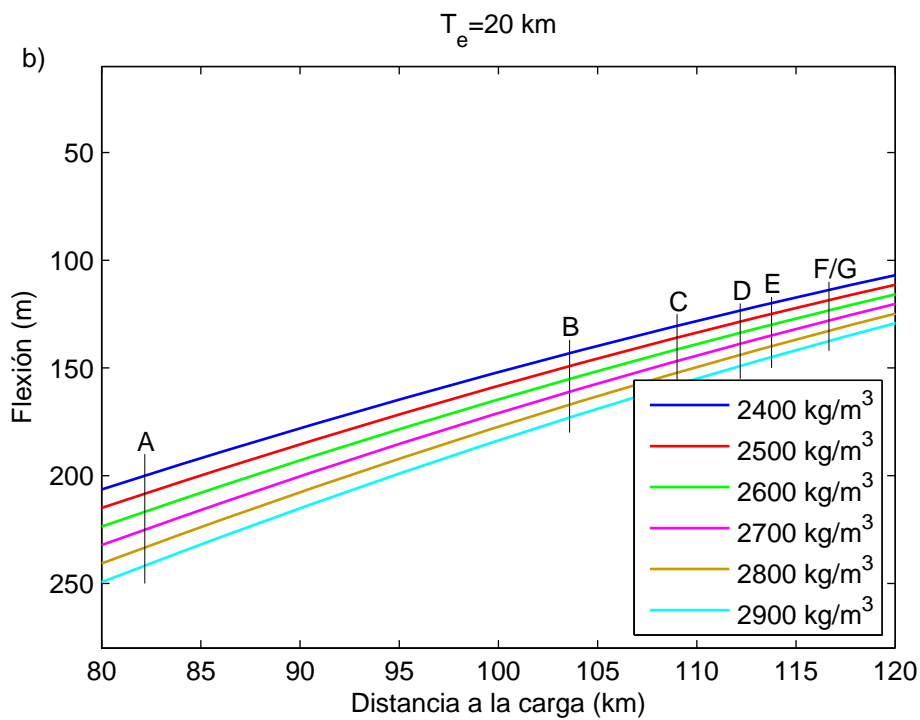
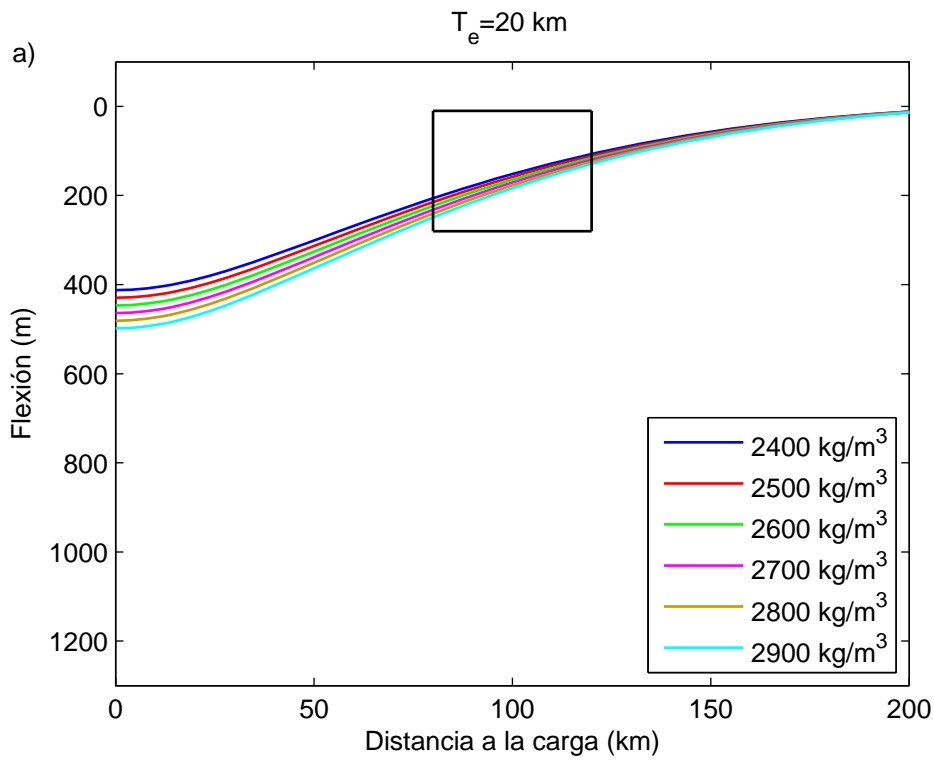
Perfiles de flexión variando el volumen para  $T_e = 60 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

### A4.3 Figuras de la sensibilidad del modelo elástico 3D variando la densidad

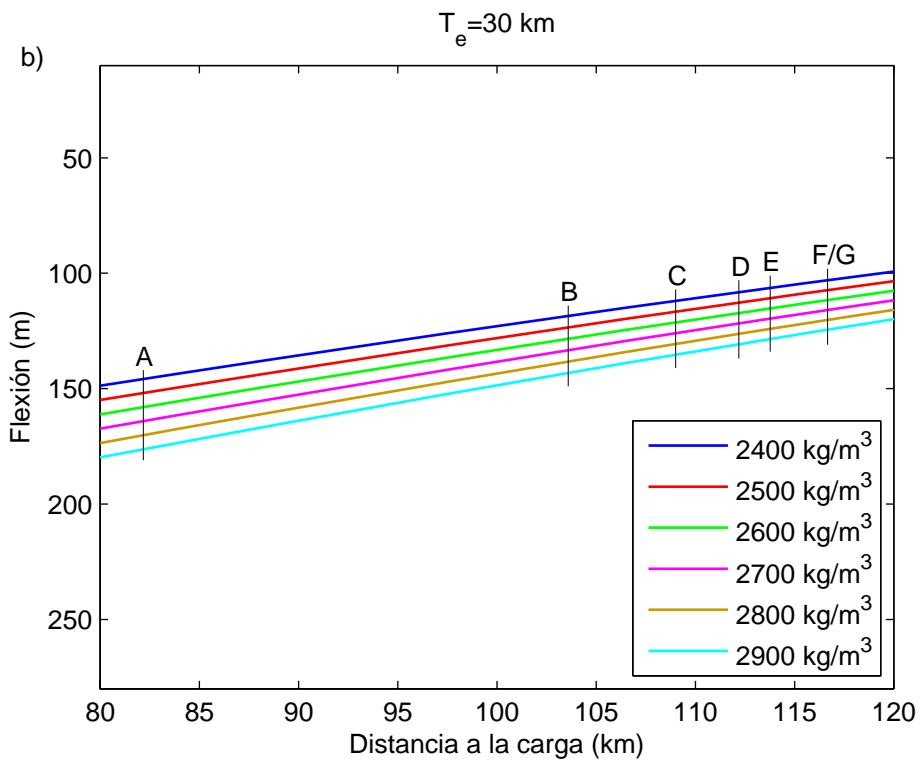
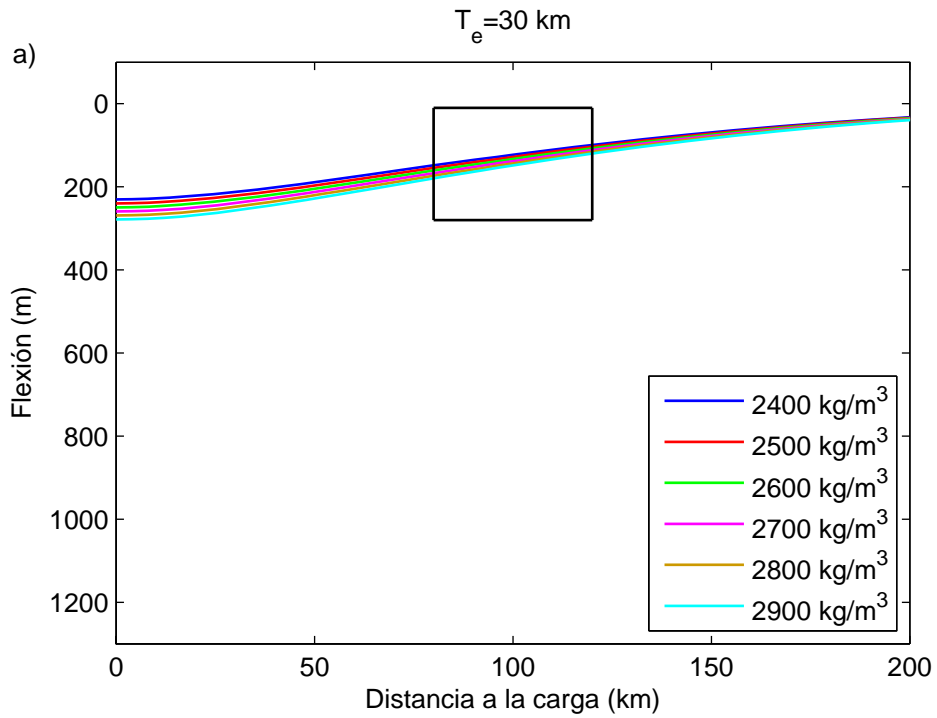




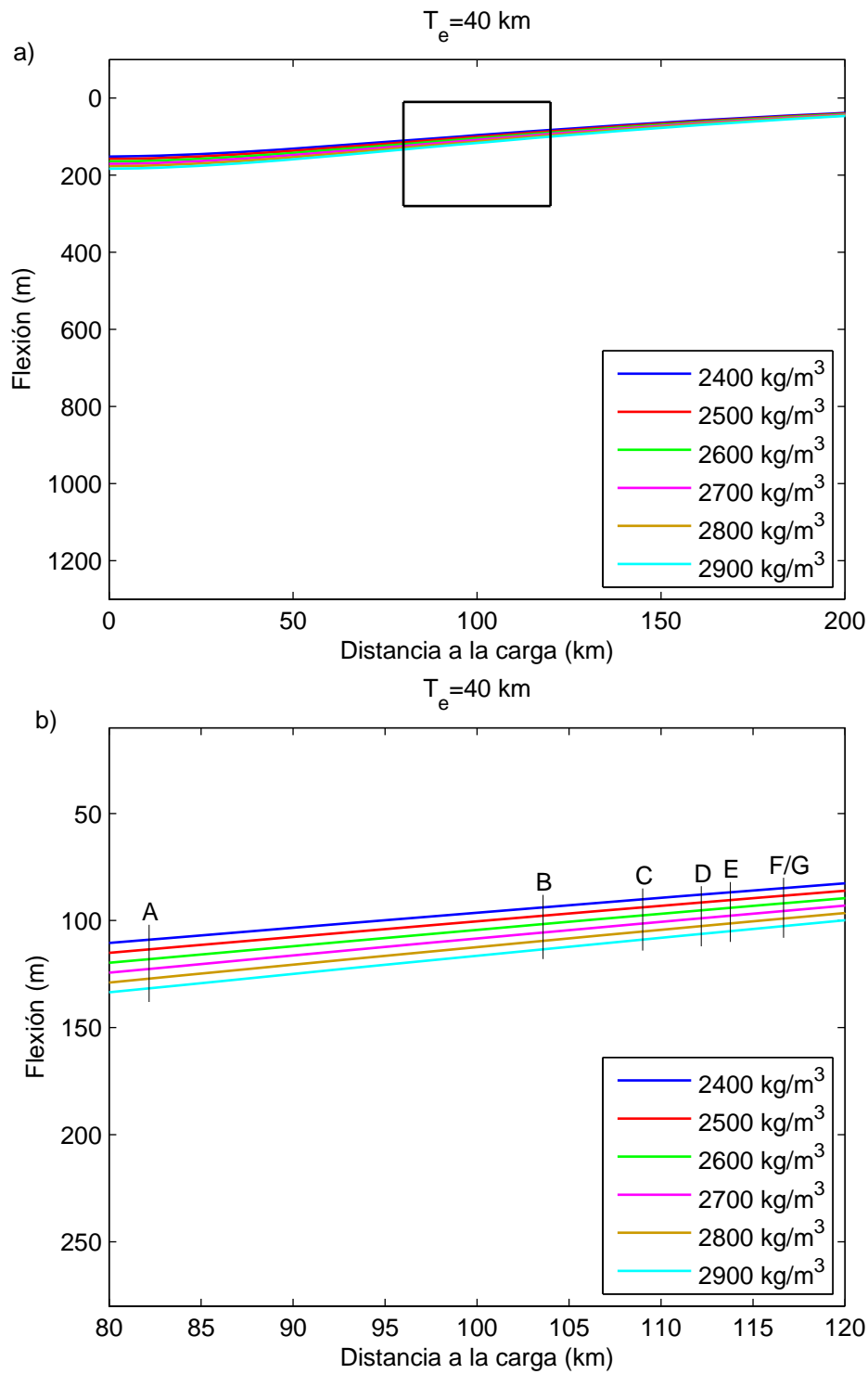
Perfiles de flexión variando la densidad para  $T_e = 10 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfiles de flexión variando la densidad para  $T_e = 20 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

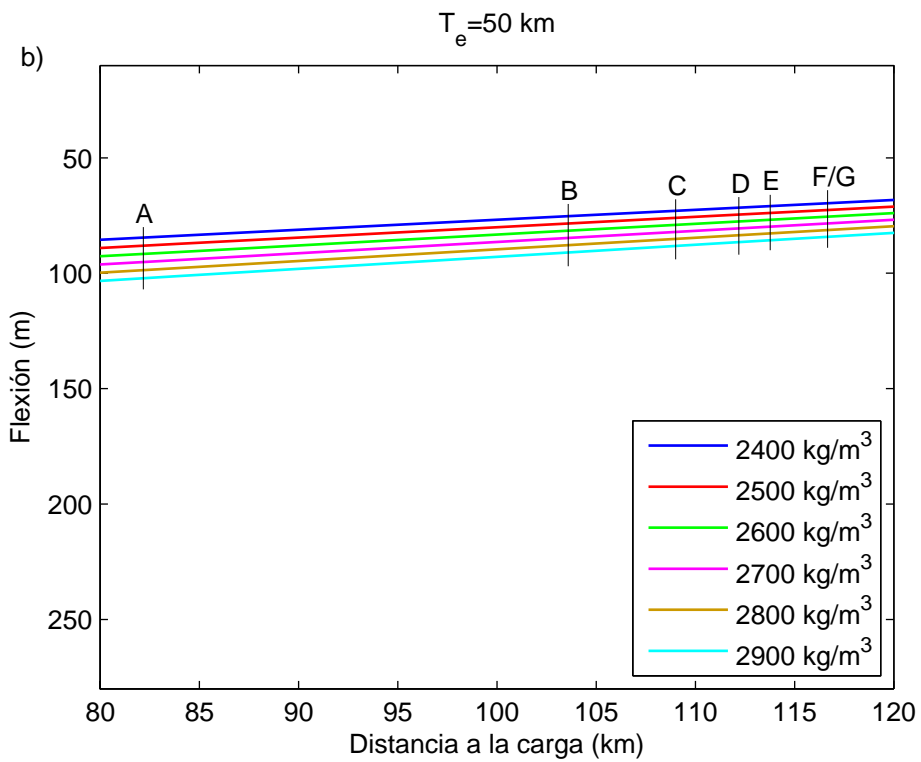
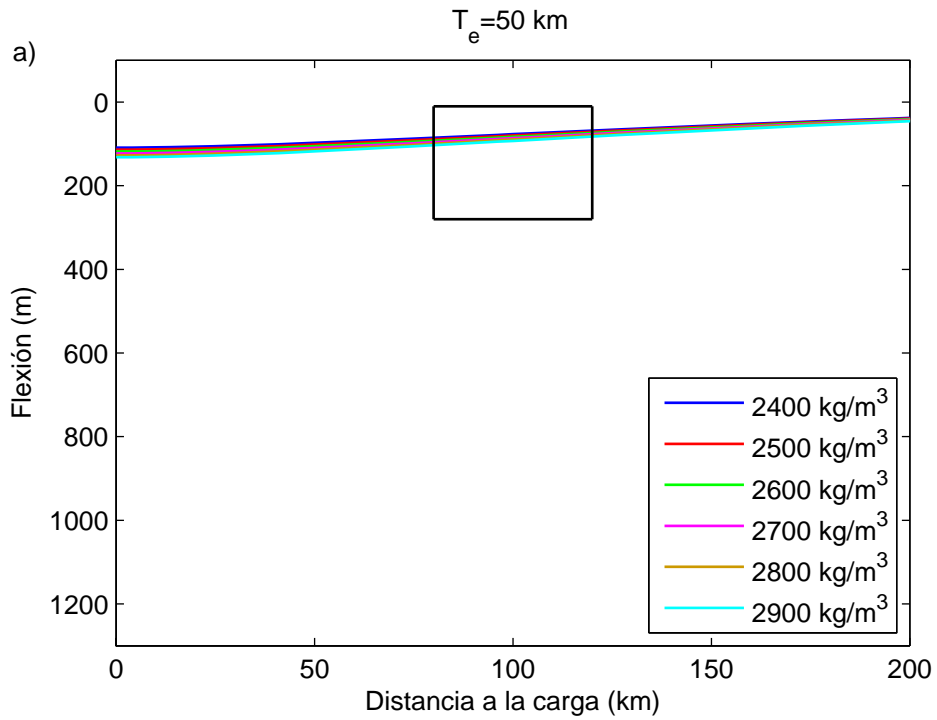


