

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, TELEMÁTICA Y AUTOMÁTICA



TESIS DOCTORAL

**MODELIZACIÓN ANALÍTICA DEL PROTOCOLO DQDB
Y LOS MECANISMOS DE REUTILIZACIÓN.
DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE UN NUEVO PROTOCOLO**

JOSÉ MARÍA QUINTEIRO GONZÁLEZ

Las Palmas de Gran Canaria, 1996

20/1996-97

**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
UNIDAD DE TERCER CICLO Y POSTGRADO**

Reunido el día de la fecha, el Tribunal nombrado por el Excmo. Sr. Rector Magfco. de esta Universidad, el/a aspirante expuso esta TESIS DOCTORAL.

Terminada la lectura y contestadas por el/a Doctorando/a las objeciones formuladas por los señores miembros del Tribunal, éste calificó dicho trabajo con la nota de APTO CUM LAUDE
Las Palmas de Gran Canaria a 17 de Enero de 1997.

El/a Presidente/a: Dr. D. Pedro Saavedra Santana,

El/a Secretario/a: Dr. D. Juan Domingo Sandoval González,

El/a Vocal: Dr. D. Enrique Vázquez Gallo,

El/a Vocal: Dr. D. Sebastian Sallent Ribes,

El/a Vocal: Dr. D. Juan M. Vozmediano Torres,

El/a Doctorando/a: D. José María Quinteiro González,



BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
LAS PALMAS DE G. CANARIA
Nº Documento.....406.567
Nº Copia.....406.575

DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, TELEMÁTICA Y AUTOMÁTICA

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria



Tesis Doctoral

Modelización analítica del protocolo DQDB y los mecanismos de reutilización. Descripción y análisis de un nuevo protocolo.

Autor

José M^a Quinteiro González

Licenciado en Informática

Director

Ángelo Santana del Pino

Dr. en Matemáticas

Codirector

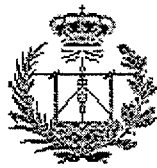
Julio Berrocal Colmenarejo

Dr. Ingeniero de Telecomunicación

Año 1996

DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, TELEMÁTICA Y AUTOMÁTICA

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria



Tesis Doctoral

Modelización analítica del protocolo DQDB y los mecanismos de reutilización. Descripción y análisis de un nuevo protocolo.

Autor

José M^a Quinteiro González

Director

Ángelo Santana del Pino

Codirector

Julio Berrocal Colmenarejo

PALABRAS CLAVE: DQDB. MAC. Bus dual. Reutilización. Cadenas de Markov.
Sistemas de colas en tiempo discreto. Procesos de Poisson. Simulación.

RESUMEN

La proliferación de redes locales ha impuesto la necesidad de interconexión de estas redes de un modo fiable y eficiente. Deben satisfacerse requisitos de distancia, velocidad, servicios y se debe disponer de protocolos estandarizados que no dependan de un único fabricante. Por todo ello, se precisa la puesta en funcionamiento de una red de área metropolitana que sirva de red troncal a la que se conecten las redes locales y que permita transmitir todo tipo de tráfico: voz, datos, vídeo. El estándar de red de área metropolitana, inicialmente a cargo del comité 802.6 del IEEE, recibe el nombre de protocolo DQDB (Distributed Queue Dual Bus) y tiene como función principal la interconexión de dichas redes.

Las líneas principales de investigación relacionadas con el protocolo DQDB se centran en tres áreas principales: modelización analítica, equidad entre estaciones, y reutilización de slots.

El estudio analítico del protocolo DQDB nos conduce a modelar la distribución de probabilidad del tiempo entre llegadas de los segmentos (fragmentos de información) a las estaciones de la red. La distribución exponencial es una distribución de uso generalizado por las características intrínsecas de la misma (básicamente falta de memoria) que la hacen de manejo muy sencillo. La naturaleza síncrona de las redes actuales (DQDB, ATM), hace poco adecuado el empleo de dicha distribución, puesto que aunque las llegadas de segmentos se producen en tiempo continuo, su acceso a la red tiene lugar en tiempo discreto. En este paso, de tiempo continuo a tiempo discreto, se produce una serialización que introduce cierta memoria al proceso. Uno de los objetivos de esta tesis es obtener la distribución resultante de dicho proceso de serialización.

Una vez obtenida una aproximación de esta distribución de forma explícita, el siguiente objetivo consiste en obtener la distribución de los tiempos de espera de los segmentos en cada estación. El modelo adecuado para el estudio propuesto se basa en sistemas de colas en tiempo discreto del tipo $G^{(G)}/G/1$. Ello nos obliga a caracterizar además la distribución de probabilidad del tiempo de servicio, y la distribución del número de llegadas simultáneas que pueden producirse eventualmente en los nodos de

la red. Los resultados obtenidos mediante el empleo de modelos analíticos se comparan con resultados obtenidos mediante simulación.

El rendimiento del protocolo DQDB se mejora notablemente si se reutilizan los slots que ya han conducido la información a su destino. Existen varios factores que intervienen en la reutilización: liberación por el bus directo, estado de la cola distribuida, contador de peticiones, contador de liberaciones y liberación por el bus inverso. Se desarrollan modelos analíticos para evaluar estos factores, así como sistemas de colas $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$ para obtener aproximaciones de los tiempos de espera en el sistema. Finalmente, se propone una alternativa de reutilización que mejora la capacidad de reutilización de la red, los tiempos de espera en el sistema y la equidad entre las estaciones, tanto con carga graduada como con carga persistente. Los resultados obtenidos se comparan con simulación.

Esta memoria de tesis se estructura de la forma siguiente:

Capítulo 1:

Descripción general del Control de Acceso al Medio del protocolo DQDB.

Capítulo 2:

Estado del arte. En este capítulo se describen diversos modelos analíticos previos que tratan de aproximar el funcionamiento del protocolo DQDB.

Capítulo 3:

Modelo analítico y simulación del estándar. Se caracteriza el patrón de peticiones por el bus inverso, se estudia el patrón de ocupación por el bus directo presentado en [Conti92], y se estima la distribución de los tiempos de espera a partir de sistemas de colas en tiempo discreto del tipo $G^{(G)}/G/1$.

Capítulo 4:

Reutilización de slots. Modelos analíticos y simulación de los principales factores que influyen en la reutilización. Se propone una alternativa que mejora los tiempos de espera y la equidad entre las estaciones. Los modelos se basan en sistemas $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$.

Capítulo 5:

Conclusiones y futuras líneas de investigación.

ABSTRACT

The rapid growth of local networks has made it necessary for them to be interconnected in a reliable and efficient way. The requirements of distance, speed and services must be satisfied and standardised protocols which do not depend on only one manufacturer, should be available. To achieve this, a metropolitan area network must be put into operation. This will serve as a backbone network which the local networks are connected to and which allows the transmission of all types of traffic: voice, data, video. The metropolitan area network standard, initially undertaken by the 802.6 committee of the IEEE, is called the DQDB protocol (Distributed Queue Dual Bus) and its main function is that of interconnecting the aforementioned networks.

The main areas of research related to the DQDB protocol focus on three principal factors: analytic modelling, fairness between stations, and slot reuse.

The analytical study of the protocol in question leads us to model the time distribution between the arrivals of segments to the stations. The exponential distribution is a distribution whose use is generalised by its intrinsic characteristics (lack of memory). The synchronous nature of the current networks (DQDB, ATM), appreciably modifies the application area of the above distribution, given that the arrivals are not produced in continuous time. In this change from continuous to discrete time, a serialisation is produced which introduces certain memory into the process. One of the objectives of this thesis is to obtain the resulting distribution of the aforementioned serialisation process.

Once this distribution has been obtained in an explicit way, the following objective entails obtaining the waiting time distribution of the segments in each station. The appropriate model for the study proposed is based on $G^{(G)}/G/1$ systems, which brings us on to the characterisation of service time distribution, and the distribution of simultaneous arrivals. The results obtained via mathematical analysis are compared with the results obtained via simulation.

The performance of the DQDB protocol is substantially improved if the slots are reused. Various factors exist which intervene in this reuse: release on the direct bus, the state of the distributed queue, the request counter, the release counter, and release on the inverse bus. Analytical models have been developed to evaluate these factors, such as the $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$ queue systems, to obtain the average waiting times in the system. Finally, a reuse alternative is proposed, which improves the capacity for reuse within the network, the average waiting times in the system and the fairness between stations, with both graded and persistent loads. The results obtained are compared with the simulation.

This thesis is structured in the following way:

Chapter 1: General description of the medium access control in the DQDB protocol.

Chapter 2: State of the art. In this chapter, different analytical models are described, which aim to approximate the functioning of the DQDB protocol.

Chapter 3: Mathematical analysis and simulation of the standard. The request pattern on the inverse bus is portrayed, the occupation pattern given in [Conti92] on the direct bus is studied, and the waiting time distribution is estimated using $G^{(G)}/G/1$ systems.

Chapter 4: Slot reuse. Mathematical analysis and simulation of the main factors influencing slot reuse. An alternative is proposed which improves waiting time and the fairness between stations. The models are based on $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$ systems.

Chapter 5: Conclusions and further research areas.

AGRADECIMIENTOS

Son muchas las personas a las que debo agradecer el apoyo prestado para la elaboración de esta tesis. En especial, mi más sincero agradecimiento al director de la misma, Ángelo Santana por su tesón y dedicación continuos. También quiero agradecer de forma especial la labor de Julio Berrocal por su orientación en el difícil y cambiante mundo de las telecomunicaciones, así como el resto de miembros de su departamento que han compartido su experiencia y conocimientos.

Agradezco también a mis compañeros del departamento de Electrónica, Telemática y Automática, en particular a Antonio Nuñez, Juan Domingo Sandoval, Javier Miranda y Francisco Guerra y del departamento de Matemáticas a Francisco Cabrera y Carmen N. Flores, por su apoyo, su interés y colaboración y por crear ese ambiente de trabajo agradable, necesario para no quedar en el intento.

Por último, a mi familia y amigos por el empuje constante que han supuesto.