Perfiles de flexión variando la densidad para  $T_e = 30 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

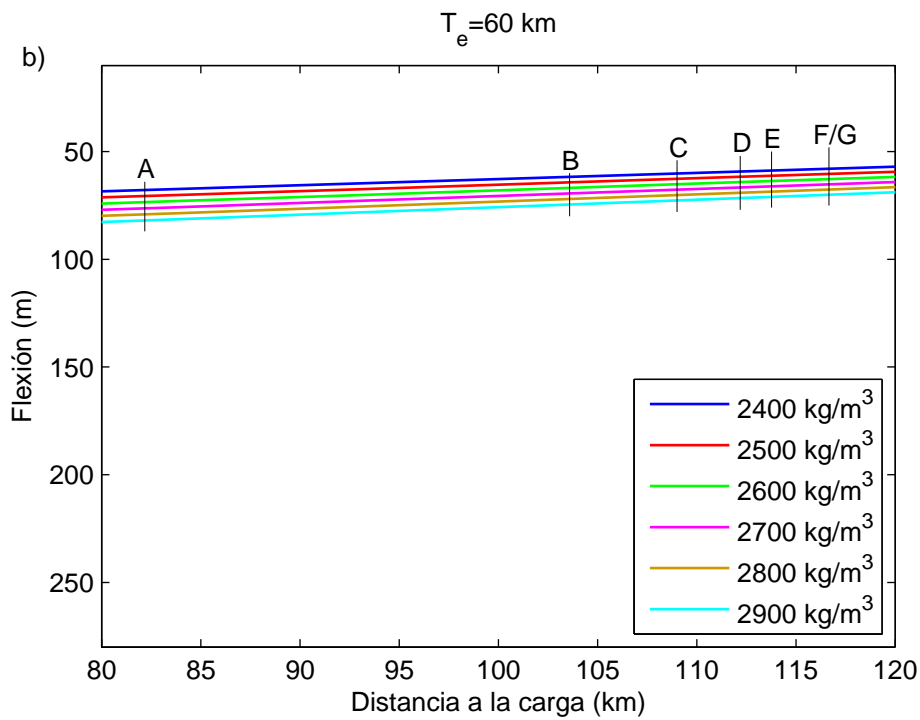
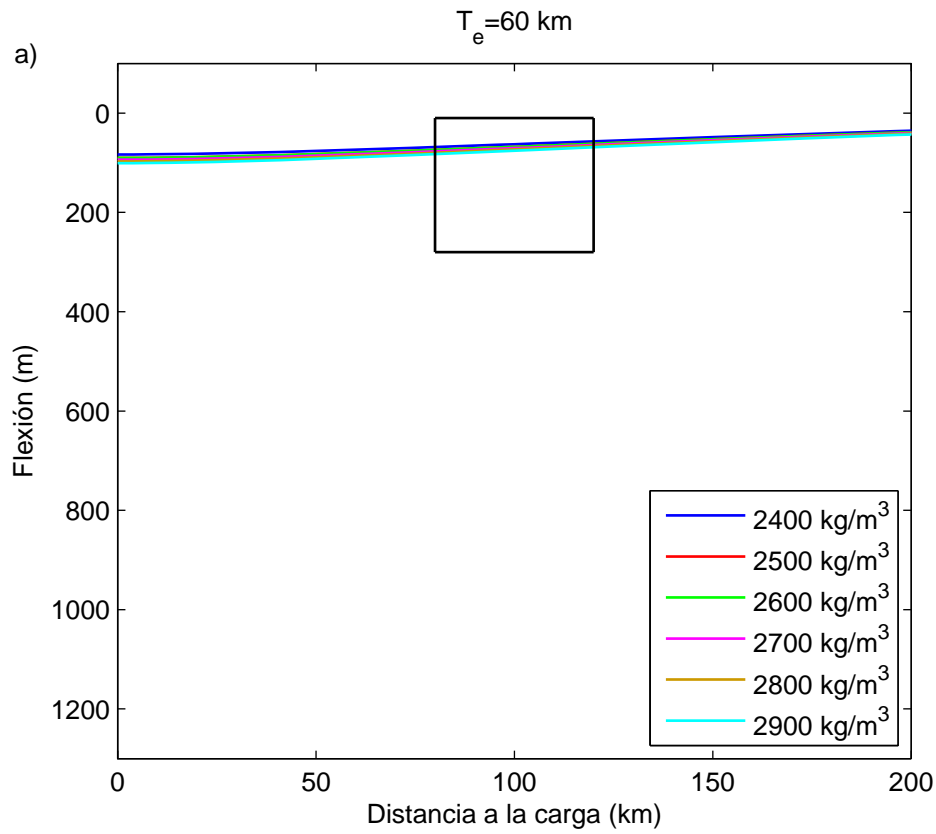


Perfiles de flexión variando la densidad para  $T_e = 40 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).





Perfiles de flexión variando la densidad para  $T_e = 50 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

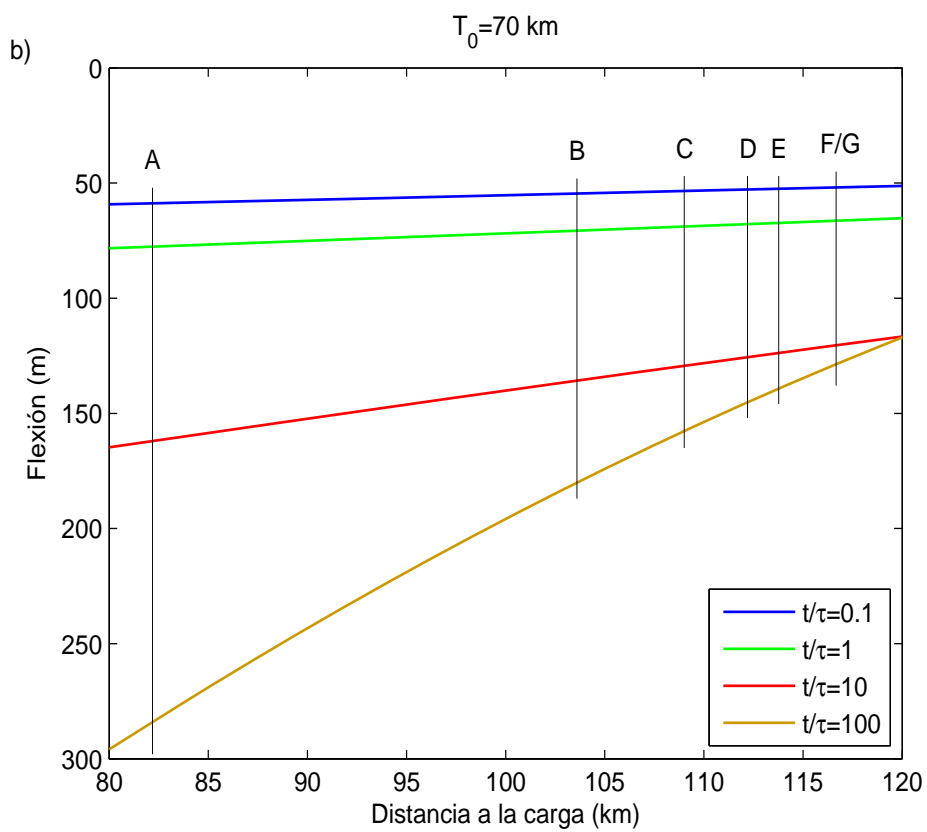
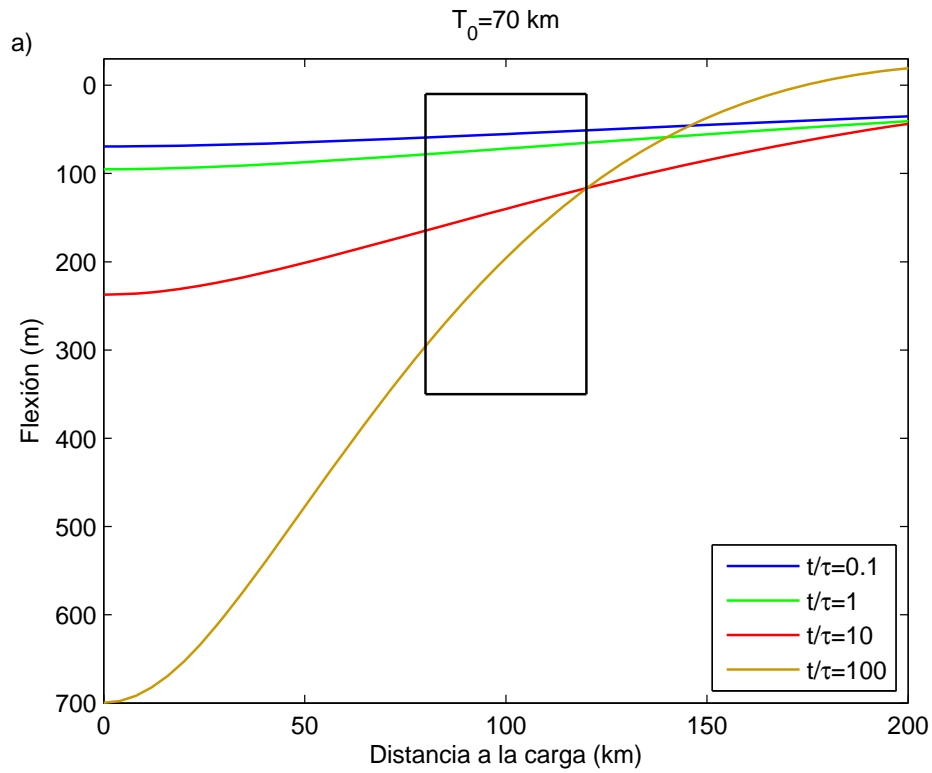


Perfiles de flexión variando la densidad para  $T_e = 60 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

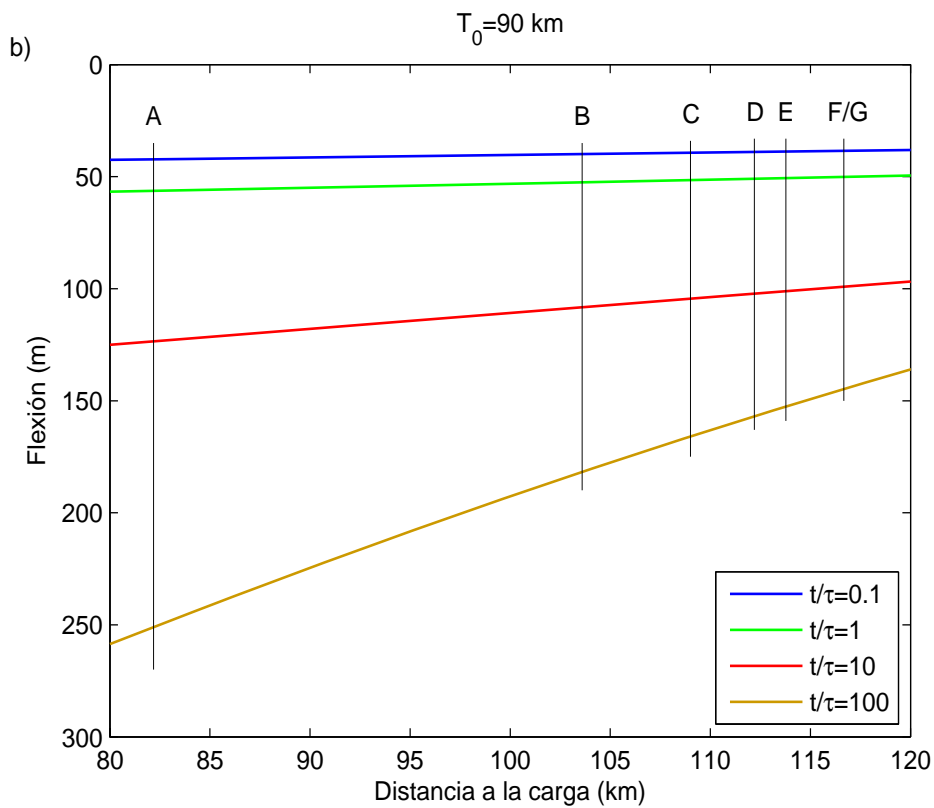
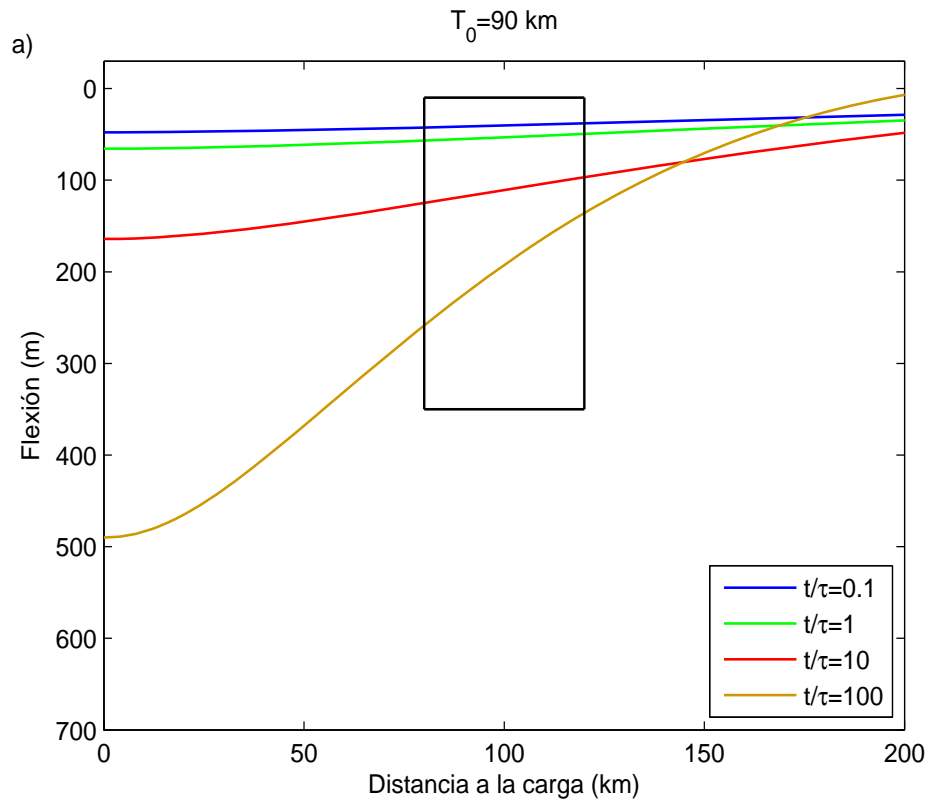
## Apéndice 5:

Figuras de sensibilidad del modelo  
viscoelástico 3D

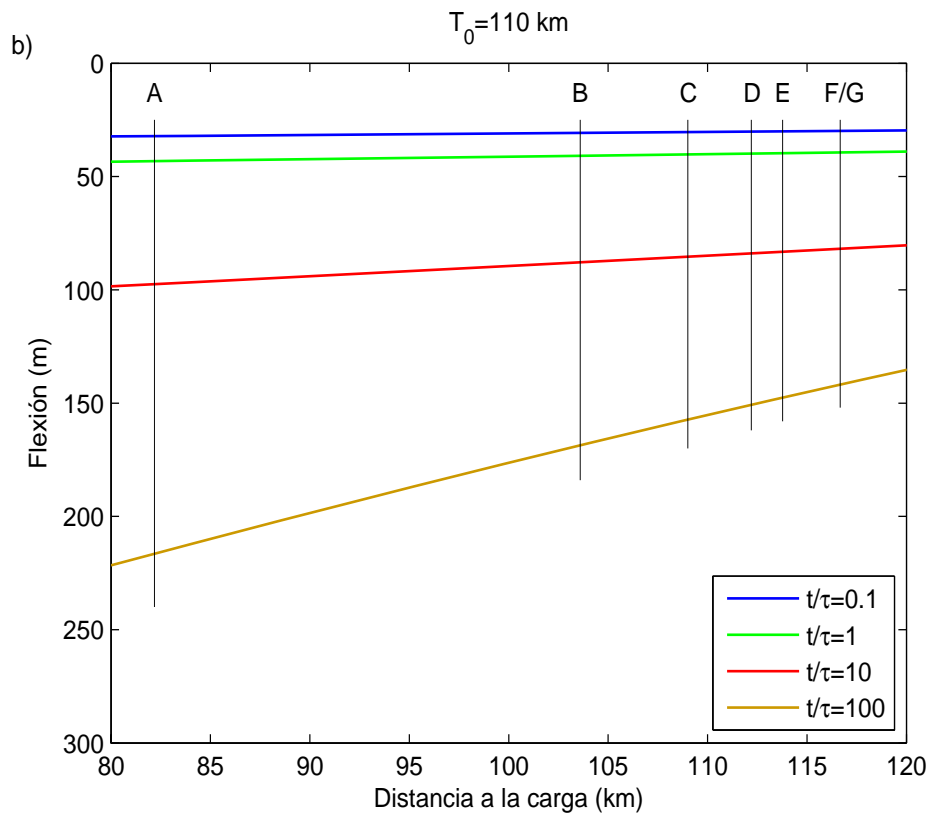
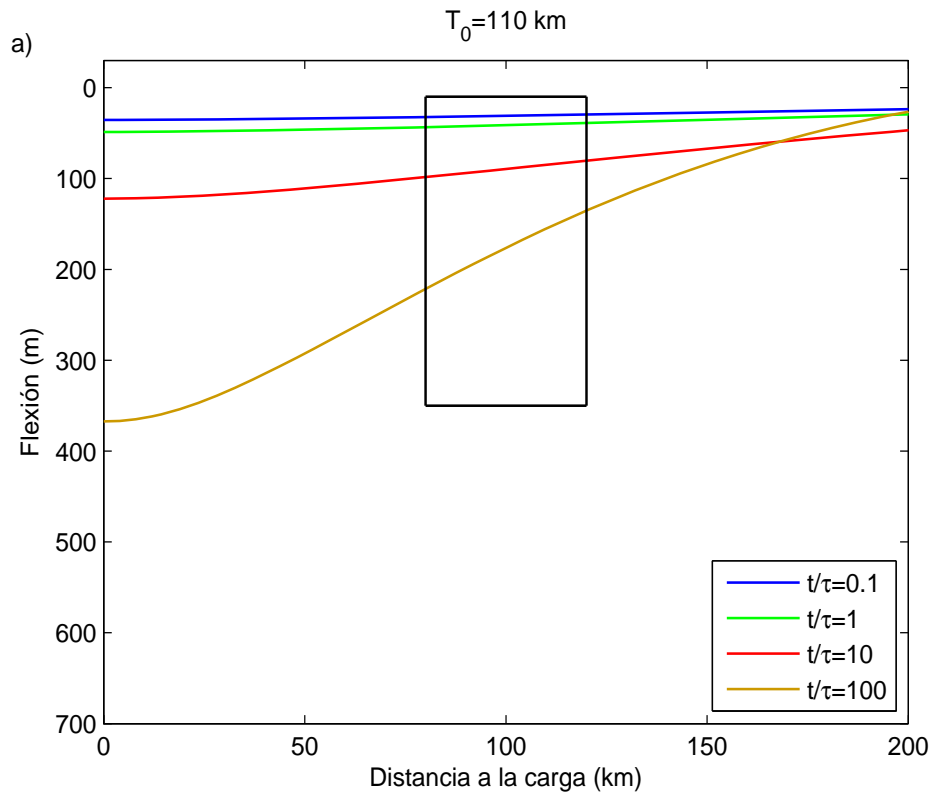




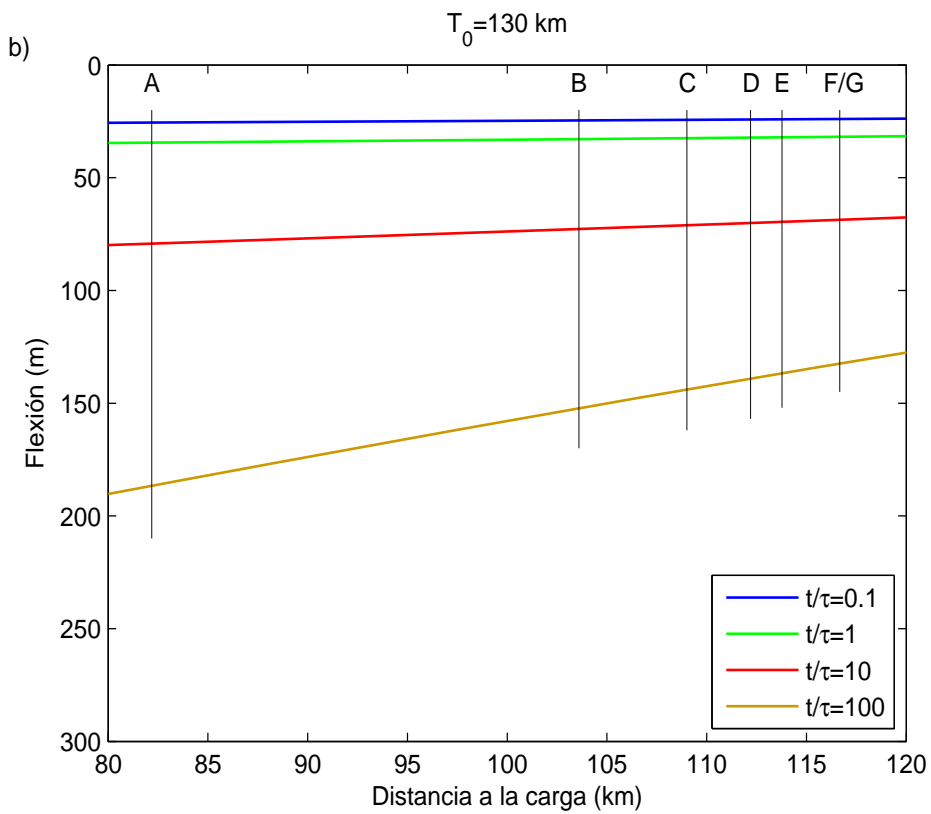
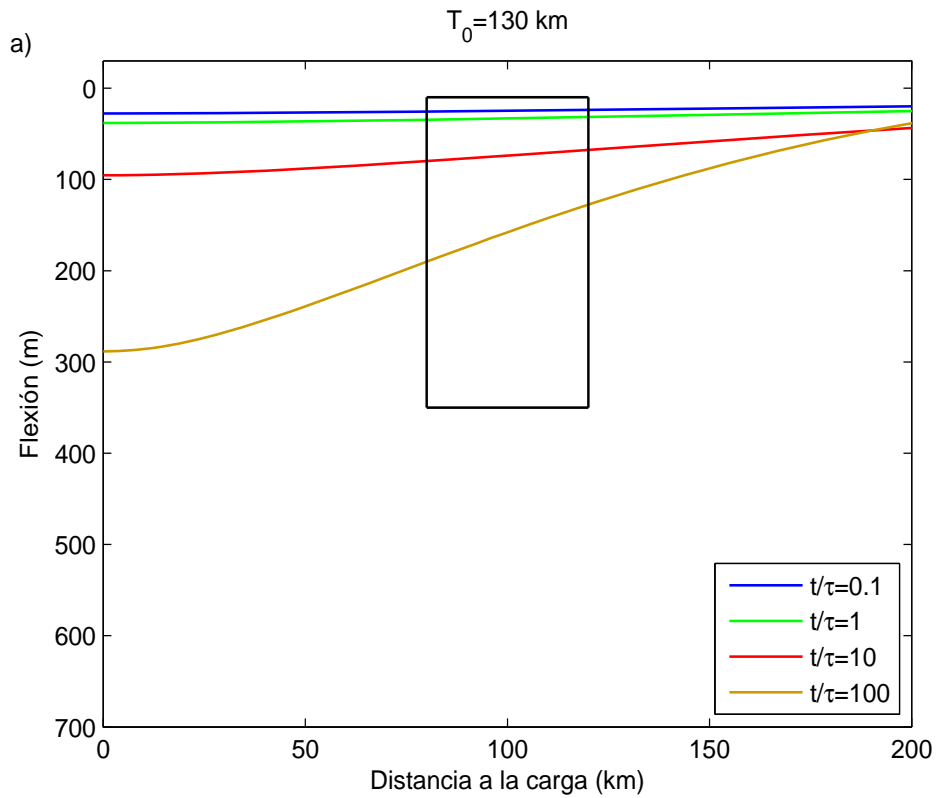
Perfiles de flexión variando la relación  $t/\tau$  para  $T_e = 70 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfiles de flexión variando la relación  $t/\tau$  para  $T_e = 90 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

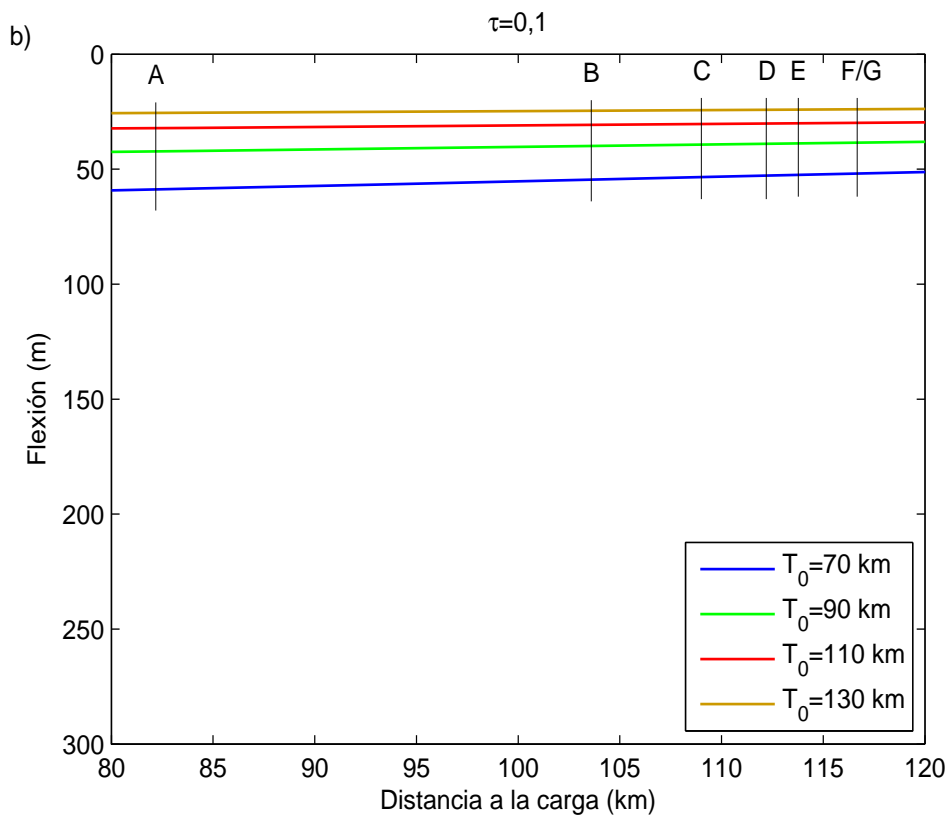
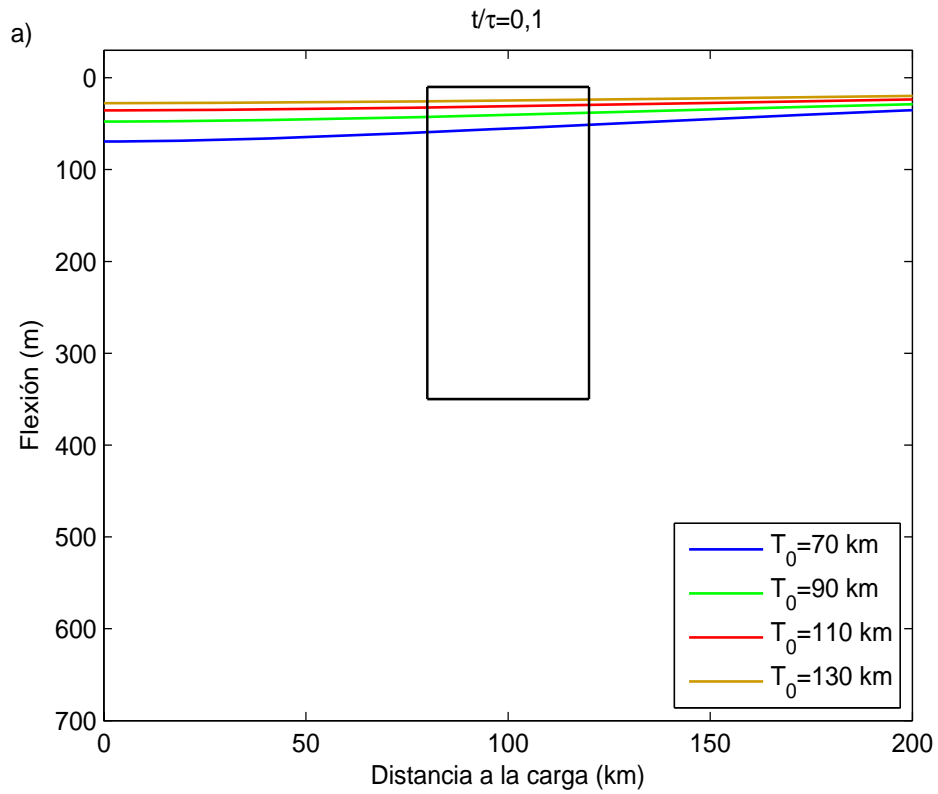


Perfiles de flexión variando la relación  $t/\tau$  para  $T_e = 110 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

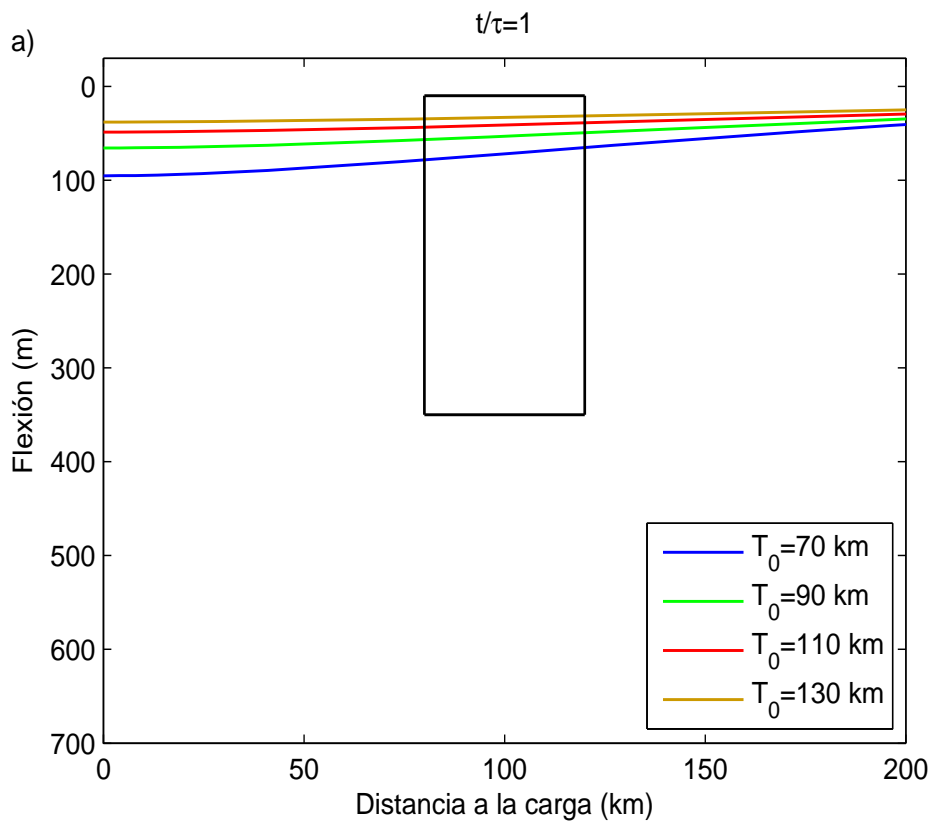
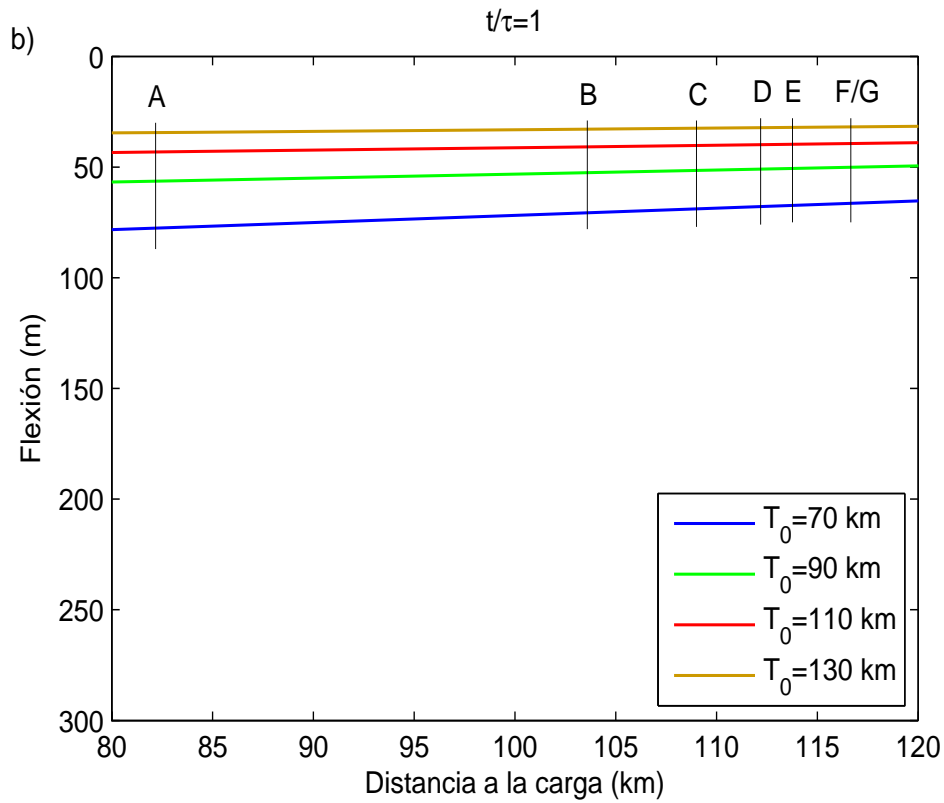