TABLA DE CONTENIDOS

1. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PROTOCOLO DQDB.....	1
1.1 INTRODUCCIÓN	1
1.2 TIPOS DE DATOS	2
1.3 TOPOLOGÍA DE RED.....	2
1.4 PROCEDIMIENTOS DE CONTROL DE ACCESO	5
1.4.1 <i>Protocolo de acceso a cola distribuida</i>	5
1.4.2 <i>Protocolo de acceso prearbitrado</i>	13
1.5 PROYECTOS DE LA ADMINISTRACIÓN ESPAÑOLA	14
2. ESTADO DEL ARTE.....	16
2.1 INTRODUCCIÓN	16
2.2 VISIÓN GENERAL DE LA LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN EN DQDB.....	16
2.3 SISTEMAS DE COLAS.....	17
2.3.1 <i>Introducción</i>	17
2.3.2 <i>Generalidades sobre sistemas de colas</i>	18
2.4 MODELOS ANALÍTICOS PARA DQDB	24
2.4.1 <i>Modelo de estados</i>	24
2.4.2 <i>Modelo de Bisdikian</i>	27
2.4.3 <i>Modelo de Tran-Gia y Stock</i>	32
3. MODELO ANALÍTICO DE DQDB	36
3.1 INTRODUCCIÓN	36
3.2 MODELO DE ESTADOS	37
3.3 MODELIZACIÓN MEDIANTE SISTEMAS DE COLAS EN TIEMPO DISCRETO.....	39
3.3.1 <i>Modelo para el proceso de llegada de peticiones</i>	42
3.3.2 <i>Llegadas simultáneas</i>	55
3.3.3 <i>Distribución del tiempo de servicio</i>	57
3.4 ANÁLISIS DEL RETARDO DE ACCESO AL MEDIO: MODELO $G^{(G)}/G/1$	63
4. REUTILIZACIÓN DE SLOTS.....	69
4.1 INTRODUCCIÓN	69
4.2 PROTOCOLOS BÁSICOS DE REUTILIZACIÓN DE SLOTS	71
4.2.1 <i>Protocolo 1</i>	71
4.2.2 <i>Protocolo 2</i>	72
4.2.3 <i>Protocolo 3</i>	73
4.3 ANÁLISIS DEL PROTOCOLO 2	73
4.3.1 <i>Llegada de Peticiones y de Peticiones Negativas</i>	76

4.3.2	Tiempo de espera usando el protocolo 2: modelo $Geo^{(G)}/Geo/1$	93
4.3.3	Comportamiento del protocolo 2 en condiciones de tráfico persistente.	97
4.4	ANÁLISIS DEL PROTOCOLO 3 BÁSICO.....	99
4.4.1	Tiempo entre llegada de peticiones.....	99
4.4.2	Cálculo de la probabilidad de no tener peticiones de estaciones posteriores	100
4.4.3	Tiempo de espera usando el protocolo 3: modelo $Geo^{(G)}/Geo/1$	104
4.4.4	Resultados numéricos.....	107
4.5	NUEVO PROTOCOLO DE REUTILIZACIÓN: INTERCEPTACIÓN Y ENVÍO DE PETICIONES NEGATIVAS....	110
4.5.1	Resultados numéricos.....	113
5.	CONCLUSIONES.....	118
5.1	INTRODUCCIÓN	118
5.2	CONTRIBUCIONES.....	118
5.3	PROBLEMAS ABIERTOS Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.	121

Capítulo 1

1. DESCRIPCION GENERAL DEL PROTOCOLO DQDB.

1.1 Introducción

El estándar de red de área metropolitana DQDB (Distributed Queue Dual Bus) define un protocolo de acceso a un medio compartido. Este protocolo tuvo su origen en 1980, cuando el IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) decidió crear varios comités (conocidos colectivamente como comité 802) con el fin de desarrollar protocolos estándar de redes. A uno de estos comités, el 802.6, se le encargó el estudio de protocolos de área metropolitana. En 1985, la universidad de Western Australia desarrolló el protocolo QPSX (Queued Packet Synchronous eXchange), utilizando conmutación rápida de paquetes distribuida. En 1987, Unicom Research Pty. Ltd., la división comercial de esta universidad, se unió a la empresa Telecom Australia (actualmente Telstra), para formar la empresa QPSX Communications Pty. Ltd., con el fin de desarrollar y crear un mercado basado en la tecnología QPSX. El protocolo QPSX fue enviado al comité 802.6 para que fuera estudiado como posible estándar de red de área metropolitana. Casi inmediatamente, el IEEE cambió el nombre de este protocolo que pasó a llamarse DQDB (Distributed Queue Dual Bus) para evitar confusiones de nombre con la empresa QPSX Communications. Del original QPSX hasta la norma aprobada en Diciembre de 1990 por el IEEE 802.6 y por ANSI en Mayo de 1991, ha cambiado, ligeramente, el protocolo de acceso al medio. El protocolo DQDB ha sido adoptado por ISO/IEC 8802-6 [88026_Mar94] en marzo de 1994.

El estándar IEEE 802.6 especifica el nivel físico, el nivel de Control de Acceso al Medio (MAC) y el nivel DQDB para soportar el subnivel de Control de Enlace Lógico, LLC (Logical Link Control). En cuanto a la velocidad de transmisión, DQDB suele operar entre 34 Mbps y 150 Mbps.

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

En este trabajo realizamos un estudio del protocolo de Control de Acceso al Medio definido en la recomendación del IEEE 802.6. Nuestro objetivo es, en primer lugar, describir este protocolo, presentando los modelos analíticos más importantes que se encuentran en la literatura al respecto, así como las herramientas matemáticas más adecuadas para su estudio (modelos de colas en tiempo discreto). A partir de ahí presentaremos algunas innovaciones originales en lo que se refiere a la modelización analítica tanto de protocolo estándar, como de algunas modificaciones del mismo que permiten incrementar la capacidad de transporte de datos de la red (mediante el concepto de *reutilización*). Por último desarrollamos un protocolo original de reutilización que presenta unas buenas características en lo que se refiere a capacidad de transporte y a comportamiento equitativo entre las estaciones de la red.

A continuación pasamos a describir los tipos de datos, la topología de la red y el mecanismo de acceso al bus del protocolo DQDB.

1.2 Tipos de datos

Los datos se transmiten en unidades de tamaño fijo, de 53 bytes, llamadas *slots*. La carga útil de cada slot recibe el nombre de *segmento* y tiene un tamaño de 52 bytes. Por cada segmento se transmite un byte adicional, que sirve para controlar el acceso de las distintas estaciones a dicho segmento (ACF: Campo de Control de Acceso, *Access Control Field*).

Formato del *Slot*

Campo de Control de Acceso (ACF)	Segmento
1 byte	52 bytes

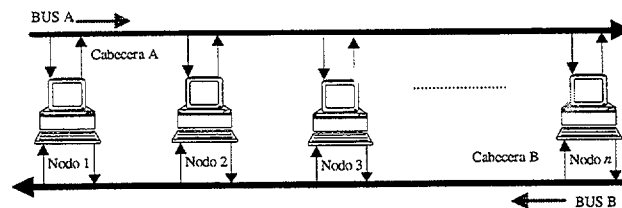
1.3 Topología de red.

El protocolo DQDB opera sobre un medio compartido por todos los nodos, con dos buses unidireccionales que transmiten en direcciones opuestas y que llamaremos, respectivamente, bus directo (bus A) y bus inverso (bus B). Si numeramos las

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

estaciones de la red de 1 a N, el bus directo es el que utiliza cada estación k para transmitir sus segmentos a las estaciones k+1, k+2, ..., N. El bus inverso se utiliza para controlar la forma en que se realiza esta transmisión, del modo que explicaremos más adelante. Para permitir la transmisión desde la estación k a las estaciones 1, 2, ..., k-1, cada bus funciona como bus directo e inverso simultáneamente. De esta forma se consigue una comunicación bidireccional, de modo independiente en cada sentido, en cualquier nodo de la red.

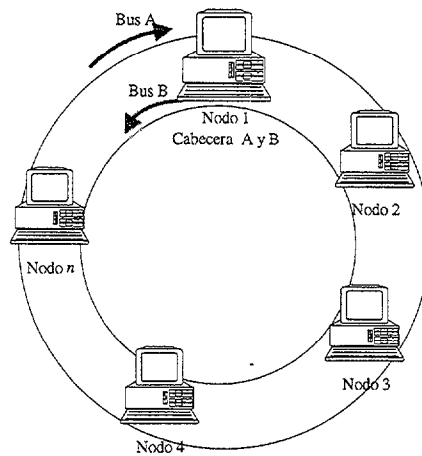
El protocolo DQDB define dos posibles topologías de red: bus abierto y bus cerrado. En la topología en bus abierto, el primer nodo de cada bus, llamado *nodo cabecera*, genera slots vacíos, que son enviados periódicamente, a través del bus, al resto de las estaciones:



Arquitectura DQDB en Bus Abierto

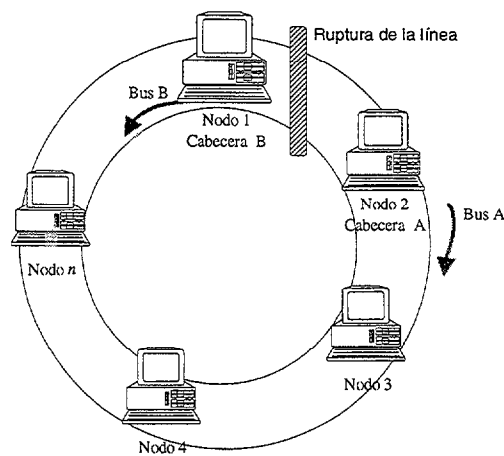
En la topología en bus cerrado hay un único nodo, que realiza la función de nodo cabecera por ambos buses, cerrando el anillo en torno a él:

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB



Arquitectura DQDB en Bus Cerrado

Las dos topologías proporcionan el mismo servicio, si bien el bus cerrado permite reconfigurar la red para proporcionar una conectividad completa en caso de fallo. La reconfiguración consiste en trasladar las funciones del nodo cabecera a los nodos adyacentes a la ruptura de los buses, tal y como se muestra en la siguiente figura. Si uno de los nodos adyacentes no pudiera desempeñar tales funciones, entonces serían asumidas por el más cercano que estuviera capacitado para ello. Los nodos, entre el punto de ruptura y el nodo que asumiera dichas funciones, quedarían desconectados de la red.



Reconfiguración de la Red DQDB

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

1.4 Procedimientos de control de acceso

El protocolo DQDB proporciona dos métodos generales para acceder al medio, en función del tipo de tráfico que se quiera transmitir. Para el tráfico que requiere cierta garantía en el ancho de banda, se utiliza un ancho de banda preestablecido, caracterizado porque el generador de slots (nodo cabecera) marca los slots de manera que únicamente pueden ser utilizados por los nodos a los que han sido previamente asignados. Para el tráfico menos sensible a los retardos, los nodos compiten por el ancho de banda mediante un protocolo de acceso a una cola distribuida, tal y como se describe a continuación.

1.4.1 Protocolo de acceso a cola distribuida

La idea que subyace tras este protocolo de acceso es mantener, de algún modo, una cola donde se unan los clientes¹ generados por todas las estaciones de la red, de forma que accedan al medio en el mismo orden de llegada.