Perfiles de flexión variando la relación  $t/\tau$  para  $T_e = 130 \text{ km}$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

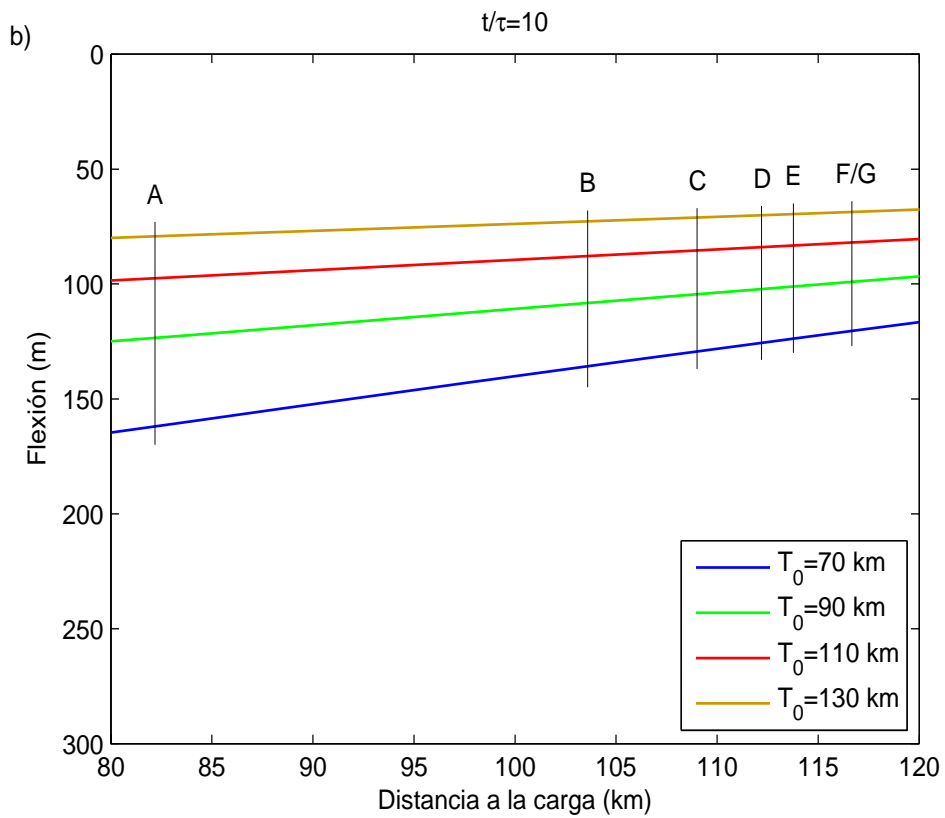
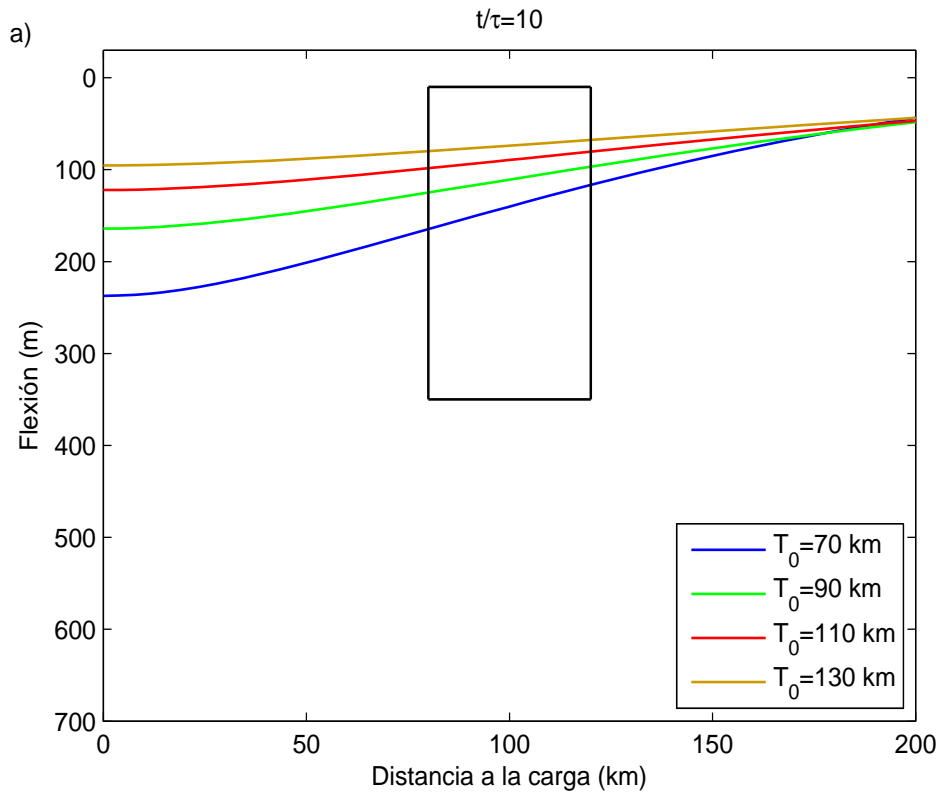




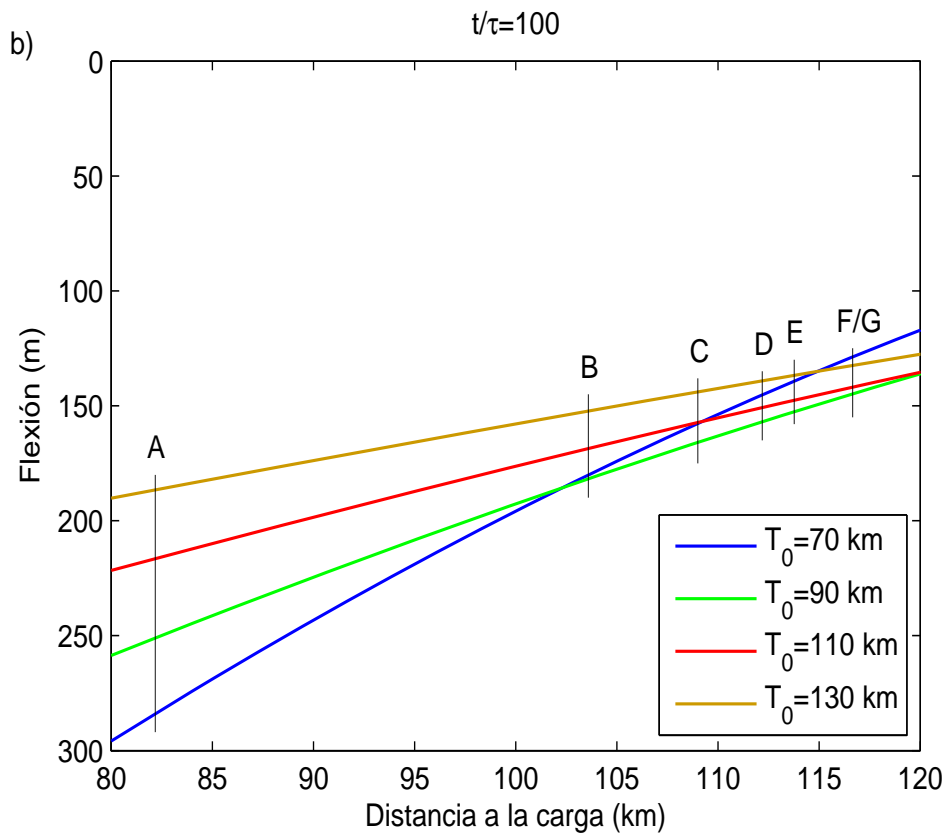
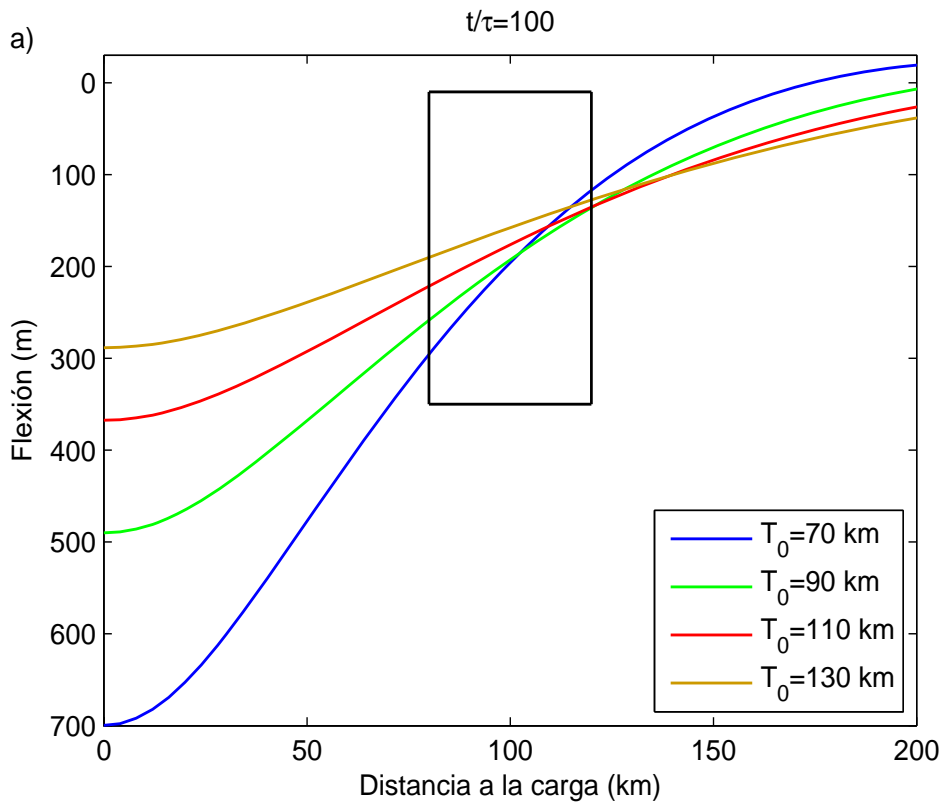
Perfiles de flexión variando  $T_0$  para  $t/\tau = 0,1$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfiles de flexión variando  $T_0$  para  $t/\tau = 1$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfiles de flexión variando  $T_0$  para  $t/\tau = 10$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfiles de flexión variando  $T_0$  para  $t/\tau = 100$ . b) detalle señalado con un rectángulo en a).

## Apéndice 6:

Diferencias entre desniveles observados y  
de flexión



## A6.1 Diferencias entre desniveles observados y de flexión considerando el modelo elástico









## A6.1 Diferencias entre desniveles observados y de flexión considerando el modelo viscoelástico



Diferencias ente desniveles observados y desniveles de flexión aplicando el modelo viscoelástico para diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$ .

$\tau$ (a)		$10^5$												$1,6 \times 10^5$													
$T_0$ (km)		70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130
Diferencia de desniveles	B_A	53	45	39	33	29	25	21	18	15	13	11	9	7	37	31	26	22	18	15	12	10	8	6	5	3	2
	C_A	-18	-28	-35	-42	-48	-53	-57	-61	-64	-67	-70	-72	-74	-37	-45	-51	-56	-61	-65	-68	-71	-73	-76	-77	-79	-81
	D_A	11	1	-8	-15	-21	-27	-32	-36	-40	-43	-46	-48	-50	-10	-18	-25	-31	-36	-40	-44	-47	-50	-52	-54	-56	-58
	E_A	11	1	-8	-16	-23	-28	-33	-38	-42	-45	-48	-51	-53	-11	-19	-26	-32	-38	-42	-46	-49	-52	-55	-57	-59	-61
	F_A	70	59	50	41	34	28	23	18	14	10	7	4	1	47	38	30	24	18	13	9	5	2	0	-3	-5	-7
	G_A	64	53	43	35	28	22	16	12	8	4	1	-2	-5	41	32	24	18	12	7	3	-1	-4	-7	-9	-11	-13
	C_B	-71	-73	-74	-75	-76	-77	-78	-79	-80	-80	-81	-81	-81	-75	-76	-77	-78	-79	-80	-80	-81	-81	-82	-82	-82	-83
	D_B	-42	-44	-46	-48	-50	-51	-53	-54	-55	-56	-56	-57	-58	-47	-49	-51	-52	-54	-55	-56	-57	-58	-58	-59	-59	-60
	E_B	-42	-45	-47	-49	-51	-53	-54	-56	-57	-58	-59	-60	-60	-48	-50	-52	-54	-56	-57	-58	-59	-60	-61	-62	-62	-63
	F_B	17	14	11	8	6	3	2	0	-2	-3	-4	-5	-6	10	7	4	2	0	-2	-3	-5	-6	-7	-8	-8	-9
	G_B	11	8	5	2	-1	-3	-5	-6	-8	-9	-10	-11	-12	4	1	-2	-4	-6	-8	-9	-11	-12	-13	-14	-14	-15
	D_C	29	29	28	27	26	26	26	25	25	24	24	24	24	28	27	26	26	25	25	24	24	24	24	23	23	23
	E_C	29	28	27	26	25	24	24	23	23	22	22	21	21	27	26	25	24	23	23	22	22	21	21	20	20	20
	F_C	89	87	85	83	82	81	80	79	78	77	77	76	75	84	83	81	80	79	78	77	76	76	75	75	74	74
	G_C	83	81	79	77	76	75	74	73	72	71	70	70	69	78	77	75	74	73	72	71	70	70	69	68	68	68
	E_D	0	0	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-3	-3	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3
	F_D	59	58	57	56	56	55	54	54	53	53	52	52	52	57	56	55	54	54	53	53	52	52	52	51	51	51
	G_D	53	52	51	50	49	49	48	48	47	47	46	46	46	51	50	49	48	48	47	47	46	46	45	45	45	45
	F_E	59	59	58	57	57	56	56	56	55	55	55	55	54	58	57	57	56	56	55	55	55	54	54	54	54	54
	G_E	53	52	52	51	51	50	50	50	49	49	49	49	48	52	51	50	50	50	49	49	49	48	48	48	48	48
	G_F	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6

Diferencias ente desniveles observados y desniveles de flexión aplicando el modelo viscoelástico para diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$ .  
(Continuación)

$\tau$ (a)		$2,5 \times 10^5$												$4,0 \times 10^5$													
$T_0$ (km)		70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130
Diferencia de desniveles	B_A	25	20	16	13	10	8	6	4	3	1	0	-1	-2	16	12	9	7	4	3	1	0	-1	-2	-3	-4	-4
	C_A	-52	-58	-63	-67	-70	-73	-76	-78	-80	-82	-83	-84	-85	-64	-68	-72	-75	-78	-80	-82	-83	-85	-86	-87	-88	-89
	D_A	-26	-33	-38	-43	-46	-50	-52	-55	-57	-59	-60	-62	-63	-39	-44	-48	-52	-54	-57	-59	-61	-62	-64	-65	-66	-67
	E_A	-28	-35	-40	-45	-49	-52	-55	-58	-60	-62	-63	-65	-66	-41	-46	-51	-54	-57	-60	-62	-64	-66	-67	-68	-69	-70
	F_A	29	21	15	10	6	2	-1	-4	-6	-8	-10	-12	-13	14	9	4	0	-3	-6	-8	-10	-12	-14	-15	-16	-17
	G_A	22	15	9	4	0	-4	-7	-10	-12	-14	-16	-18	-19	8	2	-2	-6	-9	-12	-14	-16	-18	-20	-21	-22	-23
	C_B	-77	-78	-79	-80	-81	-81	-82	-82	-83	-83	-83	-83	-84	-79	-80	-81	-82	-82	-83	-83	-83	-84	-84	-84	-84	-84
	D_B	-51	-53	-54	-56	-57	-58	-58	-59	-60	-60	-60	-61	-61	-55	-56	-57	-58	-59	-60	-60	-61	-61	-61	-62	-62	-62
	E_B	-53	-55	-57	-58	-59	-60	-61	-62	-63	-63	-64	-64	-65	-57	-58	-60	-61	-62	-63	-63	-64	-64	-65	-65	-65	-66
	F_B	4	1	-1	-3	-4	-6	-7	-8	-9	-9	-10	-11	-11	-1	-3	-5	-6	-8	-9	-10	-10	-11	-12	-12	-12	-13
	G_B	-2	-5	-7	-9	-10	-12	-13	-14	-15	-16	-16	-17	-17	-8	-9	-11	-13	-14	-15	-16	-16	-17	-18	-18	-18	-19
	D_C	26	25	25	24	24	24	23	23	23	23	23	23	22	25	24	24	24	23	23	23	23	22	22	22	22	22
	E_C	24	24	23	22	22	21	21	20	20	20	19	19	19	23	22	21	21	20	20	20	19	19	19	19	19	19
	F_C	81	79	78	77	76	76	75	74	74	73	73	73	72	78	77	76	75	74	74	73	73	73	72	72	72	71
	G_C	75	73	72	71	70	70	69	68	68	67	67	67	66	72	71	70	69	68	68	67	67	67	66	66	66	65
	E_D	-2	-2	-2	-2	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-2	-2	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
	F_D	55	54	53	53	52	52	51	51	51	51	50	50	50	53	53	52	52	51	51	51	50	50	50	50	50	49
	G_D	49	48	47	47	46	46	45	45	45	45	44	44	44	47	47	46	46	45	45	45	44	44	44	44	44	43
	F_E	56	56	55	55	55	54	54	54	54	54	54	53	53	55	55	55	54	54	54	54	53	53	53	53	53	53
	G_E	50	50	49	49	49	48	48	48	48	48	47	47	47	49	49	49	48	48	48	48	47	47	47	47	47	47
G_F	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	

Diferencias ente desniveles observados y desniveles de flexión aplicando el modelo viscoelástico para diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$ .  
(Continuación)

$\tau$ (a)		$6,3 \times 10^5$												$10^6$													
$T_0$ (km)		70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130
Diferencia de desniveles	B_A	9	6	4	2	0	-1	-2	-3	-4	-5	-5	-6	-6	4	2	0	-2	-3	-4	-5	-5	-6	-6	-7	-7	-8
	C_A	-72	-76	-79	-81	-83	-85	-86	-87	-88	-89	-90	-90	-91	-79	-81	-83	-85	-87	-88	-89	-90	-91	-91	-92	-92	-93
	D_A	-49	-52	-56	-58	-60	-62	-64	-65	-66	-67	-68	-69	-69	-56	-58	-61	-63	-64	-66	-67	-68	-69	-69	-70	-71	-71
	E_A	-51	-55	-58	-61	-63	-65	-67	-68	-70	-71	-71	-72	-73	-58	-61	-64	-66	-68	-69	-70	-71	-72	-73	-74	-74	-75
	F_A	3	-1	-4	-7	-10	-12	-14	-15	-17	-18	-19	-20	-20	-5	-8	-11	-13	-15	-16	-18	-19	-20	-20	-21	-22	-22
	G_A	-3	-7	-11	-13	-16	-18	-20	-21	-23	-24	-25	-26	-26	-11	-14	-17	-19	-21	-22	-24	-25	-26	-26	-27	-28	-28
	C_B	-81	-82	-82	-83	-83	-83	-84	-84	-84	-84	-85	-85	-85	-82	-83	-83	-84	-84	-84	-84	-85	-85	-85	-85	-85	-85
	D_B	-57	-58	-59	-60	-60	-61	-61	-62	-62	-62	-63	-63	-63	-59	-60	-61	-61	-62	-62	-62	-63	-63	-63	-63	-63	-64
	E_B	-60	-61	-62	-63	-64	-64	-65	-65	-66	-66	-66	-66	-67	-62	-63	-64	-64	-65	-65	-66	-66	-66	-67	-67	-67	-67
	F_B	-5	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-12	-13	-13	-13	-14	-14	-8	-9	-10	-11	-12	-12	-13	-13	-14	-14	-14	-15	-15
	G_B	-11	-13	-14	-15	-16	-17	-18	-18	-19	-19	-19	-20	-20	-14	-15	-16	-17	-18	-18	-19	-19	-20	-20	-20	-21	-21
	D_C	24	23	23	23	23	22	22	22	22	22	22	22	22	23	23	23	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22
	E_C	21	21	20	20	20	19	19	19	19	18	18	18	18	20	20	19	19	19	19	18	18	18	18	18	18	18
	F_C	76	75	74	74	73	73	72	72	72	71	71	71	71	74	73	73	72	72	72	71	71	71	71	71	70	70
	G_C	70	69	68	68	67	67	66	66	66	65	65	65	65	68	67	67	66	66	66	65	65	65	65	65	64	64
	E_D	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-4	-4	-4	-4	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
	F_D	52	51	51	51	50	50	50	50	50	49	49	49	49	51	51	50	50	50	50	49	49	49	49	49	49	49
	G_D	46	45	45	45	44	44	44	44	43	43	43	43	43	45	45	44	44	44	44	43	43	43	43	43	43	43
	F_E	55	54	54	54	54	53	53	53	53	53	53	53	53	54	54	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	52
	G_E	49	48	48	48	47	47	47	47	47	47	47	47	47	48	48	47	47	47	47	47	47	47	47	47	47	46
G_F	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	

Diferencias ente desniveles observados y desniveles de flexión aplicando el modelo viscoelástico para diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$ .  
(Continuación)

$\tau$ (a)		$1,6 \times 10^6$												$2,5 \times 10^6$													
$T_0$ (km)		70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130
Diferencia de desniveles	B_A	0	-2	-3	-4	-5	-6	-6	-7	-7	-8	-8	-8	-8	-2	-4	-5	-5	-6	-7	-7	-8	-8	-9	-9	-9	
	C_A	-83	-85	-87	-88	-89	-90	-91	-92	-92	-93	-93	-93	-94	-86	-88	-89	-90	-91	-92	-92	-93	-93	-94	-94	-94	-95
	D_A	-60	-63	-64	-66	-67	-68	-69	-70	-71	-71	-72	-72	-72	-64	-66	-67	-68	-69	-70	-71	-71	-72	-72	-73	-73	-73
	E_A	-64	-66	-68	-69	-71	-72	-73	-74	-74	-75	-75	-76	-76	-67	-69	-71	-72	-73	-74	-74	-75	-76	-76	-76	-77	-77
	F_A	-10	-13	-15	-16	-18	-19	-20	-21	-22	-22	-23	-23	-24	-14	-16	-18	-19	-20	-21	-22	-23	-23	-24	-24	-24	-25
	G_A	-16	-19	-21	-23	-24	-25	-26	-27	-28	-28	-29	-29	-30	-20	-22	-24	-25	-26	-27	-28	-29	-29	-30	-30	-30	-31
	C_B	-83	-84	-84	-84	-84	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-84	-84	-84	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85
	D_B	-61	-61	-62	-62	-62	-63	-63	-63	-63	-64	-64	-64	-64	-61	-62	-62	-63	-63	-63	-63	-64	-64	-64	-64	-64	-64
	E_B	-64	-64	-65	-66	-66	-66	-67	-67	-67	-67	-67	-68	-68	-65	-65	-66	-66	-67	-67	-67	-67	-68	-68	-68	-68	-68
	F_B	-10	-11	-12	-13	-13	-14	-14	-14	-15	-15	-15	-15	-15	-12	-12	-13	-14	-14	-14	-15	-15	-15	-15	-15	-16	-16
	G_B	-16	-17	-18	-19	-19	-20	-20	-20	-21	-21	-21	-21	-21	-18	-18	-19	-20	-20	-20	-21	-21	-21	-21	-21	-22	-22
	D_C	23	22	22	22	22	22	22	22	22	22	21	21	21	22	22	22	22	22	22	22	22	21	21	21	21	21
	E_C	19	19	19	19	18	18	18	18	18	18	18	18	18	19	19	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	17
	F_C	73	72	72	72	71	71	71	71	70	70	70	70	70	72	72	71	71	71	71	70	70	70	70	70	70	70
	G_C	67	66	66	66	65	65	65	65	64	64	64	64	64	66	66	65	65	65	65	64	64	64	64	64	64	64
	E_D	-3	-3	-3	-3	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-3	-3	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
	F_D	50	50	50	50	49	49	49	49	49	49	49	49	49	50	50	49	49	49	49	49	49	49	49	49	48	48
	G_D	44	44	44	43	43	43	43	43	43	43	43	43	43	44	44	43	43	43	43	43	43	43	43	43	42	42
	F_E	53	53	53	53	53	53	53	53	53	52	52	52	52	53	53	53	53	53	53	53	52	52	52	52	52	52
	G_E	47	47	47	47	47	47	47	47	47	46	46	46	46	47	47	47	47	47	47	47	46	46	46	46	46	46
G_F	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	



Diferencias ente desniveles observados y desniveles de flexión aplicando el modelo viscoelástico para diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$ .  
(Continuación)

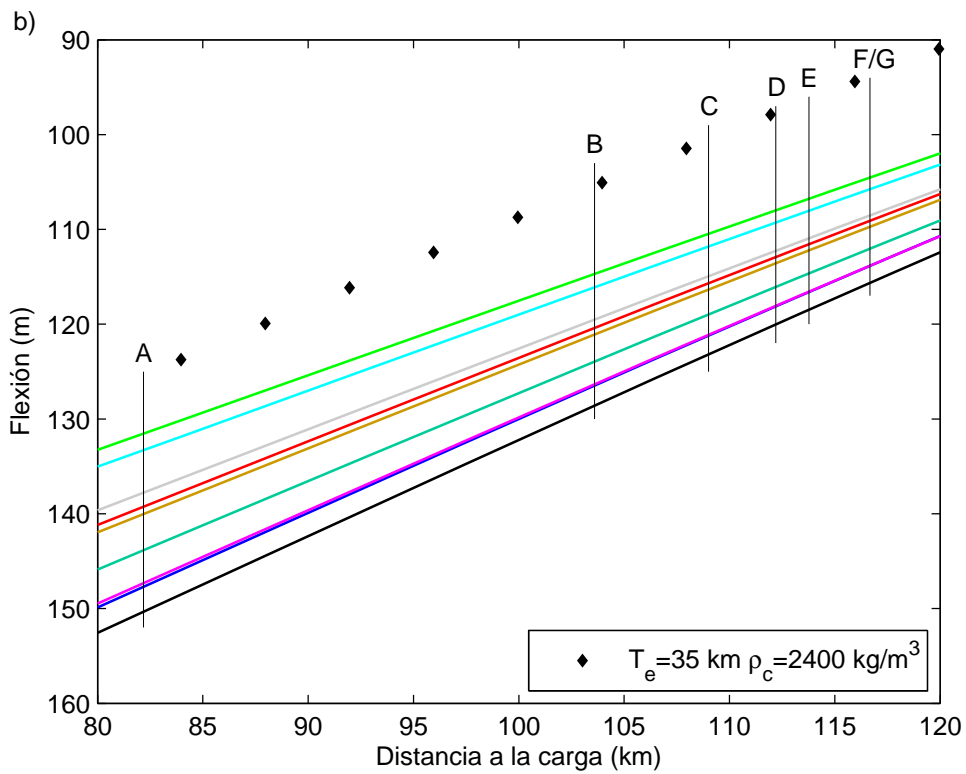
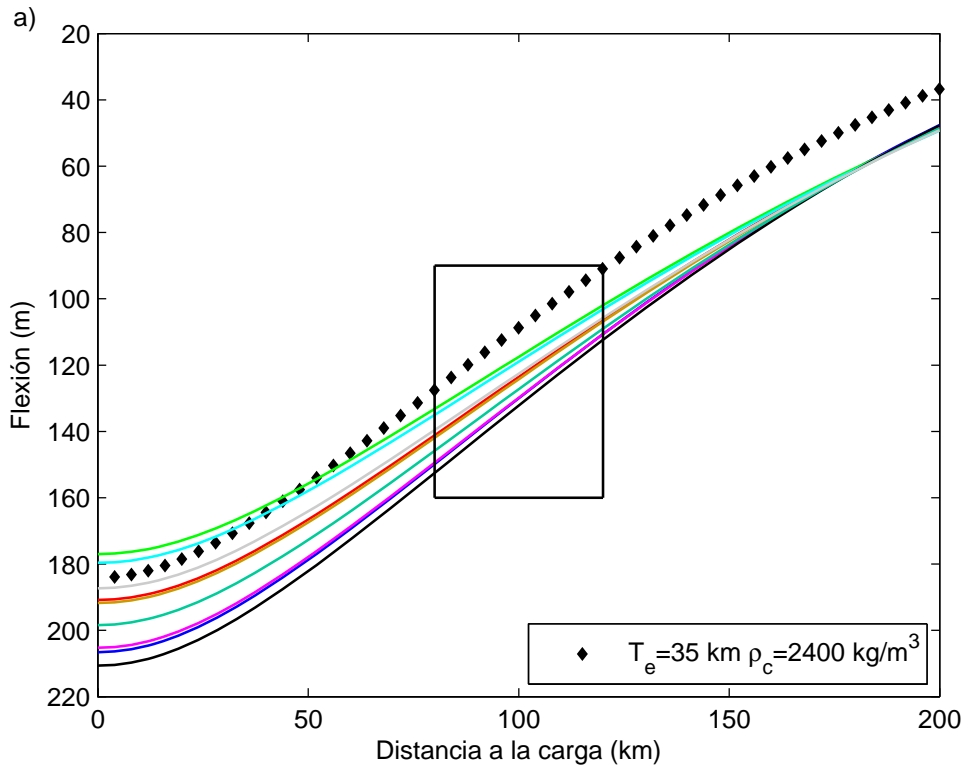
$\tau$ (a)		$4,0 \times 10^6$												$6,3 \times 10^6$													
$T_0$ (km)		70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130
Diferencia de desniveles	B_A	-4	-5	-6	-7	-7	-8	-8	-8	-9	-9	-9	-9	-9	-5	-6	-7	-7	-8	-8	-8	-9	-9	-9	-9	-10	-10
	C_A	-88	-89	-91	-91	-92	-93	-93	-94	-94	-94	-95	-95	-95	-90	-91	-92	-92	-93	-93	-94	-94	-94	-95	-95	-95	-95
	D_A	-66	-68	-69	-70	-71	-71	-72	-72	-73	-73	-73	-74	-74	-68	-69	-70	-71	-71	-72	-72	-73	-73	-73	-74	-74	-74
	E_A	-70	-71	-72	-73	-74	-75	-76	-76	-76	-77	-77	-77	-78	-71	-72	-74	-74	-75	-76	-76	-77	-77	-77	-78	-78	-78
	F_A	-17	-18	-20	-21	-22	-22	-23	-24	-24	-24	-25	-25	-25	-18	-20	-21	-22	-23	-23	-24	-24	-25	-25	-25	-26	-26
	G_A	-23	-24	-26	-27	-28	-28	-29	-30	-30	-31	-31	-31	-31	-24	-26	-27	-28	-29	-29	-30	-30	-31	-31	-31	-32	-32
	C_B	-84	-84	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-86	-86	-84	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-86	-86	-86
	D_B	-62	-63	-63	-63	-63	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-63	-63	-63	-63	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-64
	E_B	-66	-66	-66	-67	-67	-67	-68	-68	-68	-68	-68	-68	-68	-66	-67	-67	-67	-67	-68	-68	-68	-68	-68	-68	-68	-68
	F_B	-13	-13	-14	-14	-15	-15	-15	-15	-15	-16	-16	-16	-16	-13	-14	-14	-15	-15	-15	-15	-16	-16	-16	-16	-16	-16
	G_B	-19	-19	-20	-20	-21	-21	-21	-21	-21	-22	-22	-22	-22	-19	-20	-20	-21	-21	-21	-21	-22	-22	-22	-22	-22	-22
	D_C	22	22	22	22	22	22	21	21	21	21	21	21	21	22	22	22	22	22	21	21	21	21	21	21	21	21
	E_C	19	18	18	18	18	18	18	18	18	18	17	17	17	18	18	18	18	18	18	18	17	17	17	17	17	17
	F_C	72	71	71	71	70	70	70	70	70	70	70	70	70	71	71	71	70	70	70	70	70	70	70	70	70	70
	G_C	66	65	65	65	64	64	64	64	64	64	64	64	64	65	65	65	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64
	E_D	-3	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
	F_D	49	49	49	49	49	49	49	49	49	48	48	48	48	49	49	49	49	49	49	49	48	48	48	48	48	48
	G_D	43	43	43	43	43	43	43	43	43	42	42	42	42	43	43	43	43	43	43	43	42	42	42	42	42	42
	F_E	53	53	53	53	53	52	52	52	52	52	52	52	52	53	53	53	53	52	52	52	52	52	52	52	52	52
	G_E	47	47	47	47	47	46	46	46	46	46	46	46	46	47	47	47	47	46	46	46	46	46	46	46	46	46
G_F	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	