El hecho de que los nodos se encuentren separados físicamente hace esta tarea complicada, puesto que la información del orden de llegada de los segmentos a las distintas estaciones se encuentra distribuida entre todas ellas. Una vez que en una estación se haya generado un segmento en disposición de ser transmitido a través del canal directo, es preciso esperar la llegada de un slot libre por este canal con el fin de poder utilizarlo para transportar el segmento. En la terminología de la teoría de colas consideramos que el *cliente* es *servido* cuando llega un slot libre al nodo. De esta forma el servicio por el que se compite es el acceso a un slot libre. Si el slot llega ocupado, la estación no puede utilizarlo para atender a sus clientes. Ahora bien, si el slot llega libre la estación tiene la posibilidad de decidir si lo utiliza o no. A diferencia del resto de protocolos de red de área local definidos por la norma IEEE 802, la estación aún teniendo la oportunidad para transmitir, no lo hará siempre. Es fácil darse cuenta de la

¹ Por mantener la terminología habitual en teoría de colas, utilizamos en este contexto *cliente* para referirnos a los *segmentos* definidos anteriormente.

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

razón de este comportamiento. Imaginemos por un momento que la estación k genera segmentos a una velocidad tal que cada vez que recibe un slot libre por el bus directo, dispone de un segmento listo para ser enviado. Si esta estación decidiese ocupar todos los slots, las estaciones $k+1, k+2, \dots, N$, no podrían transmitir jamás al recibir todos los slots ocupados.

Asimismo dada la estructura de la red, la estación k recibe los slots antes que cualquier estación $k+i$ ($i \geq 1$). Cualquiera de estas estaciones puede haber generado un segmento listo para transmitir antes que la estación k , y sin embargo ésta, debido a su posición de ventaja, puede acceder al canal antes que aquéllas. Claramente es preciso definir un protocolo que permita determinar el orden global que corresponde a cada cliente.

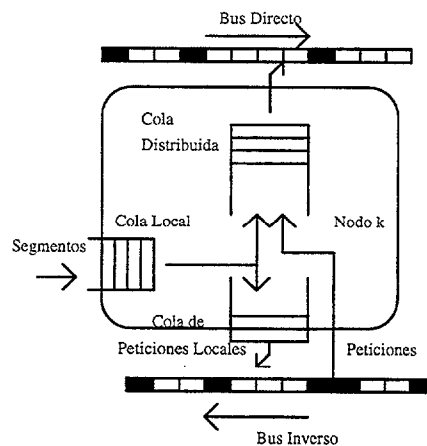
Para ello toda estación debe poder comunicar a las estaciones anteriores su intención de transmitir por el bus directo. La manera de hacerlo es enviar una petición por el bus inverso. En cada nodo, las peticiones que llegan por el bus inverso se introducen en una cola; si se produce la llegada de un cliente local (segmento), se añade a la misma cola y espera su turno. Esta cola se va vaciando a medida que vayan llegando slots libres por el bus directo: cuando un cliente de la cola es una petición que ha llegado por el bus inverso, el slot sigue libre para ser ocupado en alguna estación posterior que lo ha requerido; si el cliente de la cola es un segmento, éste ocupa el slot para dirigirse a su destino.

Este mecanismo parece suficiente para controlar el acceso al bus directo, pero el hecho de que las llegadas de peticiones por el bus inverso se produzcan a intervalos síncronos de tiempo τ (duración de un slot), frente a la llegada en tiempo continuo de los segmentos, hace que si se generan varios clientes durante el período τ , estos clientes locales se vean nuevamente favorecidos frente a los clientes de las estaciones posteriores. Por ello, los clientes locales se acumulan en una cola adicional, que llamaremos *cola local*, y sólo se permite un único cliente local esperando en la cola descrita anteriormente y a la que llamaremos *cola distribuida*. Puede ocurrir que a la

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

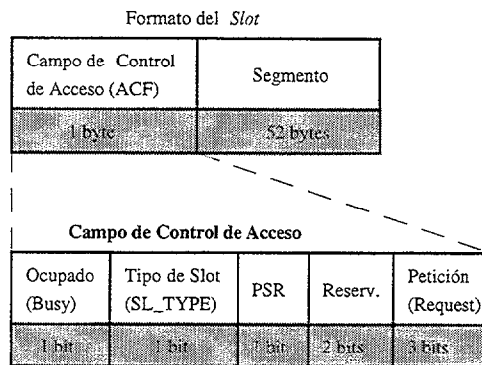
hora de enviar una petición por el bus inverso, el slot en el que debe viajar la petición, ya venga con el campo de petición ocupado. Por este motivo es necesario disponer de una cola (*cola de peticiones*) donde se almacenen tales peticiones hasta que puedan ser enviadas por el bus inverso.

La implementación de la cola distribuida se realiza mediante dos contadores. Uno de ellos, llamado *contador de cuenta regresiva*, cuenta el número de peticiones que se encuentran delante del único cliente local posible en esta cola, y el otro contador, llamado *contador de peticiones*, contabiliza las peticiones que llegan después que el cliente local y antes de que éste haya salido por el bus directo. Si no hay cliente local, sólo funciona el contador de peticiones. Dado que el protocolo DQDB define la transmisión bidireccional y ambos buses funcionan como bus directo e inverso simultáneamente, en cada nodo existen dos colas como las descritas anteriormente, una por cada bus. Gráficamente el protocolo descrito se ilustra en la siguiente figura:



Para trasladar entre los nodos a través del canal inverso la información necesaria para mantener la cola distribuida se utiliza el campo de petición dentro del campo de control de acceso de cada slot:

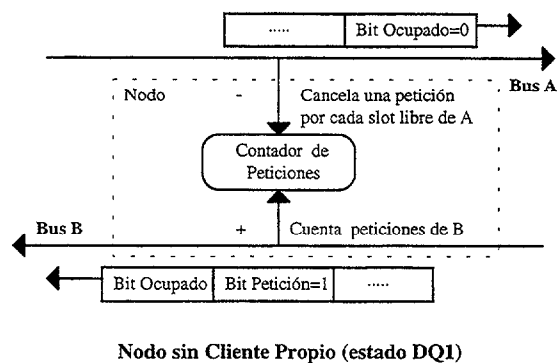
Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB



Estructura del Slot

Cuando un nodo desea comunicar a los nodos anteriores de la red su intención de transmitir datos (esto es, cuando tiene que enviarles una petición), simplemente activa el bit de petición de un slot sobre el bus contrario al que se va a transmitir.

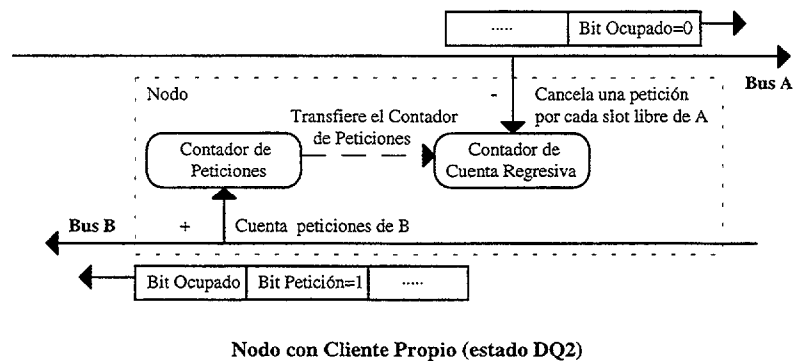
Cuando un nodo no tiene segmentos que enviar (no tiene clientes locales), se dice que está en el estado DQ1. En este caso, el contador de peticiones se incrementa por cada slot con el bit de petición activo que pasa por el bus inverso y se decrementa por cada *slot* libre (bit de ocupado inactivo) que pasa por el bus directo:



El contador nunca puede ser menor que cero; si pasaran más slots libres por el bus directo que peticiones por el inverso, el contador se mantendría a cero.

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

Cuando, estando en el estado DQ1, llega un cliente local a la estación, se pasa al estado DQ2. En este estado, el valor del contador de peticiones se transfiere al contador de cuenta regresiva y se pone a cero el de peticiones. El contador de peticiones únicamente se incrementa, en una unidad por cada petición que pase por el bus inverso. Mientras tanto, el contador de cuenta regresiva únicamente se decrementa, una unidad por cada *slot* libre que llega por el bus directo. Cuando el contador de cuenta regresiva llega a cero, el nodo comprueba si tiene clientes en la cola local; si es así introduce, en virtud del mecanismo descrito anteriormente, un nuevo cliente en la cola distribuida, decrementando la cola local; si no hay más clientes locales se vuelve al estado DQ1. En cualquiera de estos dos casos, el *slot* libre llegado por el bus directo, se marca como ocupado, transmitiéndose los datos correspondientes.



El proceso es análogo en ambos sentidos de transmisión.

Los tres bits del campo de petición se utilizan para permitir 4 niveles de prioridad; cero es la menor prioridad y tres es la mayor. Cada nodo de la red tiene un contador de peticiones y otro de cuenta regresiva por cada nivel de prioridad. Cuando un nodo está en el estado DQ1, el contador de peticiones se incrementa para peticiones con un nivel igual o superior a la que llegue en el bus inverso. El contador de cuenta regresiva se incrementa por cada petición que llegue con prioridad superior. Por ejemplo, si el nodo está en el estado DQ1, el contador de prioridad 1 se incrementa por cada petición de nivel 1, 2, ó 3.

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

El mecanismo descrito adolece principalmente de dos problemas: En primer lugar, la falta de equidad entre estaciones. En función de la posición que ocupe un nodo dentro de la red, obtiene retardos variables para acceder al bus. En segundo lugar, no se describe un mecanismo de reutilización cuando el slot llega a la estación destino. Ello da lugar a que un slot que ha transportado un segmento de información hasta su destino (digamos a la estación k) continúa ocupado hasta el final de la red, y no puede ser empleado para que la estación $k+i$ transmita a la $k+j$ ($j>i$). La posibilidad de desocupar los slots que ya han sido utilizados permitiría, sin lugar a dudas, un uso más eficiente de la red. En la práctica, la reutilización está condicionada por la facilidad técnica disponible para el *borrado* de slots que pueden ser reutilizados. En el capítulo 4 de esta tesis consideramos el problema de la reutilización, su implementación actual y las posibles alternativas.