Diferencias ente desniveles observados y desniveles de flexión aplicando el modelo viscoelástico para diferentes valores de  $T_0$  y  $\tau$ .  
(Continuación)

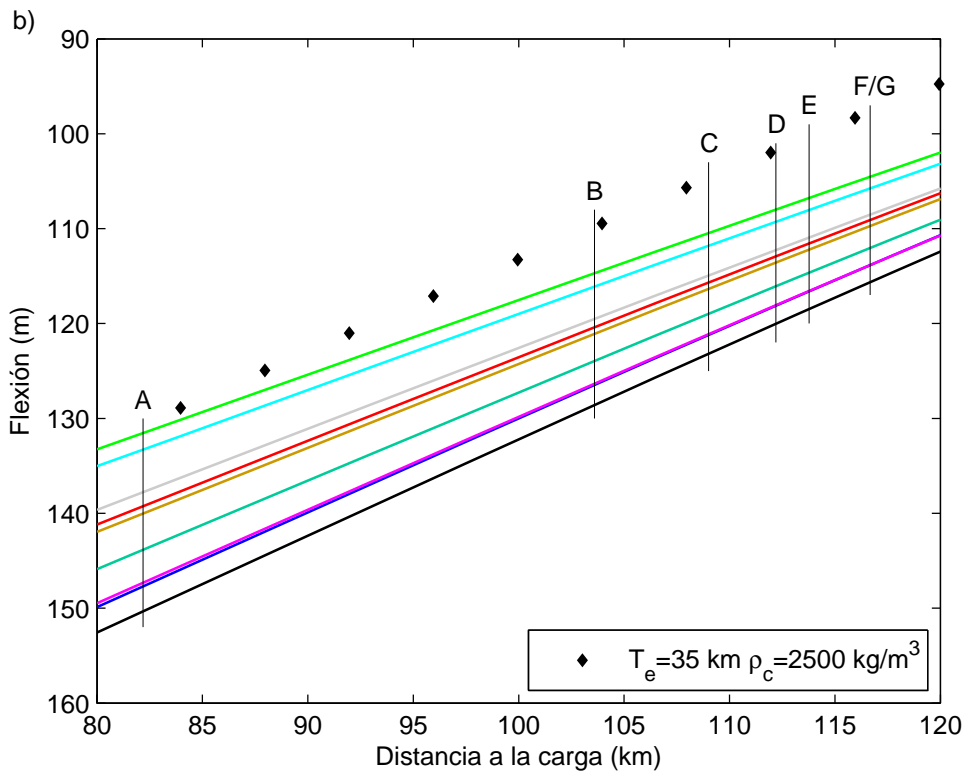
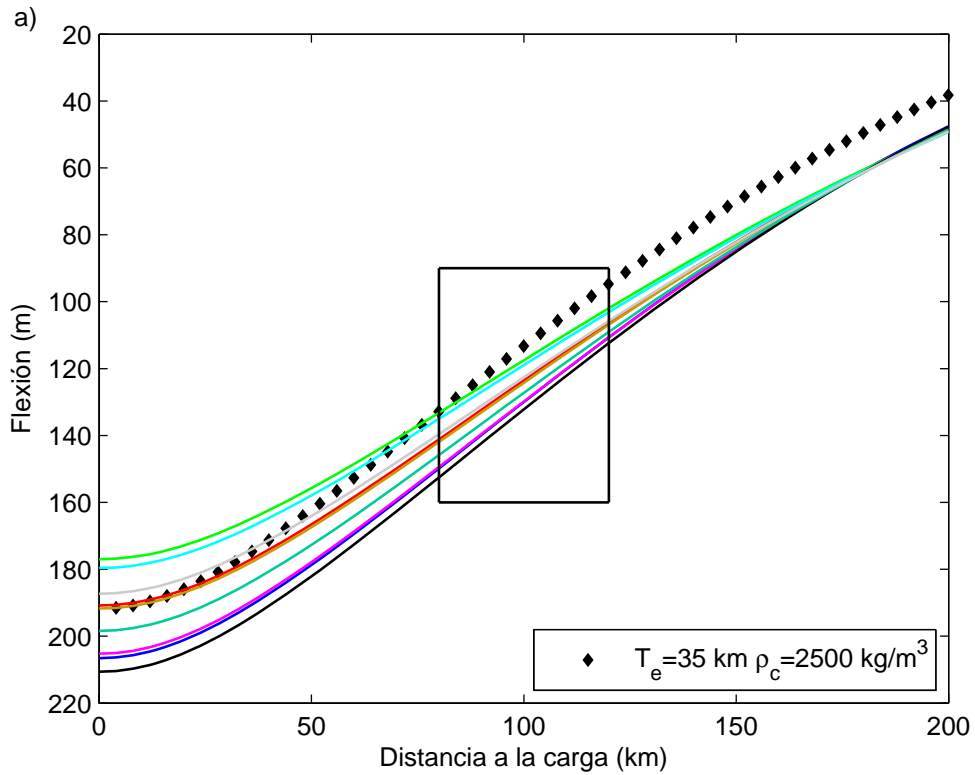
$\tau$ (a)		10 <sup>7</sup>												
$T_0$ (km)		70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130
Diferencia de desniveles	B_A	-6	-7	-7	-8	-8	-8	-9	-9	-9	-9	-10	-10	-10
	C_A	-90	-91	-92	-93	-93	-94	-94	-95	-95	-95	-95	-95	-96
	D_A	-69	-70	-71	-71	-72	-72	-73	-73	-74	-74	-74	-74	-74
	E_A	-72	-73	-74	-75	-76	-76	-77	-77	-77	-78	-78	-78	-78
	F_A	-19	-21	-22	-23	-23	-24	-24	-25	-25	-25	-26	-26	-26
	G_A	-25	-27	-28	-29	-29	-30	-30	-31	-31	-31	-32	-32	-32
	C_B	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-85	-86	-86	-86	-86	-86
	D_B	-63	-63	-63	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-64	-65
	E_B	-66	-67	-67	-67	-68	-68	-68	-68	-68	-68	-68	-68	-68
	F_B	-14	-14	-15	-15	-15	-15	-16	-16	-16	-16	-16	-16	-16
	G_B	-20	-20	-21	-21	-21	-21	-22	-22	-22	-22	-22	-22	-22
	D_C	22	22	22	22	21	21	21	21	21	21	21	21	21
	E_C	18	18	18	18	18	18	18	17	17	17	17	17	17
	F_C	71	71	70	70	70	70	70	70	70	70	70	69	69
	G_C	65	65	64	64	64	64	64	64	64	64	64	63	63
	E_D	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
	F_D	49	49	49	49	49	49	48	48	48	48	48	48	48
	G_D	43	43	43	43	43	43	42	42	42	42	42	42	42
	F_E	53	53	53	52	52	52	52	52	52	52	52	52	52
	G_E	47	47	47	46	46	46	46	46	46	46	46	46	46
	G_F	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6

Apéndice 7:  
Gráficos comparativos

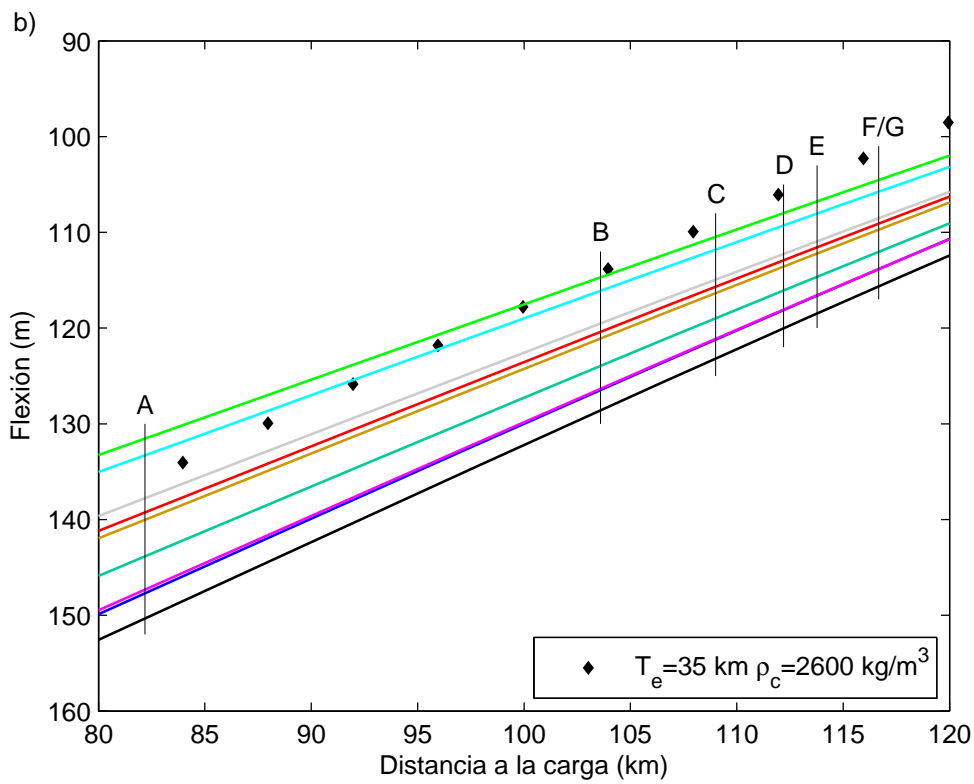
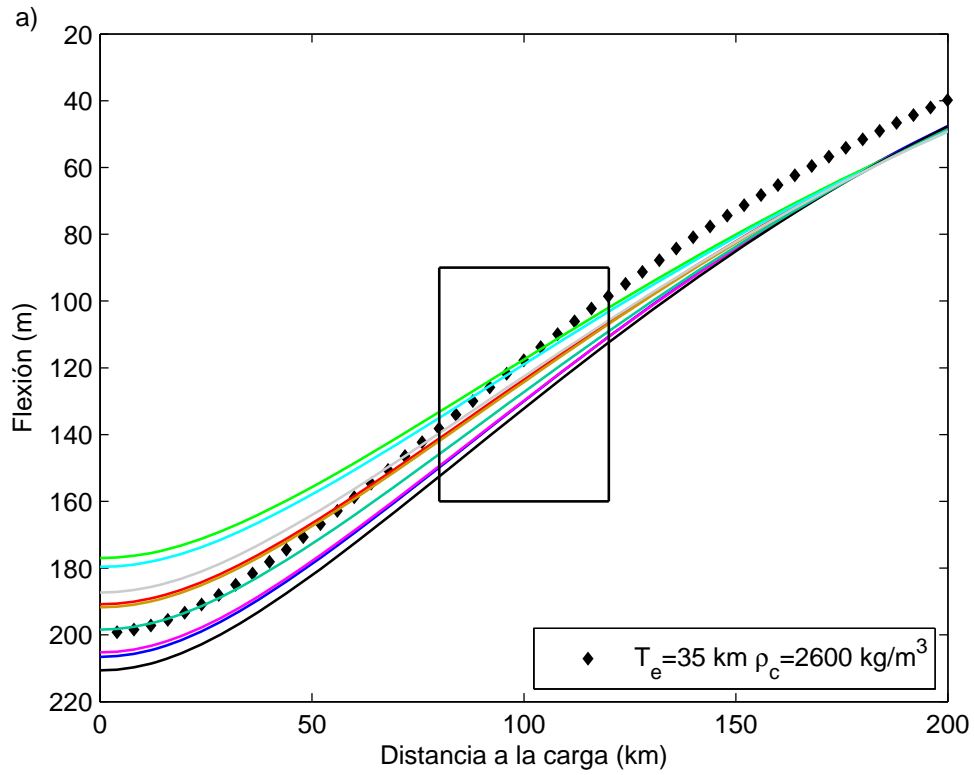




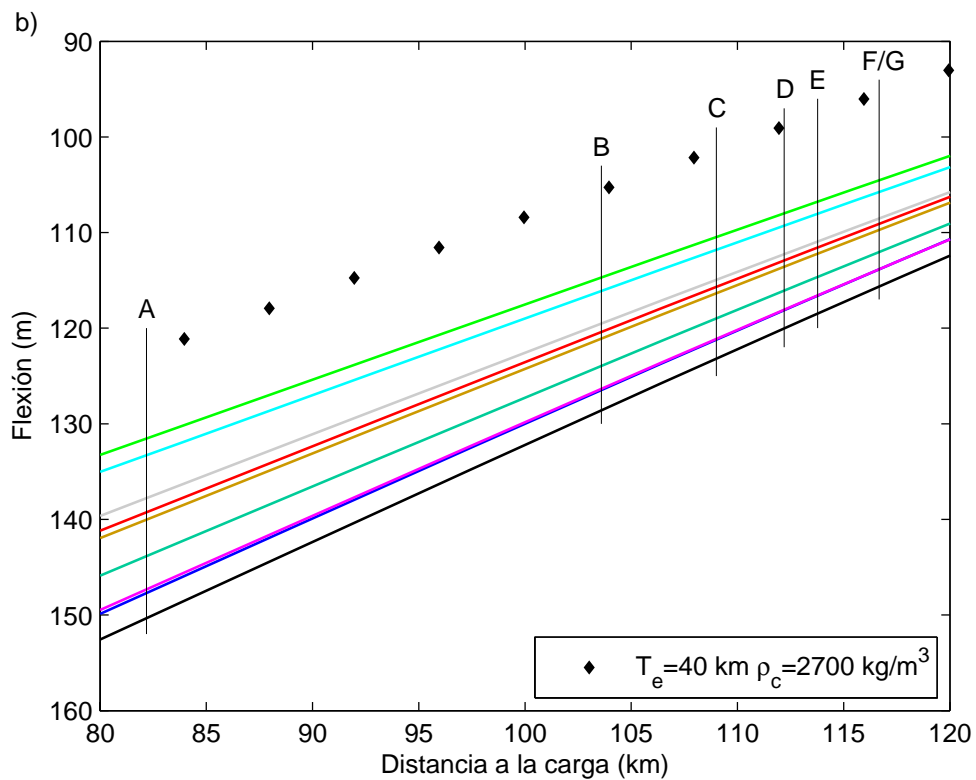
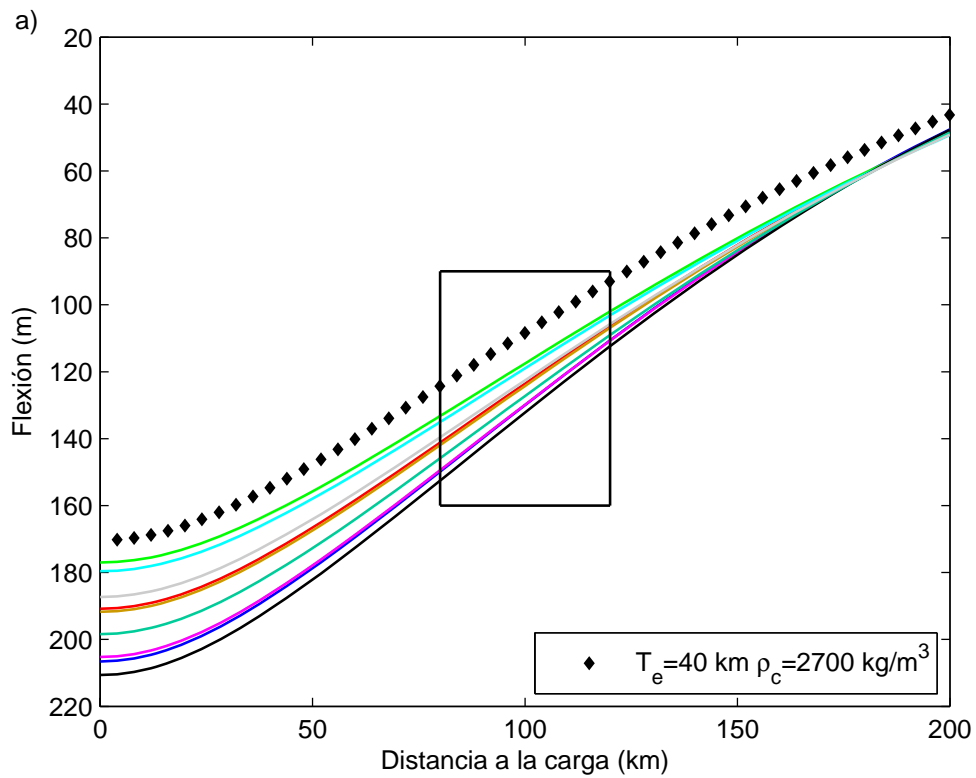
Perfil de flexión elástica con  $T_e = 35 \text{ km}$  y  $\rho_c = 2400 \text{ kg m}^{-3}$  superpuesto a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfil de flexión elástica con  $T_e = 35 \text{ km}$  y  $\rho_c = 2500 \text{ kg m}^{-3}$  superpuesto a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. b) detalle señalado con un rectángulo en a).