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

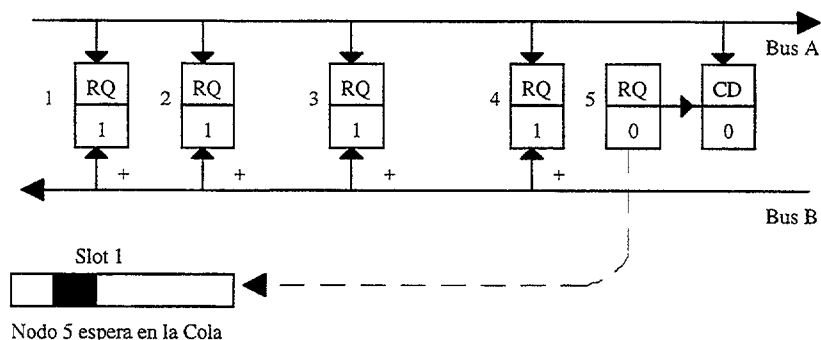
Ejemplo de operación de la cola distribuida

El siguiente ejemplo [8026_Jul91] muestra el funcionamiento de 5 nodos. Se supone un único bit del campo de petición. En las gráficas denotamos como:

CD Contador de Cuenta Regresiva

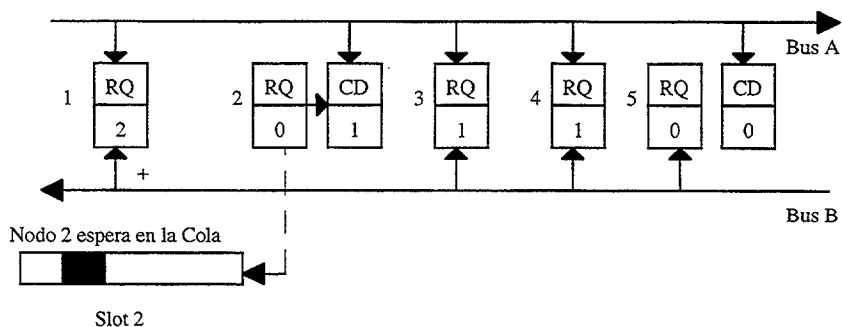
RQ Contador de Peticiones

a)



a) El nodo 5 desea transmitir por el bus A. Para ello activa el bit de petición de un slot por el bus B. Cada nodo que detecta éste bit incrementa su contador de peticiones. El nodo 5 a su vez, transfiere el contador de peticiones, que vale 0, al contador de cuenta regresiva y además pone a cero el contador de peticiones.

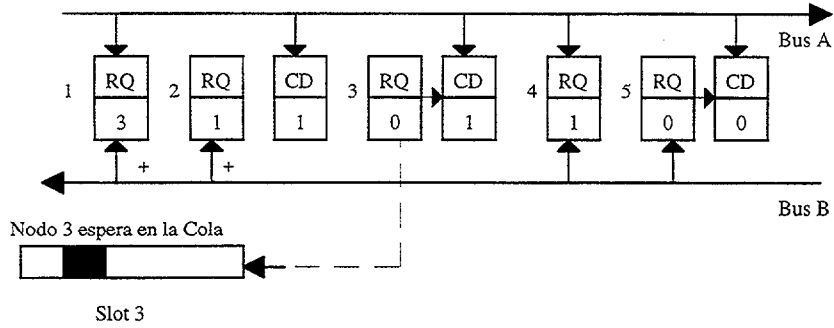
b)



b) El nodo 2 quiere transmitir por el bus A y marca el bit de petición de un slot por el bus B; el nodo 1 lo recibe e incrementa su contador de peticiones. El nodo 2, a su vez, transfiere el contador de peticiones al de cuenta regresiva y pone a cero el de peticiones.

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

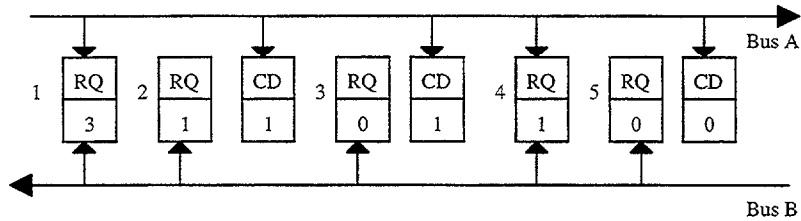
c)



Nodos Esperando por Slots en la Cola

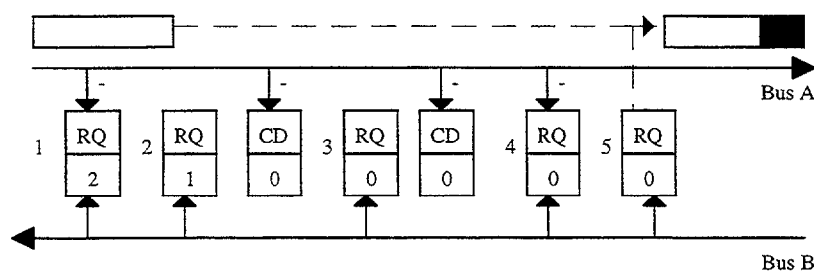
c) El nodo 3 va a transmitir por el bus A, marca el bit de petición de un slot por el bus B, lo reciben los nodos 1 y 2 e incrementan los contadores de petición.

d)



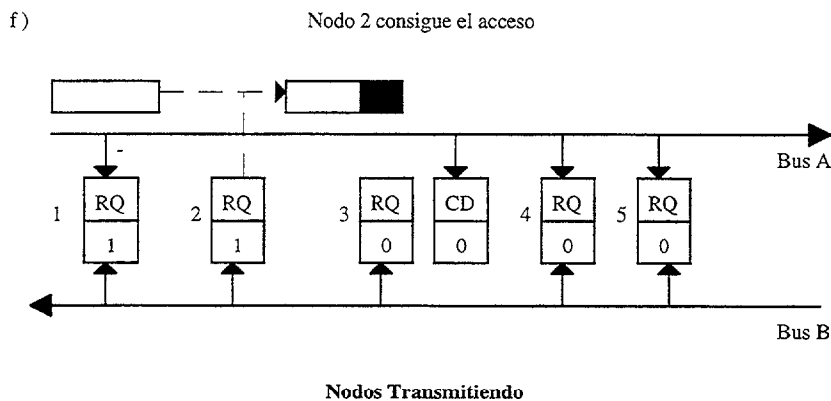
d) Los segmentos ya se encuentran en la cola distribuida, pero aún no han sido transmitidos.

e) Nodo 5 consigue el acceso



Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

e) El nodo cabecera, que actúa como generador de slots, genera un slot libre sobre el bus A. Los nodos 2 y 3 decrementan el contador de cuenta regresiva y, al no ser cero (antes de decrementar) no transmiten datos sobre el slot libre; al llegar al nodo 5 (contador de cuenta regresiva a cero) éste transmite sus datos sobre el slot libre.



f) En este punto, los contadores de cuenta regresiva de los nodos 2 y 3 valen cero. Por tanto la posición que ocupan en el bus es la que determina la prioridad en el siguiente slot libre; por tanto, será el nodo 2 el que transmita a continuación, y por último lo hará el nodo 3.

1.4.2 Protocolo de acceso prearbitrado

Este protocolo se basa en un procedimiento de petición/asignación. Cuando un nodo necesita establecer una conexión isócrona con otro nodo, realiza una petición a un ente que controla el establecimiento de la conexión. Este procedimiento está por encima de la recomendación IEEE 802.6 y debe basarse en un esquema de señalización del tipo Q.931.

El ente que controla el establecimiento de la conexión avisa al generador de slots para que genere los slots prearbitrados adecuados. Los nodos, por su parte, tienen asignados permisos para escribir o leer en uno o más slots prearbitrados.

1.5 Proyectos de la Administración Española

El Plan de Acción Nacional para la I+D en Comunicaciones Integradas de Banda Ancha (PlanBA) constituye una iniciativa de la Administración española para incentivar el desarrollo de las tecnologías de Banda Ancha en las industrias y en centros de investigación españoles que abarca el período 1992-1995. Dentro de este plan de acción se enmarcan los siguientes proyectos relacionados con el protocolo DQDB:

Proyecto	Descripción
UNICORN	Unidad de Interfuncionamiento entre Redes Privadas IEEE 802.6 y 802.3 y red ATM.
IRMEM	Unidad de Interfuncionamiento entre Redes Públicas IEEE 802.6 y red ATM.

El proyecto UNICORN (Diciembre 93-Octubre 95), **Unidad de InterCO**nexión para **Redes** IEEE 802.6 e IEEE 802.3 con **Nodo** ATM, estudia la interoperación de distintos tipos de redes a través de una Red de Banda Ancha, lo que da lugar a las siguientes prestaciones:

- Aumenta la conectividad de redes IEEE 802.6 e IEEE 802.3, utilizando los recursos de una red de alta velocidad que permiten el intercambio de grandes volúmenes de información.
- Soporta aplicaciones basadas en IP sobre redes IEEE 802.6 e IEEE 802.3, sin limitaciones geográficas.
- Amplía el ámbito de interconexión, en caso de redes iguales, mediante la utilización de una red WAN.
- Facilita la migración de usuarios desde el entorno de redes IEEE 802.3 hacia redes IEEE 802.6.

Capítulo 1: Descripción general del protocolo DQDB

El proyecto IRMEM (Octubre 93-Septiembre 95), Interconexión de **Redes Metropolitanas por Enlaces MTA (ATM)**, estudia la extensión de las redes metropolitanas de alta velocidad a través de una red pública de amplia cobertura. Con ello posibilita:

- Situar estaciones de trabajo sin limitaciones geográficas o de distancia.
- Consulta de datos de gran volumen (imagen, vídeo,...) desde puntos distantes de los sistemas que los soportan.
- Ejecución de aplicaciones interactivas de alta calidad.

Capítulo 2

2. ESTADO DEL ARTE

2.1 Introducción

En este capítulo se muestra una visión general del estado actual de la investigación en las áreas más relevantes en el ámbito de la tesis. Concretamente se hace una revisión de los sistemas de colas en tiempo discreto, que constituyen la herramienta matemática más adecuada para el análisis de protocolos de comunicación que operan sobre sistemas de transmisión en slots que circulan a intervalos fijos de tiempo. Asimismo se realiza una descripción de tres modelos que utilizan técnicas diferentes para describir analíticamente las características más relevantes del protocolo DQDB. Estos tres modelos son los más referenciados en la literatura relativa a DQDB y los incluimos como precedentes del modelo analítico original que presentamos en el capítulo 3. Debemos señalar que en esta literatura abundan los estudios basados en simulación del protocolo, siendo relativamente escasas las aportaciones a un estudio analítico del mismo.

2.2 Visión general de la líneas de Investigación en DQDB.

Las principales áreas de investigación referentes al protocolo DQDB se pueden clasificar de la siguiente forma [Sad94]:

- *Descripción general*, cuyo objetivo principal es explicar el funcionamiento del protocolo DQDB y mostrar algunas experiencias en este campo.
- *Análisis de rendimiento y modelado*, consistente en la elaboración de diferentes aproximaciones mediante modelos teóricos de una red DQDB. En este sentido, pueden encontrarse descripciones que modelan una única estación [Bisdi91], o redes completas [Tran90]. También se estudia el

Capítulo 2: Estado del Arte

patrón de ocupación de los slots por el bus directo [Conti92], [Conti94]. En [Garret91], [Brewster95], [Hassa94], [Todd94], [Luci91], [Yoko93] y [Zuk90] se analizan distintas alternativas de reutilización.

- *Equidad entre las distintas estaciones* en lo que se refiere a tiempos de espera, anchos de banda disponibles, etc. En este punto se engloban, además de diversos estudios sobre la equidad en el protocolo estándar, las modificaciones del mismo cuyo objetivo es conseguir que las estaciones que forman parte de la red, independientemente de su posición, tengan un comportamiento equilibrado (esto es, que no haya estaciones que resulten beneficiadas en su utilización de la red a costa de perjudicar a otras). En [JFern93] se hace un resumen de los principales trabajos sobre la equidad en el protocolo DQDB.

Esta tesis puede encuadrarse en la sección de análisis de rendimiento y modelado del protocolo DQDB. En el capítulo 3 se hace una descripción analítica del acceso al medio mediante cola distribuida, obteniéndose la distribución del tiempo de espera en la cola distribuida de los clientes locales y las peticiones. En el capítulo 4 se analizan diversos protocolos de reutilización y se propone un protocolo alternativo novedoso, comparándose los resultados del mismo con protocolos previos mediante simulación y mediante modelos aproximados.

2.3 Sistemas de colas

2.3.1 Introducción.

Los modelos de colas tuvieron su origen en el estudio de problemas de diseño de centralitas telefónicas automáticas, y fueron analizados por primera vez por A.K. Erlang en el primer decenio de este siglo. Los problemas que se planteaban en aquel contexto estaban relacionados con el número de líneas necesarias para dar un cierto nivel de servicio, o con los tiempos de espera que se producían hasta conseguir la conexión. La misma clase de problemas se presenta en la actualidad en el diseño de redes de

Capítulo 2: Estado del Arte

comunicaciones y de sistemas informáticos. En particular, en el contexto de esta tesis, se emplean los modelos de colas para obtener los tiempos de espera para la transmisión de los segmentos en cada nodo de la red DQDB.

2.3.2 Generalidades sobre sistemas de colas.

El término *sistema de colas* se refiere en general a algún sistema compuesto por una o más unidades, llamadas *procesadores* o *servidores*, que se ocupan de realizar las tareas encomendadas por otras unidades, llamadas *clientes*, con la particularidad de que si durante algún intervalo de tiempo la llegada de clientes supera la capacidad de procesamiento del sistema, dichos clientes permanecen en cola hasta ser servidos. Según hemos visto, en DQDB, los clientes son los segmentos que esperan ser transmitidos. El servidor es el canal de transmisión y se considera que un servicio ha concluido cuando el cliente (segmento) accede por fin a un slot libre por el canal directo.

Describimos a continuación los elementos básicos que permiten caracterizar el funcionamiento de los sistemas de colas.

- a) El *proceso de llegadas* de los clientes: las llegadas de los clientes se producen, en general, en instantes aleatorios. La especificación completa del proceso de llegadas requiere muchas veces determinar si los clientes se agrupan en clases según su procedencia (las llegadas de clientes de dos orígenes distintos se producen según procesos distintos), prioridad o algún otro factor relevante. Asimismo es preciso determinar si son posibles las llegadas en bloque y, en su caso, determinar la distribución de probabilidad del tamaño del bloque.
- b) El *tiempo de servicio*: el tiempo que se emplea en completar el servicio de cada cliente. Por lo general, también es aleatorio.

Capítulo 2: Estado del Arte

- c) El *número de servidores* de que dispone el sistema: la velocidad con que se reduce el tamaño de una cola depende decisivamente de este número que, en general, no es aleatorio.
- d) La *disciplina de la cola*: ésta es la regla que determina el orden en que los clientes son elegidos de la cola para entrar en el servicio (primero en entrar-primero en salir, último en entrar-primero en salir, atención según prioridades, atención en orden aleatorio, etc.); esta disciplina es determinante en la evolución temporal del tamaño de la cola, así como en el tiempo que permanece en la misma cada cliente.
- e) La *organización del servicio*: el sistema puede ser tal que cada cliente deba recibir más de un servicio (o incluso recibir cada servicio más de una vez), en cuyo caso es preciso determinar en qué orden deben recibirse los servicios, cuántos servidores hay disponibles para cada uno de ellos y como se produce el tránsito de un servicio a otro.

Con objeto de establecer una clasificación de los distintos modelos de colas en los sistemas con un solo servicio, es útil conocer la notación de Kendall, consistente en un código tripartito $a^{(b)}/c/d$, donde a especifica la distribución de los tiempos entre llegadas, b la distribución de llegadas en bloque, c la de los tiempos de servicio y d el número de servidores. Los códigos más habituales para estas distribuciones son M (exponencial), Geo (geométrica), G (general), y D (determinista); en conjunción con éstos puede aparecer el código I, que indica independencia. Así, por ejemplo:

M/M/1: Llegadas según un proceso de Poisson homogéneo (y por tanto Markoviano), tiempos de servicio exponenciales y un solo servidor.

GI/M/m: Tiempos entre llegadas independientes, con distribución general, tiempos de servicio exponenciales y m servidores.

Capítulo 2: Estado del Arte

$G/GI/m$: Distribución general para los tiempos entre llegadas y de servicio, siendo éstos últimos independientes; m servidores.

$G^{(G)}/G/I$: Distribución general para los tiempos entre llegadas, llegadas en lotes con distribución general para el tamaño del lote, servicio también con distribución general, y un solo servidor.

A veces a este código se le añade un cuarto término numérico que representa el tamaño del buffer (espacio de espera) en caso de que éste sea finito. Un quinto término, también numérico, indicaría que la población de que proceden los clientes es finita y del tamaño consiguado.

Las principales variables de interés en el estudio de un sistema de colas son los siguientes (donde C_n representa al n -ésimo cliente en llegar al sistema):

T_n = : tiempo entre las llegadas de C_n y C_{n-1} .

X_n : tiempo de servicio de C_n .

W_n : tiempo que permanece C_n en cola.

$S_n = W_n + X_n$: tiempo que permanece C_n en el sistema.

$N(t)$: número de clientes en el sistema en el instante t .

$Q(t)$: número de clientes en cola en el instante t .

$V(t)$: tiempo que falta, en el instante t , para que se vacíe el sistema.

En la caracterización de los procesos de colas juega un importante papel el concepto de *intensidad de tráfico* o *factor de utilización* ρ , definido como:

$$\rho = \frac{E[X_n]}{mE[T_n]}$$

donde m el número de servidores en el sistema. El significado de ρ es intuitivamente claro si ρ se expresa de la forma:

$$\rho = \frac{t / E[T_n]}{mt / E[X_n]}$$

Capítulo 2: Estado del Arte

En un periodo largo de tiempo, de duración t , el numerador de esta expresión representa el número medio de clientes que llegan al sistema. Por su parte, el denominador es el número medio de servicios que el sistema puede completar durante ese tiempo. El cociente es, pues, la razón entre el número medio de llegadas y el de servicios en largos periodos de tiempo; o, dicho de otra forma, es la fracción de la capacidad de atención del sistema que se usa por término medio. Es evidente que si $\rho > 1$, el número de llegadas supera a la larga el número posible de servicios, y por tanto la cola crecerá sin límite. Por el contrario, si $\rho < 1$ se producen en media menos llegadas que servicios; ello quiere decir que las colas que puedan formarse terminan vaciándose, dando así lugar a un proceso cíclico de crecimiento-vaciado de la cola, que puede considerarse estable, ya que da lugar a lo sumo a tiempos finitos de espera y a longitudes finitas de la cola. Se dice entonces que la cola se encuentra en equilibrio.

En general si $\rho < 1$, cuando $t \rightarrow \infty$ existen distribuciones límite para las variables aleatorias citadas más arriba, y existe la posibilidad de estudiar el sistema de colas por medio de dichas distribuciones límite, lo cual simplifica notablemente los modelos al eliminar la dependencia del tiempo. Es de destacar que en la práctica, el utilizar las distribuciones límite no impone graves restricciones, pues normalmente los sistemas operan durante un tiempo suficiente para que se alcance el equilibrio.

Algunos resultados interesantes sobre los sistemas de colas en equilibrio son los siguientes: (cuando el sistema está en equilibrio denotamos por T , X , W y S , respectivamente, los tiempos entre llegadas, de servicio, en cola y en el sistema, y por N y Q , el número de clientes en el sistema y en cola respectivamente)

$$i) \quad E[S] = E[W] + E[X]$$

Este resultado permite interpretar $E[W]$ como el coste (en tiempo) que supone compartir el servicio con otros usuarios, ya que es el tiempo de más que hay que permanecer en el sistema para obtener el servicio.

Capítulo 2: Estado del Arte

ii) $E[N] = E[S] / E[T]$ (Fórmula de Little)

Llamando $\lambda=1/E[T]$ (tasa media de llegada de clientes) la fórmula de Little puede escribirse como $E[N] = \lambda E[S]$, lo que indica que en el equilibrio el número medio de clientes en el sistema coincide con los que, por término medio llegan durante el tiempo de servicio de un cliente.

iii) $E[Q] = E[W] / E[T]$

Este resultado es similar al anterior, y también suele expresarse como $E[Q] = \lambda E[W]$ (el número medio de clientes en cola coincide con los que, por término medio, llegan durante un tiempo de espera)

Sistemas de colas en tiempo discreto.