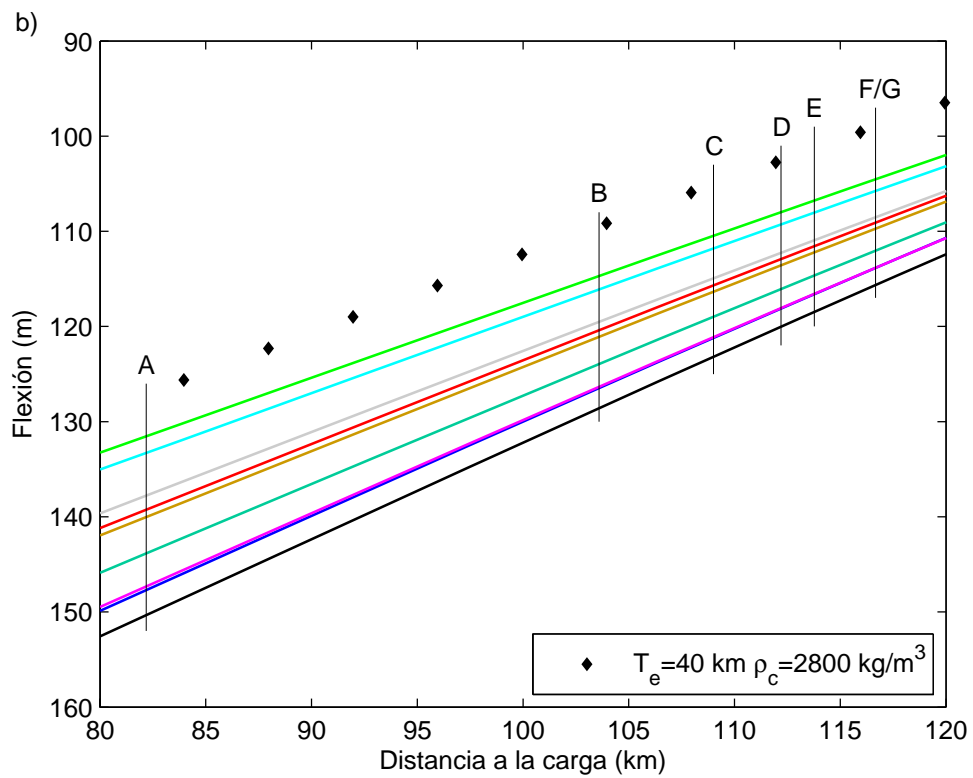
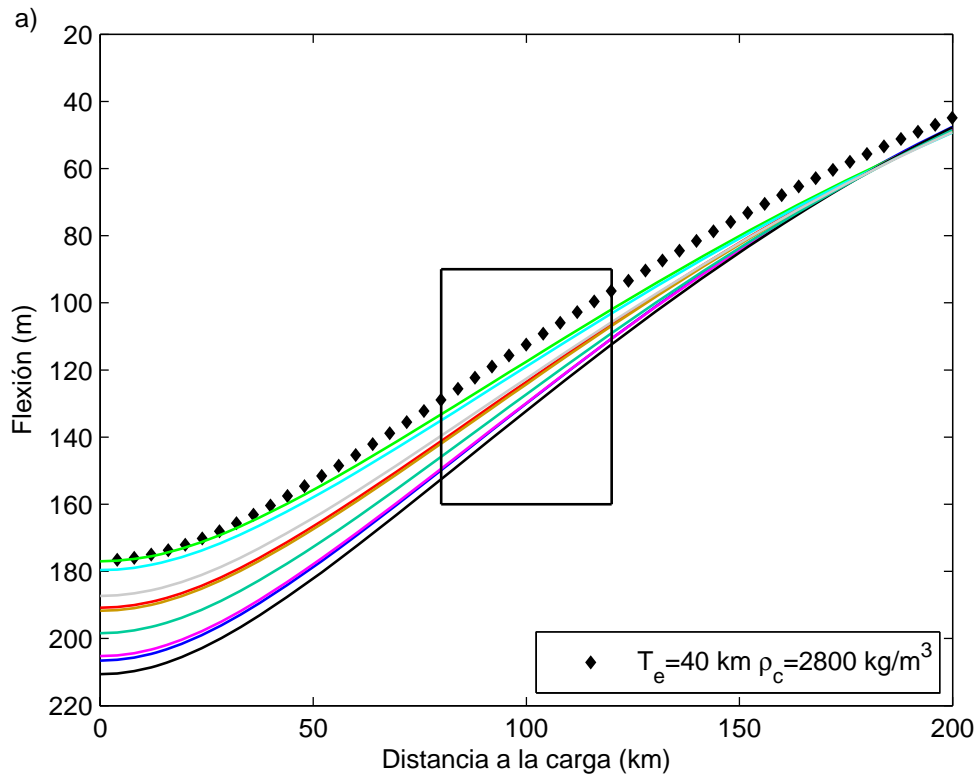


Perfil de flexión elástica con  $T_e = 35 \text{ km}$  y  $\rho_c = 2600 \text{ kg m}^{-3}$  superpuesto a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. b) detalle señalado con un rectángulo en a).

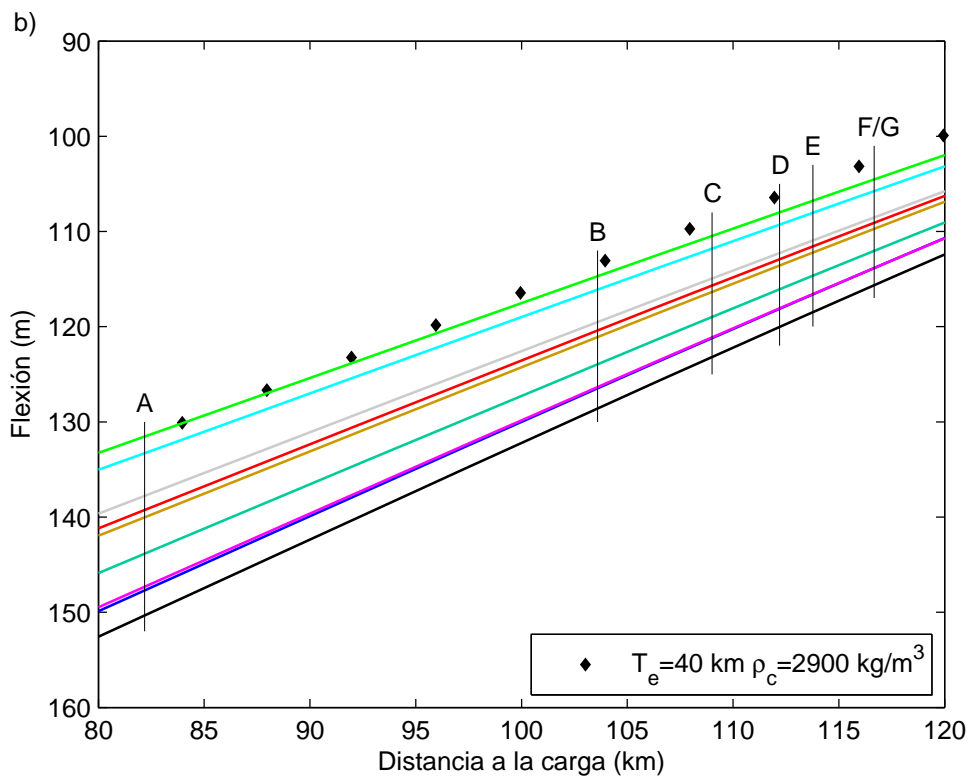
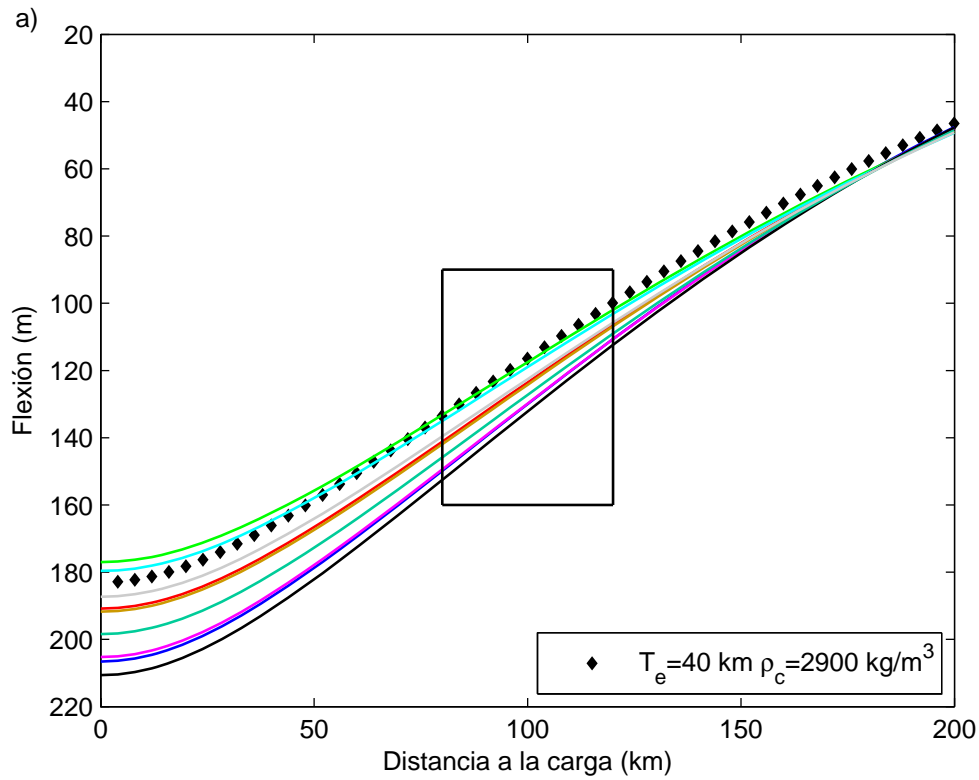


Perfil de flexión elástica con  $T_e = 40 \text{ km}$  y  $\rho_c = 2700 \text{ kg m}^{-3}$  superpuesto a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. b) detalle señalado con un rectángulo en a).





Perfil de flexión elástica con  $T_e = 40 \text{ km}$  y  $\rho_c = 2800 \text{ kg m}^{-3}$  superpuesto a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. b) detalle señalado con un rectángulo en a).



Perfil de flexión elástica con  $T_e = 40 \text{ km}$  y  $\rho_c = 2900 \text{ kg m}^{-3}$  superpuesto a los perfiles de flexión viscoelástica que minimizan el emc. b) detalle señalado con un rectángulo en a).

## Referencias

- Ablay, G.J. & Kearey, P., 2000. Gravity constraints on the structure and volcanic evolution of Tenerife, Canary Islands. *Journal of Geophysical Research*, **105**(B3), 5783-96.
- Ablay, G.J. & Martí, J., 2000. Stratigraphy, structure and volcanic evolution of the Pico Teide-Pico Viejo formation, Tenerife, Canary Islands. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **103**, 175-208.
- Ali, M.Y., Watts, A.B. & Hill, I., 2003. A seismic reflection profile study of lithospheric flexure in the vicinity of the Cape Verde Islands. *Journal of Geophysical Research*, **108**(B5), 2239.
- Ancochea, E., Fúster, J. M., Ibarrola, E., Cendrero, A., Coello, J., Hernán, F., Cantagrel, J. M., Jamond, C., 1990. Volcanic evolution of the island of Tenerife (Canary Islands) in the light of new K.Ar data. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **44**, 231-49.
- Ancochea, E., Huertas, J. M., Cantagrel, J. M., Coello, J., Fúster, J. M., Arnaud, N., Ibarrola, E., 1999. Evolution of Cañadas Edifice and its implications for the origin of the Cañadas Caldera (Teneride, Canary Islands). *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **88**, 177-99.
- Anderson, D.L., 1995. Lithosphere, asthenosphere and perisphere. *Reviews of Geophysics*, **33**, 125-49.
- Araña, V. & Carracedo, J.C., 1978. *Los volcanes de las Islas Canarias, III Gran Canaria*. Madrid, Rueda, 175 pp.
- Araña, V., Camacho, A. G., García, A., Montesinos, F. G., Blanco, I., Vieira, R., Felpeto, A., 2000. Internal structure of Tenerife (Canary Islands) based on gravity, aeromagnetic and volcanological data. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **103**, 43-64.
- Bear, A.N. & Cas, R.A.F., 2007. The complex facies architecture and emplacement sequence of a Miocene submarine mega-pillow lava flow system, Muriwai, North Island, New Zealand. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **160**, 1-22.
- Bodine, J.H. & Watts, A.B., 1979. On lithospheric flexure seaward of the Bonin and Mariana trenches. *Earth and Planetary Science Letters*, **43**, 132-48.
- Bodine, J.H., Steckler, M.S. & Watts, A.B., 1981. Observations of flexure and the rheology of the oceanic lithosphere. *Journal of Geophysical Research*, **86**, 3695-707.
- Brace, W.F. & Kohlstedt, D.L., 1980. Limits on lithospheric stress imposed by laboratory experiments. *Journal of Geophysical Research*, **85**, 6248-52.
- Canales, J.P. & Dañoibeitia, J.J., 1998. The Canary Islands swell: a coherence analysis of bathymetry and gravity. *Geophysical Journal International*, **132**, 479-88.
- Carracedo, J. C., Guillou, H., Rodríguez-Badiola, E., Pérez-Torrado, F. J., Rodríguez-González, ., Paris, R., Troll, V., Wiesmaier, S., Delcamp, A., Fernández-Turiel, J. L., 2009. La dorsal NE de Tenerife: hacia un modelo del origen y evolución de los rifts de islas oceánicas. *Estudios Geológicos*, **65**, 5-47.