Si bien los modelos de colas en tiempo continuo han sido ampliamente estudiados durante varias décadas [Klein75], [Medhi91], sus contrapartidas en tiempo discreto han recibido mucha menos atención en la literatura científica. Ello se ha debido, muy probablemente, a que la mayoría de los problemas de colas que han ocupado a los investigadores - en telefonía, redes de transmisión de datos, etc.- ocurren precisamente en tiempo continuo. Los modelos en tiempo discreto comenzaron a aparecer ocasionalmente en la literatura científica a partir de 1950, relacionados básicamente con problemas de almacenamiento y de transporte. Sin embargo, a partir de la década de los 80 hubo un notable incremento en el interés por estos modelos, impulsado por la generalización de sistemas de comunicaciones digitales. Estos sistemas se caracterizan por dividir el tiempo en intervalos de amplitud fija y realizar la transmisión de las unidades de información (slots o células) de modo sincronizado con el inicio de cada intervalo de tiempo. DQDB o ATM son claros ejemplos de este tipo de sistemas. Los modelos en tiempo discreto más relevantes se deben a Ackroyd [Ackro80], Hunter [Hunt83], Vinck y Bruneel [Vinck94]. En [Ackro80] se calcula, mediante aproximaciones sucesivas, el tiempo de espera en sistemas G/G/1 mediante la utilización de la FFT. En Konheim [Konh75] se calcula la distribución del tiempo de

Capítulo 2: Estado del Arte

espera en modelos $GI/G/1$ cuando la distribución del tiempo entre llegadas y del tiempo de servicio tienen soporte compacto. En [Hunt83] se calculan las distribuciones del número de clientes en el sistema y del tiempo de espera en modelos $Geo/Geo/1$, $Geo/G/1$ y $GI/Geo/1$. Las técnicas utilizadas son análogas a las utilizadas por Kleinrock [Klein75] para los modelos homólogos en tiempo continuo. En [Vinck94] se analizan sistemas $G^{(G)}/Geo/1$. El método de análisis empleado se basa en integrales de contorno en el plano complejo y permite calcular la expresión analítica de la función generatriz de probabilidad del número de clientes y del tiempo de espera en el sistema. Se supone una disciplina de cola FIFO, y como única restricción se requiere que la función generatriz de probabilidad del tiempo entre llegada de clientes sea racional. En este trabajo también analizan sistemas $G^{(G)}/G/1$, aunque para éstos sólo obtiene la distribución del tiempo de espera en el sistema. Los resultados obtenidos en [Vinck94] con respecto a los modelos $G^{(G)}/G/1$ son los que se han utilizado en esta tesis para obtener los tiempos de espera de los segmentos en las estaciones DQDB.

A continuación describimos someramente el modelo matemático presentado en [Vinck94] y los resultados más relevantes para su aplicación en el análisis de DQDB:

- Se considera un sistema de colas en tiempo discreto con buffer infinito y un único servidor.
- Las llegadas de clientes sólo pueden ocurrir en intervalos regulares de tiempo (slots). Los tiempos entre llegadas son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Llamaremos $A(z)$ a la función generatriz de probabilidades del tiempo entre llegadas.
- En cada slot pueden llegar varios clientes simultáneamente. Estas llegadas son independientes, e idénticamente distribuidas. También se consideran estadísticamente independientes del proceso de llegadas descrito en el punto anterior. Llamaremos $E(z)$ a la f.g.p. del número de clientes que llegan en un slot.
- Los clientes son atendidos mediante una disciplina de cola FIFO. De la misma forma que los clientes llegan a intervalos regulares de tiempo (slots), la salida del sistema también se produce sólo a intervalos regulares. El

Capítulo 2: Estado del Arte

tiempo de servicio es el número de slots que tarda el cliente en ser atendido. Se asume que los tiempos de servicio de los sucesivos clientes son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Llamaremos $B(z)$ a la f.g.p. del tiempo de servicio.

- Cuando llega un cliente al sistema, si el servicio está disponible, es atendido inmediatamente.

Si llamamos $W(z)$ a la función generatriz de probabilidades del tiempo de espera en cola, para el modelo $G^{(G)}/G/1$ en tiempo discreto que se ha descrito se tiene, cuando la f.g.p. $A(z)$ es racional:

$$W(z) = \left[\frac{A'(1)}{E'(1)} - B'(1) \right] \frac{(z-1)[E(B(z)) - 1]}{[B(z) - 1][1 - E(B(z))A(1/z)]} \prod_{\alpha \in S_A^{-1}} \left(\frac{1-\alpha}{z-\alpha} \right)^{m_\alpha} \prod_{\beta \in \Omega} \left(\frac{z-\beta}{1-\beta} \right)^{m_\beta}$$

siendo S_A^{-1} el conjunto de valores α para los que $1/\alpha$ es singularidad de $A(z)$, y Ω el conjunto de las raíces dentro del círculo unidad de la ecuación $Q_A(z) - E(B(z))P_A(z) = 0$, con $A(1/z) = P_A(z)/Q_A(z)$.

2.4 Modelos Analíticos para DQDB

2.4.1 Modelo de estados

Mukherjee y Banerjee [Muk93] presentan un modelo analítico exacto de la red DQDB, partiendo de la idea de que, al operar en tiempo discreto, su comportamiento se puede describir en términos de una cadena de Markov adecuadamente definida. Por simplicidad, el vector de estados descrito en [Muk93] corresponde al caso particular de una red DQDB con dos estaciones activas, cada una con un buffer unitario para los segmentos locales, y con una distancia de un slot entre ambas estaciones. El vector de estados es de la siguiente forma:

$$(RQ, CD, Q_1, Q_2, B, R)$$

Capítulo 2: Estado del Arte

donde RQ es el valor del contador de peticiones de la primera estación, E_1 , CD es el valor del contador de cuenta regresiva, y:

$Q_1 =$	0	si el búffer de E_1 está vacío
	1	si el búffer de E_1 está ocupado
$Q_2 =$	0	si el búffer de la estación 2, E_2 , está vacío
	1	si el búffer de E_2 está lleno y todavía no se ha enviado la petición correspondiente.
	2	si el búffer de E_2 está lleno y se ha enviado la correspondiente petición
$B =$	0	si el bit de <i>ocupado</i> del slot que llega por el bus A no está activo.
	1	si el bit de <i>ocupado</i> por el bus A está activo.
$R =$	0	si el bit de <i>peticion</i> por el bus B no está activo.
	1	si el bit de <i>peticion</i> por el bus B está activo.

Sea r_i la probabilidad de que, en un slot arbitrario, se genere un segmento en la estación i . Asimismo, sea p_i la probabilidad de que, si llega un slot libre por el canal directo y la estación i tiene un segmento listo para ser transmitido, la estación utilice ese slot para transmitir su segmento (si $p_i < 1$ la estación no transmitirá siempre que pueda, cosa que se permite en algunas implementaciones de DQDB). De acuerdo con estas probabilidades y con la descripción del vector de estado, un ejemplo del esquema de transiciones es:

Capítulo 2: Estado del Arte

Estado actual	Próximo estado	Probabilidad de transición
(0,0,1,2,1,0)	(0,0,0,1,1,1)	$(1-r_1)p_1$
	(0,0,1,1,1,1)	$r_1 p_1$
	(0,0,1,1,0,1)	$1-p_1$

Sea q_{ij} la probabilidad de pasar del estado i al estado j en un periodo de un slot; y $Q = [q_{ij}]$ la matriz de transición del sistema. Sea π_i la probabilidad estacionaria de estar en el estado i . Entonces, la distribución estacionaria $\Pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots)$ puede obtenerse resolviendo las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned}\Pi Q &= \Pi \\ \sum_i \pi_i &= 1\end{aligned}$$

Si llamamos B_i y R_i a los valores de B y de R en el estado i respectivamente, entonces, el *throughput* de la estación 1 (proporción del ancho de banda disponible que emplea la estación) viene dado por:

$$\gamma_1 = \sum_i \pi_i B_i$$

ya que si el bit de ocupado está activo sobre el bus A es porque la estación 1 está transmitiendo un segmento. De la misma manera el *throughput* de la estación 2 puede obtenerse como:

$$\gamma_2 = \sum_i \pi_i R_i$$

puesto que la estación 2 transmite un segmento por cada petición que genera sobre el bus B.

Asimismo, el retardo medio de acceso al canal de los segmentos de cada estación puede expresarse como la diferencia entre el tiempo medio entre salidas de segmentos, y el tiempo medio hasta la generación de un nuevo segmento tras la salida del anterior. Observando que el tiempo medio entre salidas de segmentos en una estación es el inverso del *throughput* de esa estación (calculado en segmentos por slot), y que la

Capítulo 2: Estado del Arte

estación i tarda, por término medio $1/r_i$ slots en generar un nuevo segmento tras la salida del anterior, resulta que el retardo medio de acceso al canal directo en la estación i es :

$$W_i = 1/\gamma_i - 1/r_i$$

El modelo es simple y exacto, y puede generalizarse fácilmente para cualquier número de estaciones. Sin embargo, el rápido incremento del número de estados posibles con la dimensión de la red (número de estaciones activas, espacio entre estaciones, tamaño del búffer) hace inviable este modelo para obtener resultados prácticos en redes DQDB reales con un número elevado de estaciones, o con grandes distancias entre ellas. Por ejemplo, con sólo dos estaciones, en el caso que se acaba de analizar con una distancia de 1 slot entre ellas, son posibles 61 estados distintos. Si la distancia entre estaciones es de 6 slots, el número de estados posibles se dispara ya hasta 92604.

2.4.2 Modelo de Bisdikian

Bisdikian [Bisdi91] realiza un análisis del tiempo de espera de los segmentos hasta acceder al canal directo, suponiendo que la cola local es de tamaño unitario. El análisis se lleva a cabo aislando una estación de su entorno, y modelando mediante sendas distribuciones geométricas los tiempos entre llegadas de peticiones por el bus inverso, y entre llegadas de slots libres por el bus directo. Ambos procesos de llegadas se consideran independientes. No se tiene en cuenta en ningún caso lo que pueda suceder en el resto de la red.

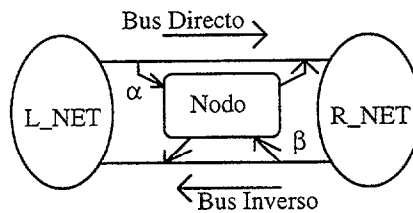
Las hipótesis del modelo planteado por Bisdikian respecto a un nodo cualquiera de la red son las siguientes:

- Cada slot que pasa por el bus directo llega ocupado con probabilidad α , con independencia de como hayan llegado los slots anteriores.
- Cada slot que pasa por el bus inverso llega ocupado (contiene una petición) con probabilidad β , también con independencia de como hayan llegado los slots anteriores.

Capítulo 2: Estado del Arte

- Se asume que las llegadas de slots ocupados por ambos canales son independientes entre sí, e independientes del tiempo (medido en slots).
- Se supone además que la estación dispone de un buffer de tamaño unitario, donde cada segmento espera el momento en que pueda ser transmitido. Por tanto en cada momento a lo sumo puede haber un segmento en la estación esperando a ser transmitido.
- Una vez que el cliente haya sido transmitido, el número T , de slots que pasan hasta que llega un nuevo cliente local se supone con distribución geométrica de parámetro $e^{-\lambda}$, esto es, $P(T=k) = e^{-k\lambda}(1 - e^{-\lambda})$

Gráficamente:



En la gráfica L_NET representa el conjunto de las estaciones a la izquierda de aquella que analizamos. R_NET representa las estaciones a la derecha.

Para facilitar el análisis se introduce el concepto de contador de peticiones virtuales (VRQ_CTR). El VRQ_CTR cuenta el número de peticiones pendientes de ser atendidas en el período de cada slot, y se define de la siguiente forma:

$$VRQ_CTR = \begin{cases} CD_CTR + 1 & \text{si hay un segmento en espera (estado DQ2)} \\ RQ_CTR & \text{si no hay segmento en espera (estado DQ1)} \end{cases}$$

Donde CD_CTR es el contador de cuenta regresiva y RQ_CTR es el contador de peticiones.

De acuerdo con esta definición, el tiempo de espera de un segmento es igual al tiempo que tarda VRQ_CTR en llegar a cero tras la generación del segmento en la estación. Dado que VRQ_CTR se decrementa en una unidad con cada llegada de un slot libre por el canal directo, y el tiempo entre estas llegadas sigue una distribución geométrica de parámetro α , si cuando un segmento se genera el VRQ_CTR vale k , la

Capítulo 2: Estado del Arte

distribución de probabilidad del tiempo de espera del segmento coincidirá con la distribución de la suma de k variables aleatorias independientes con distribución geométrica del parámetro indicado.

Así pues, la distribución del tiempo de espera de un segmento depende básicamente del valor del VRQ_CTR en el momento de su generación. Si llamamos F_n al valor del VRQ_CTR en el momento de generarse el n -ésimo segmento en la estación, es fácil observar que:

$$P\left(F_n = j \mid F_{n-1}=i, F_{n-1}=i_{n-2}, \dots, F_{n-1}=i_1\right) = P\left(F_n = j \mid F_{n-1}=i\right)$$

pues F_n depende sólo de lo que valía el VRQ_CTR cuando llegó el cliente anterior, y del número de slots libres y ocupados que hayan llegado por los buses directo e inverso. Por tanto, la sucesión $\{F_n\}_{n \geq 1}$ es una cadena de Markov. Bisdikian demuestra que existe una distribución de equilibrio para esta cadena, y por tanto existe una distribución de equilibrio para el tiempo W que tarda en ser transmitido un segmento.

Para determinar la distribución de equilibrio de la cadena $\{F_n\}_{n \geq 1}$, denotamos por ψ su matriz de transición:

$$\psi = [\psi_{ij}] = [\Pr(F_{n+1} = j \mid F_n = i)], \quad i, j \in \mathcal{N}_0$$

y sea:

K_n : “valor del RQ_CTR en el siguiente slot tras el envío del n -ésimo cliente.”

Debido a la *falta de memoria* propia de la distribución geométrica que caracteriza el tiempo entre llegada de slots ocupados por ambos buses, dado $F_n = i$, resulta que K_n depende sólo de i y es independiente de n . De la misma manera, dado $K_n = k$, resulta que F_{n+1} depende únicamente de k y, por supuesto, es independiente de n .

Si ahora definimos:

$$\sigma_{ik} = \Pr(K_n = k \mid F_n = i),$$

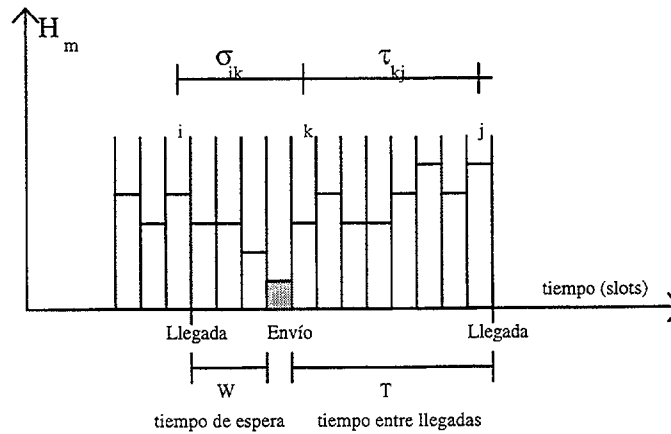
$$\tau_{kj} = \Pr(F_{n+1} = j \mid K_n = k)$$

Capítulo 2: Estado del Arte

tenemos:

$$\Psi_{ij} = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_{ik} \tau_{kj}$$

Si llamamos H_m al valor del VRQ_CTR a la llegada del m -ésimo slot, podemos representar gráficamente la situación anterior de la forma siguiente:



Utilizando técnicas numéricas basadas en funciones generatrices de probabilidad, Bisdikian demuestra que:

$$G_{\Psi}(z; i) = \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_{ij} z^j = (\Xi)^{-1} \left[(1 - e^{-\lambda}) G_Y(z; i) + (1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - z^{-1}) e^{-\lambda} \gamma_i \right] z + \gamma_i (1 - \alpha)(1 - z) \quad [\text{ec.2-3}]$$

donde,

$$G_Y(z; i) = (1 - \beta + \beta z) \left(\frac{(1 - \alpha)(1 - \beta + \beta z)}{1 - \alpha(1 - \beta + \beta z)} \right)^i, \quad |z| \leq 1$$

$$\Xi = 1 - \left[\alpha\beta z + \alpha + \beta - 2\alpha\beta + (1 - \alpha)(1 - \beta)z^{-1} \right] e^{-\lambda} \quad [\text{ec.2-4}]$$

$$\gamma_i = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_{ik} \hat{\pi}_0(k),$$

El cálculo de γ_i debe hacerse mediante un esquema de cálculo recursivo, en el que σ_{ik} es la k -ésima derivada de $G_Y(z; i)$ dividida por $k!$, y los $\hat{\pi}_0(k)$ se obtienen numéricamente a partir de:

$$\hat{\pi}_j(k) = (1 - e^{-\lambda}) \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\lambda} \pi_j(n; k)$$

Capítulo 2: Estado del Arte

donde:

$$\pi_j(0; k) = \begin{cases} 1, & \text{si } j = k \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\pi_j(n+1; k) = \begin{cases} (1-\delta)\pi_0(n; k) + \varepsilon\pi_1(n; k), & \text{si } j = 0 \\ \delta\pi_{j-1}(n; k) + (1-\delta-\varepsilon)\pi_j(n; k) + \varepsilon\pi_{j+1}(n; k), & \text{si } j \geq 1 \end{cases}$$

siendo $\delta = \alpha\beta$, $\varepsilon = (1-\alpha)(1-\beta)$

La ecuación (ec.2-3) permite obtener numéricamente las probabilidades de transición de la cadena de Markov $\{F_n\}_{n \geq 1}$. Esta cadena es ergódica si

$$\beta < 1 - \alpha \quad [\text{ec.2-5}]$$

esto es, si la proporción de peticiones que se introduce en el canal inverso es inferior a la proporción de slots libres que llegan por el canal directo. Esta condición es obvia, pues en caso de no cumplirse se generarían más peticiones (segmentos) de los que la red es capaz de transportar.

Finalmente, supuesto que se cumple (ec.2-5), sea $\phi = [\phi_0, \phi_1, \phi_2, \dots]$ el vector de probabilidades en el equilibrio de la cadena de Markov $\{F_n\}_{n \geq 1}$, y sea $G_F(z)$ la función generatriz asociada. Entonces, se tiene:

$$\begin{aligned} G_F(z) &= \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j \sum_{i=0}^{\infty} \psi_{ji} z^i = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_j G_\psi(z; j) = \\ &= (\Xi)^{-1} \left[(1 - e^{-\lambda})(1 - \beta + \beta z) G_F \left(\frac{(1 - \alpha)(1 - \beta + \beta z)}{1 - \alpha(1 - \beta + \beta z)} \right) + \right. \\ &\quad \left. + (1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - z^{-1}) e^{-\lambda} \theta \right] z + \theta(1 - \alpha)(1 - z) \end{aligned}$$

donde, $\theta = \phi_0 / (1 - \alpha)$ es la probabilidad de que cuando llegue un cliente no haya peticiones pendientes, y Ξ está determinado en (ec.2-4). La ecuación descrita proporciona una ecuación funcional que satisface la función generatriz de F. A partir de esta ecuación pueden obtenerse, por diferenciación, los momentos de F. En particular:

$$E\{F\} = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha - \beta} \left[\beta + \frac{e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}} [\alpha\beta - (1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \theta)] + 1 - \theta(1 - \alpha) \right]$$

Ahora, para el tiempo de espera hasta que llega un slot libre por el canal directo, W, se tiene:

Capítulo 2: Estado del Arte

$$G_W(z) = E\{z^W\} = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i \left(\frac{(1-\alpha)z}{1-\alpha z} \right)^i = G_F \left(\frac{(1-\alpha)z}{1-\alpha z} \right) \quad |z| \leq 1 \quad [\text{ec.2-6}]$$

De esta ecuación, tenemos que $G_W(0) = G_F(0)$. Por tanto, ϕ_0 es también la probabilidad de que un cliente no tenga que esperar, esto es, $\phi_0 = \Pr(W=0)$. Si D denota el tiempo de tránsito (esto es, $D = W+1$) de un cliente y $G_D = E\{z^D\}$, entonces,

$$G_D(z) = z G_F \left(\frac{(1-\alpha)z}{1-\alpha z} \right), \quad |z| \leq 1 \quad [\text{ec.2-7}]$$

Derivando en (ec.2-6) y (ec.2-7) se obtiene:

$$E\{W\} = \frac{E\{F\}}{1-\alpha},$$
$$E\{D\} = 1 + \frac{E\{F\}}{1-\alpha}$$

2.4.3 Modelo de Tran-Gia y Stock

Tran-Gia y Stock en [Tran90] desarrollan un modelo analítico aproximado para el comportamiento del protocolo DQDB en cada nodo de la red. El análisis se basa en descomponer en varias fases el tiempo de acceso de cada segmento al canal directo, de tal manera que el tiempo de espera en cada fase se considera que es el tiempo de servicio de la fase previa. La modelización de estas fases se lleva a cabo mediante una sucesión de sistemas de colas M/G/1 encajados.

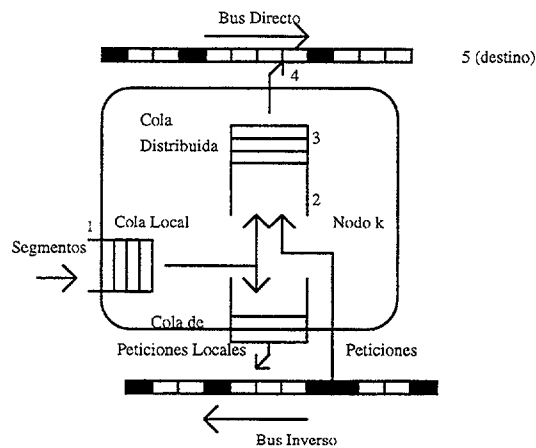
Las hipótesis del modelo son las siguientes :

- Cada slot por el canal directo puede llegar, independientemente, ocupado (con probabilidad p) o libre (con probabilidad $1-p$).
- La generación de segmentos en la estación i se produce de acuerdo a un proceso de Poisson homogéneo de parámetro λ_i .
- La llegada de peticiones a la estación i procedentes de las estaciones $i+1$, $i+2$, ..., N se produce de acuerdo con un proceso de Poisson homogéneo de parámetro :

Capítulo 2: Estado del Arte

$$\sum_{k=i+1}^N \lambda_k$$

Las distintas fases de servicio por las que atraviesa cada segmento antes de acceder al canal directo se muestran en la siguiente gráfica :



donde :

1. Instante de llegada (generación) del segmento. Accede directamente a la cola local.
2. Instante en que el segmento pasa de la cola local a la distribuida. Se crea además una petición que se introduce en la cola de peticiones locales para ser enviada por el canal inverso.
3. Instante en que el segmento alcanza la cabecera de la cola distribuida. En este momento ya está listo para ser transmitido y solo debe esperar a la llegada de un slot libre por el canal directo.
4. Instante de acceso del segmento al canal directo.
5. Instante en que el segmento llega a su destino.