- Carracedo, J. C., Guilou, H., Nomade, S., Rodríguez-Badiola, E., Pérez-Torrado, F. J., Rodríguez-González, A., Paris, R., Trolls, V. R., Wiesmaier, S., Delcamp, A., Fernández-Turiel, J. L., 2011. Evolution of ocean-island rifts: The Northeast rift zone of Tenerife, Canary Islands. *Geological Society of America Bulletin*, **123**, 562-84.
- Carracedo, M., Larrea, F.J. & Alonso, A., 1999. Estructura y organización de las coladas submarinas: características de las lavas almohadilladas de edad cretácica que afloran en la cordillera vasco-cantábrica. *Estudios Geológicos*, **55**, 209-22.
- Collier, J.S. & Watts, A.B., 2001. Lithospheric response to volcanic loading by the Canary Islands: constraints from seismic reflection data in their flexural moat. *Geophysical Journal International*, **147**, 660-76.
- Contreras-Reyes, E. & Osses, A., 2010. Lithospheric flexure modelling seaward of the Chile trench: implications for oceanic plate weakening in the Trench Outer Rise region. *Geophysical Journal International*, **182**, 97-112.
- Craig, T.J. & Copley, A., 2014. An explanation for the age independence of oceanic elastic thickness estimates from flexural profiles at subduction zones, and implications for continental rheology. *Earth and Planetary Science Letters*, **392**, 207-16.
- Crough, S.T., 1978. Thermal origin of mid-plate hot-spot swells. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **55**, 451-69.
- Dañoibeitia, J.J., 1988. Reconocimiento geofísico de estructuras submarinas situadas al norte y al sur del Archipiélago Canario. *Revista de la Sociedad Geológica de España*, **1**, 143-55.
- Dañoibeitia, J.J., Canales, J.P. & Dehghani, G.A., 1994. An estimation of the elastic thickness of the lithosphere in the Canary Archipelago using admittance function. *Geophysical Research Letters*, **21**, 1649-2652.
- Detrick, R.S. & Crough, S.T., 1978. Island subsidence, hot spots, and lithospheric thinning. *Journal of Geophysical Research*, **83**(B3), 1236-44.
- Edgar, J. C., Wolff, J. A., Olin, P. H., Nichols, H. J., Pittari, A., Cas, R. A. F., Reiners, P. W., Spell, T. L., Martí, J., 2007. The late Quaternary Diego Hernández Formation, Tenerife: Volcanology of a complex cycle of voluminous explosive phonolitic eruptions. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **160**, 59-85.
- Filmer, P.E. & McNutt, M.K., 1989. Geoid anomalies over the Canary Islands group. *Marine Geophysical Researches*, **11**, 77-87.
- Filmer, P.E., McNutt, M.K. & Wolfe, C.J., 1993. Elastic thickness of the lithosphere in the Marquesas and Society Islands. *Journal of Geophysical Research*, **98**(B11), 19565-77.
- Fischer, K.M., Ford, H.A., Abt, D.L. & Rytchert, C.A., 2010. The lithosphere-asthenosphere boundary. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **38**, 551-75.
- Fullea, J., Camacho, A.G., Negredo, A.M. & Fernández, J., 2015. The Canary Islands hot spot: new insights from 3D coupled geophysical-petrological modelling of the lithosphere and uppermost mantle. *Earth and Planetary Science Letters*, **409**, 71-88.
- Gimeno, D., Pérez-Torrado, F.J., Schneider, J.L. & Wassmer, P., 2000. Transformación de coladas básicas alcalinas subaéreas en lavas almohadilladas en ambiente litoral: un ejemplo del Plioceno, Norte de la isla de Gran Canaria. *Geotemas*, **1**, 325-28.
- Goodwillie, A.M. & Watts, A.B., 1993. An altimetric and bathymetric study of elastic thickness in the central Pacific Ocean. *Earth and Planetary Science Letters*, **118**, 311-26.
- Grevemeyer, I., Weigel, W., Schüssler, S. & Avedik, F., 2001. Crustal and upper mantle seismic structure and lithospheric flexure along the Society Island hotspot chain. *Geophysical Journal International*, **147**, 123-40.
- Guillou, H., Pérez-Torrado, F. J., Hansen-Machin, A. R., Carracedo, J. C., Gimeno, D., 2004a. The Plio-Quaternary volcanic evolution of Gran Canaria based on new K-Ar ages and magnetostratigraphy. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **135**, 221-46.

- 
- Guillou, H., Carracedo, J.C., Paris, R. & Pérez-Torrado, F.J., 2004b. Implications for the early shield-stage evolution of Tenerife from K/Ar ages and magnetic stratigraphy. *Earth and Planetary Science Letters*, **222**, 599-614.
- Hamza, V.M. & Vieira, F.P., 2012. Global distribution of the lithosphere-asthenosphere boundary: A new look. *Solid Earth*, **3**, 199-212.
- Haq, B.U., Hardenbol, J. & Vail, P.R., 1987. Chronology of fluctuating sea levels since the Triassic. *Science, New Series*, **235**, 1156-67.
- Kalnins, L.M. & Watts, A.B., 2009. Spatial variations in effective elastic thickness in the Western Pacific Ocean and their implications for Mesozoic volcanism. *Earth and Planetary Science Letters*, **286**, 89-100.
- Kim, S.S. & Wessel, P., 2010. Flexure modelling at seamounts with dense cores. *Geophysical Journal International*, **182**, 583-98.
- Kim, S.S. & Wessel, P., 2011. New global seamount census from altimetry-derived gravity data. *Geophysical Journal International*, **186**, 615-31.
- Krastel, S. & Schmincke, H.U., 2002. Crustal structure of northern Gran Canaria, Canary islands, deduced from active seismic tomography. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **115**, 153-77.
- Kruse, S.E., Liu, Z.J. & Naar, D.F., 1997. Effective elastic thickness of lithosphere along the Easter Seamount Chain. *Journal of Geophysical Research*, **102**(B12), 27305-17.
- Kumar, P. & Kawakatsu, H., 2011. Imaging the seismic lithosphere-asthenosphere boundary of the oceanic plate. *Geochemistry Geophysics Geosystems*, **12**, Q01006.
- Lambeck, K., 1981a. Flexure of oceanic lithosphere from island uplift, bathymetry and geoid height observations: the Society Islands. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **67**, 91-114.
- Lambeck, K., 1981b. Lithospheric response to volcanic loading in the Southern Cook Islands. *Earth and Planetary Science Letters*, **55**, 482-96.
- Lambeck, K., Penney, C.L., Nakiboglu, S.M. & Coleman, R., 1984. Subsidence and flexure along the Pratt-Welker seamount chain. *Journal of Geodynamics*, **1**, 29-60.
- Leitz, J. & Schmincke, H.U., 1975. Miocene-pliocene sea-level changes and volcanics phases on Gran Canaria (Canary Islands) in the light of new K-Ar ages. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, **18**, 213-39.
- Lliboutry, L., 2000. *Quantitative geophysics and geology*. U.K., Springer-Praxis, 480 pp.
- López-Ruiz, J. & Cebriá, J.M., 2014. Tipología de las lavas generadas en ambiente subaéreo por las erupciones basálticas. *Revista de la Sociedad Española de Mineralogía*, **14**, 12-19.
- Lowrie, W., 2003. *Fundamentals of Geophysics*. Cuarta ed. U.K., Cambridge University Press, 354 pp.
- Luis, J.F. & Neves, M.C., 2006. The isostatic compensation of the Azores Plateau: a 3D admittance and coherence analysis. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, **156**, 10-22.
- Martí, J., Mitjavila, J. & Araña, V., 1994. Stratigraphy, structure and geochronology of the Las Cañadas caldera (Tenerife, Canary islands). *Geological Magazine*, **131**, 715-27.
- Mehl, K.W. & Schmincke, H.U., 1999. Structure and emplacement of the Pliocene Roque Nublo debris avalanche deposit, gran canaria, Spain. *Journal Volcnology and Geothermal Research*, **94**, 105-34.
- Menéndez, I., Silva, P. G., Martín-Betancor, M., Pérez-Torrado, F. J., Guillou, H., Scaillet, S., 2008. Fluvial dissection, isostatic uplift, and geomorphological evolution of volcanics islands (Gran Canaria, Canary Islands, Spain). *Geomorphology*, **102**, 189-203.
- Miller, M.S., O'Driscoll, L.J., Butcher, A.J. & Thomas, C., 2015. Imaging Canary Island hotspot material beneath the lithosphere of Morocco and southern Spain. *Earth and Planetary Science Letters*, **431**, 186-94.
- Minshull, T.A. & Brozena, J.M., 1997. Gravity anomalies and flexure of the lithosphere at Ascension Island. *Geophys. J. Int.*, **131**, 347-60.
-

- Minshull, T.A. & Charvis, P., 2001. Ocean isand densities and models of lithospheric flexure. *Geophysical Journal International*, **145**, 731-39.
- Minshull, T.A., Ishizuka, O. & García-Castellanos, D., 2010. Long-term growth and subsidence of Ascensión Island: Constraints on the rheology of young oceanic lithosphere. *Geophysical Research Letters*, **37**, L23306.
- Mitchell, N. C., Beier, C., Rosin, P. L., Quartau, R., Tempera, F., 2008. Lava penetrating water: Submarine lava flows around the coast of Pico Island, Azores. *Geochemistry Geophysics Geosystems*, **9**, Q03024.
- Mitjavila, J.M. & Villa, I.M., 1993. Temporal evolution of Diego Hernández formation (Las Cañadas, Tenerife) and confirmation of the age of the caldera using the  $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$  method. *Revista de la Sociedad Geológica de España*, **6**, 61-65.
- Nadai, A., 1950. *Theory of flow and fracture of solids. Volume One*. Segunda ed. McGraw-Hill Book Company Inc., 586 pp.
- Nadai, A., 1963. *Theory of flow and fracture of solids. Volume Two*. McGraw-Hill Book Company Inc., 705 pp.
- Ohuchi, T., Karato, S. & Fujino, K., 2011. Strength of single-crystal orthopyroxene under lithospheric conditions. *Contributions to Mineralogy and Petrology*, **161**, 961-75.
- Paris, R., Guillou, H., Carracedo, J.C. & Pérez-Torrado, F.J., 2005. Volcanic and morphological evolution of La Gomera (Canary Islands), based on new K-Ar ages and magnetic stratigraphy: implications for oceanic island evolution. *Journal of the Geological Society*, **162**, 501-12.
- Pérez-Torrado, F.J., Carracedo, J.C. & Mangas, J., 1995. Geochronology and stratigraphy of the Roque Nublo Cycle, Gran Canaria, Canary Islands. *Journal of the Geological Society*, **152**, 807-18.
- Pérez-Torrado, F. J., Santana, F., Rodríguez-Santana, A., Melian, A. M., Lomostchitz, A., Gimeno, D., Cabrera, M. C., Baez, M. C., 2002. Reconstrucción paleogeográfica de depósitos volcanosedimentarios Pliocenos en el litoral NE de Gran Canaria (Islas Canarias) mediante métodos topográficos. *Geogaceta*, **32**, 43-46.
- Pérez-Torrado, F. J., Gimeno, D., Aulinas, M., Cabrera, M. C., Guillou, H., Rodríguez-Gonzalez, A., Gisbert, G., Fernández-Turiel, J. L., 2015. Polygonal feeder tubes filled with hidroclast: a new volcanic lithofacies marking shoreline subaerial-submarine transition. *Journal of the Geological Society*, **172**, 29-43.
- Pim, J., Peirce, C., Watts, A. B., Grevemeyer, I., Krabbenhoef, A., 2008. Crustal structure and origin of the Cape Verde Rise. *Earth and Planetary Science Letters*, **272**, 422-28.
- Ramillien, G. & Mazzega, P., 1999. Non-linear altimetric geoid inversion for lithospheric elastic thickness and crustal density. *Geophys. J. Int.*, **138**, 667-78.
- Ranalli, G., 1995. *Rheology of the Earth*. Segunda ed, U.K., Chapman & Hall, 413
- Rowland, S.K. & Walker, G., 1990. Pahoehoe and aa in Hawaii: Volumetric flow rate controls the lava structure. *Bulletin of Volcanology*, **52**, 615-28.
- Schmerr, N., 2012. The Gutenberg discontinuity: Melt at the lithosphere-asthenosphere boundary. *Science*, **335**, 1480-83.
- Smellie, J.L., Wilch, T.I. & Rocchi, S., 2013. 'A'a lava-fed deltas: A new reference tool in paleoenvironmental studies. *Geology*, **41**, 403-06.
- Smith, W.H.F., Staudiguel, H., Watts, A.B. & Pringle, M.S., 1989. The Magellan seamounts: Early cretaceous record of the South Pacific isotropic and thermal anomaly. *Journal of Geophysical Research*, **94**(B8), 10501-23.
- Staudigel, H. & Schmincke, H.U., 1984. The pliocene seamount series of La Palma, Canary Islands. *Journal of Geophysical Research*, **89**(B13), 11195-215.
- Stewart, J. & Watts, A.B., 1997. Gravity anomalies and spatial variations of flexural rigidity at mountain ranges. *Journal of Geophysical Research*, **103**(B3), 5327-52.
- Turcotte, D.L., McAdoo, D.C. & Caldwell, J.G., 1978. An elastic-perfectly plastic analysis of the bending of the lithosphere at a trench. *Tectonophysics*, **47**, 193-205.

- Ugural, A.C., 1981. *Stresses in plates and shells*. U.S.A., McGraw-Hill Inc., 317 pp.
- Umino, S., Nonaka, M. & Kauhikaua, J., 2006. Emplacement of subaerial pahoehoe lava sheet flows into water: 1990 Kupaianaha flow of Kilauea volcano at Kaimu Bay, Hawai'i. *Bulletin of Volcanology*, **69**, 125-139.
- Vázquez, J.L., 2004. Las ecuaciones de Navier-Stokes. Un reto físico-matemático para el siglo XXI. *Monografías de la Real Academia de Ciencias de Zaragoza*, **26**, 31-56.
- Verhoef, J. & Collete, B.J., 1987. Lithospheric thinning under the Atlantis-Meteor seamount complex (North Atlantic). *Geophysical Monograph Series: Seamounts, Island, and Atolls*, **43**, 391-405.
- Watts, A.B., 1978. An analysis of isostasy in the world's ocean. 1. Hawaiian-Emperor Seamount Chain. *Journal of Geophysical Research*, **83**, 5989-6004.
- Watts, A.B., 1979. On geoid heights derived from Geos 3 altimeter data along the Hawaiian-Emperor seamount chain. *Journal of Geophysical Research*, **84**(B8), 3817-26.
- Watts, A.B., 1994. Crustal structure, gravity anomalies and flexure of the lithosphere in the vicinity of the Canary Islands. *Journal of Geophysical Research*, **119**, 648-66.
- Watts, A.B., 2001. *Isostasy and flexure of the lithosphere*. U.K., Cambridge University Press, 458 pp.
- Watts, A.B. & Cochran, J.R., 1974. Gravity anomalies and flexure of the lithosphere along the Hawaiian-Emperor Seamount Chain. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, **38**, 119-41.
- Watts, A.B. & Ribe, N.M., 1984. On geoid heights and flexure of the lithosphere at seamounts. *Journal of Geophysical Research*, **89**(B13), 11152-70.
- Watts, A.B. & ten Brink, U.S., 1989. Crustal structure, flexure, and subsidence history of the Hawaiian Islands. *Journal of Geophysical Research*, **94**(B8), 10473-500.
- Watts, A.B. & Zhong, S., 2000. Observations of flexure and the rheology of oceanic lithosphere. *Geophysical Journal International*, **142**, 855-75.
- Watts, A.B., Cochran, J.R. & Selzer, G., 1975. Gravity anomalies and flexure of the lithosphere: a three-dimensional study of the Great seamount, Northeast Atlantic. *Journal of Geophysical Research*, **80**(11), 1391-98.
- Watts, A.B., Bodine, J.H. & Steckler, M.S., 1980a. Observations of flexure and the state of stress in the oceanic lithosphere. *Journal of Geophysical Research*, **85**, 6369-76.
- Watts, A.B., Bodine, J.H. & Ribe, N.M., 1980b. Observations of flexure and the geological evolution of the Pacific Ocean basin. *Nature*, **283**, 532-37.
- Watts, A.B., Karner, G.D. & Steckler, M.S., 1982. Lithospheric flexure and the evolution of sedimentary basins. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **A305**(1489), 249-81.
- Watts, A.B., ten Brink, U.S., Buhl, P. & Brocher, T.M., 1985. A multichannel seismic study of lithospheric flexure across the Hawaiian-Emperor seamount chain. *Nature*, **315**, 105-11.
- Watts, A. B., Peirce, C., Collier, J., Dalwood, R., Canales, J. P., Henstock, T. J., 1997. A seismic study of lithospheric flexure in the vicinity of Tenerife, Canary Islands. *Earth and Planetary Science Letters*, **146**, 431-47.
- Watts, A.B., Sandwell, D.T., Smith, W.H.F. & Wessel, P., 2006. Global gravity, bathymetry, and the distribution of submarine volcanism through space and time. *Journal of Geophysical Research*, **111**, B08408.
- Watts, A.B., Zhong, S.J. & Hunter, J., 2013. The behaviour of the lithosphere on seismic to geologic timescales. *Annual Review Earth and Planetary Sciences*, **41**, 443-68.
- Watts, A. B., Nomikou, P., Moore, J. D.P., Parks, M. M., Alexandri, M., 2015. Historical bathymetric charts and the evolution of Santorini submarine volcano, Greece. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, **16**(3), 847-69.
- Wessel, P., 1993. A reexamination of the flexural deformation beneath the Hawaiian Islands. *Journal of Geophysical Research*, **98**(B7), 12177-90.
- Wessel, P. & Smith, H.F., 1995. New version of the Generic Mapping Tools released. *EOS, Transactions, American Geophysical Union*, **76**, p.329.

- Wilson, D.J., Peirce, C., Watts, A.B. & Grevenmeyer, I., 2013. Uplift at lithospheric swell-II: is the Cap Verde mid-plate swell supported by a lithosphere of varying mechanical strength? *Geophysical Journal International*, **193**, 798-819.
- Zhang, Y.S. & Lay, T., 1999. Evolution of oceanic upper mantle structure. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **114**, 71-80.
- Zhong, S. & Watts, A.B., 2013. Lithospheric deformation induced by loading of Hawaiian islands and its implications for mantle rheology. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **118**, 6025-48.
- Zhong, S., Paulson, A. & Wahr, J., 2003. Three-dimensional finite-element modeling of Earth's viscoelastic deformation: effects of lateral variations in lithospheric thickness. *Geophysical Journal International*, **155**, 679-95.