Las duraciones de cada una de estas fases quedan definidas mediante las variables aleatorias:

T_{12} = "tiempo de espera en la cola local"

T_{23} = "tiempo de espera en la cola distribuida"

T_{34} = "tiempo de transmisión"

Capítulo 2: Estado del Arte

y por la variable

$$T_{45} = \text{“retardo de propagación hasta llegar a la estación destino”}$$

que es determinista, pues depende sólo de la velocidad del canal y de la distancia entre estaciones.

De acuerdo con este esquema, el retardo de acceso al medio es T_{14} y el tiempo de transferencia del segmento es T_{15} . Para obtener la distribución de probabilidad de T_{14} , se calculan consecutivamente las distribuciones de T_{34} , T_{23} y T_{12} del modo que se indica a continuación.

T_{34} es el intervalo entre dos llegadas de slots libres por el bus directo. Este tiempo, en slots, puede aproximarse mediante una distribución geométrica de parámetro :

$$q_i = \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_j \tau$$

(donde τ es la duración de un slot ; q_i es entonces la proporción de slots por el canal directo que son ocupados por estaciones anteriores a la i -ésima). Por tanto :

$$\text{Prob}(T_{34} = k \text{ slots}) = q_i^{k-1} (1 - q_i)$$

y la función generatriz de probabilidades es :

$$\phi_{34}(s) = \frac{(1 - q_i)e^{-s\tau}}{1 - q_i e^{-s\tau}}$$

Desde el punto de vista del modelo de Tran Gia/Stock, T_{34} puede considerarse como el tiempo de servicio de los clientes que se encuentran en la cola distribuida. De esta forma, asumiendo que las llegadas a esta cola se producen de acuerdo con un proceso de Poisson, de parámetro $\Gamma_i = \sum_{j=i}^N \lambda_j$, puede aproximarse la misma mediante un modelo M/G/1. La función generatriz de probabilidades de la distribución del tiempo de espera en esta cola es, de acuerdo con [Klein75] :

$$\phi_{23}(s) = \frac{s(1 - \Gamma_i E[T_{34}])}{s - \Gamma_i (1 - \phi_{34}(s))}$$

Capítulo 2: Estado del Arte

y, por tanto, la f.g.p. del tiempo que emplea el segmento desde su acceso a la cola distribuida hasta el momento en que sale por el canal directo es (asumiendo independencia entre los tiempos T_{23} y T_{34}):

$$\phi_{24}(s) = \phi_{23}(s)\phi_{34}(s)$$

Ahora, para describir el comportamiento de la cola local puede utilizarse un nuevo modelo M/G/1, asumiendo ahora que las llegadas se producen de acuerdo con un proceso de Poisson de parámetro λ_i , y que el tiempo de servicio es T_{24} . De esta forma utilizando nuevamente los resultados de [Klein75], la f.g.p. del tiempo de espera en esta cola es :

$$\phi_{12}(s) = \frac{s(1 - \Lambda_i E[T_{24}])}{s - \Lambda_i (1 - \phi_{24}(s))}$$

y, por tanto, el tiempo empleado por un segmento desde que se genera hasta que sale por el canal directo es (asumiendo independencia entre los T_{ij}):

$$\phi_{14}(s) = \phi_{12}(s)\phi_{23}(s)\phi_{34}(s)$$

De esta forma se construye un modelo aproximado simple para describir analíticamente el comportamiento del protocolo en cada nodo de la red. Las desventajas que presenta este modelo son varias: utilizar modelos en tiempo continuo para procesos que en realidad ocurren en tiempo discreto; suponer distribución geométrica para el tiempo entre llegadas de slots libres por el canal directo; incluir la tasa de generación de segmentos locales en las llegadas a la cola distribuida y volverla a incluir posteriormente para las llegadas a la cola local. No obstante, los resultados numéricos mostrados en [Tran90] prueban que, si bien el modelo da aproximaciones en algunos casos no demasiado buenas, éstas pueden ser suficientes si lo que se pretende es realizar estudios previos sobre el dimensionamiento de la red. Hay que señalar, además, que en un artículo posterior, [Stock90] Tran-Gia y Stock utilizan de nuevo el mismo modelo de colas encajadas para representar el comportamiento de DQDB en cada nodo, pero empleando en este caso sistemas de colas en tiempo discreto, lo que consigue mejorar en cierto grado la aproximación obtenida.

Capítulo 3

3. MODELO ANALÍTICO DE DQDB

3.1 Introducción

Una vez descrito el protocolo de acceso de DQDB, en este capítulo presentamos diversas alternativas originales para obtener modelos analíticos aproximados del mismo. El disponer de modelos analíticos presenta diversas ventajas respecto a la simulación, técnica ampliamente utilizada para el estudio de DQDB.

- Permite obtener resultados mucho más rápidamente que mediante simulación.
- Permite entender las relaciones entre distintos factores que intervienen en la implementación del protocolo.
- Los modelos analíticos, aún siendo aproximados, permiten predecir como responde la red a cambios en los valores de sus parámetros característicos, con lo cual constituye una herramienta eficaz en el diseño de redes.

Comenzamos este capítulo presentando una generalización a n estaciones del modelo de estados propuesto en [Muck93] ya descrito en el capítulo 2. El único objetivo de este modelo es comprobar como el número de estados posibles de la red es tan grande que su tratamiento resulta inviable. Por ello mostramos en una sección posterior como puede obtenerse una aproximación analítica eficiente analizando el comportamiento del protocolo en cada nodo mediante un sistema de colas en tiempo discreto. Los resultados obtenidos se contrastan, por último, mediante simulación.

3.2 Modelo de estados

De acuerdo con la descripción del protocolo de acceso de DQDB, si asumimos que la distancia entre estaciones es de un slot, el estado del nodo k de la red en un slot² cualquiera de tiempo queda perfectamente definido por el vector:

$$(\text{LocalCTR}_k, \text{fifoRQ}_k, \text{RQ}_k, \text{CD}_k, \text{slotA}_k, \text{slotB}_k)$$

donde:

LocalCTR: Contador de clientes en cola local. Asumimos que el primer cliente de esta cola es el que participa en la cola distribuida.

fifoRQ: Para aceptar un nuevo cliente en la estación, el cliente anterior ha debido de salir por el bus directo, pero no necesariamente por el bus inverso. Es posible que se produzca una pequeña acumulación de peticiones pendientes de enviar por el bus inverso. Dicha acumulación se refleja en este contador.

RQ: Valor del contador de peticiones de la estación.

CD: Valor del contador de cuenta regresiva de la estación.

slotA: Estado en que se libera el slot por el bus directo.

slotB: Estado en que se libera el slot por el bus inverso.

De esta forma, el estado global de la red queda definido por una matriz con tantas filas como estaciones menos una, representando cada fila el vector de estado de cada estación. Al considerar la transmisión en una sola dirección, la última estación del bus directo no tiene a quien transmitir y por tanto no se representa en la matriz de estados.

² Aquí utilizamos la palabra slot como unidad de tiempo medido en escala discreta. Cada slot dura τ μ seg.

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

Para el caso concreto de tres estaciones, la matriz de estados es la siguiente:

$$\begin{matrix} \text{Estacion 1} \\ \text{Estacion 2} \end{matrix} \begin{pmatrix} \text{Local_CTR} & \text{fifoRQ} & \text{RQ} & \text{CD} & \text{slotA} & \text{slotB} \\ \text{Local_CTR} & \text{fifoRQ} & \text{RQ} & \text{CD} & \text{slotA} & \text{slotB} \end{pmatrix}$$

Con objeto de comprobar el número de estados posibles en un caso sencillo (3 estaciones), se ha realizado un generador automático de estados del protocolo DQDB con las simplificaciones de:

- transmisión en un único sentido
- buffer unitario a la llegada de clientes locales. En este caso Local_CTR vale 1 si hay cliente local y 0 si no lo hay.

El generador se ha realizado utilizando como estructura de almacenamiento un árbol B, con el objetivo de optimizar la ordenación del espacio de estados y en principio es válido para cualquier número de estaciones.

La hipótesis de buffer unitario se ha empleado reiteradas veces en la literatura ([Bisdi91], [Muck93]) y corresponde a algunas implementaciones particulares de DQDB. En nuestro caso esta hipótesis nos permite simplificar la descripción de la matriz de estado, ya que *localCTR*, solo tomaría los valores 0 ó 1.

La forma en la que se han generado los posibles estados ha sido la siguiente: partiendo del estado inicial de la red cuando todavía no ha habido ninguna generación, se obtienen los estados siguientes en función de cada posible operación de un cliente en cada estación, representando por el valor 1 la generación de un cliente y por el valor 0 la no generación. De esta manera, se obtiene directamente el número de estados válidos, sin necesidad de posteriores reducciones del espacio de estados (potencialmente se podría pasar a $2^{(n^{\circ} \text{ de estaciones} - 1)}$ estados distintos, que en su mayoría no son nunca alcanzados).

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

En el caso particular considerado en [Muck93] nuestro generador de estados genera el mismo número que aquellos. Aunque el método utilizado para la generación de estados sólo calcula los estados válidos, se aprecia claramente la explosión combinatoria que impide un tratamiento exhaustivo del protocolo siguiendo el método del espacio de estados.

Se puede tratar un caso más general si consideramos una distancia entre estaciones superior a un slot, en cuyo caso la descripción del vector de estados sería de la siguiente forma:

$$\begin{matrix} \text{Estacion 1} \\ \text{Estacion 2} \end{matrix} \begin{pmatrix} \text{Local_CTR} & \text{fifoRQ} & \text{RQ} & \text{CD} & \text{slotA}[i] & \text{slotB}[i] \\ \text{Local_CTR} & \text{fifoRQ} & \text{RQ} & \text{CD} & \text{slotA}[i] & \text{slotB}[i] \end{pmatrix}$$

donde los índice de las variables $\text{slotA}[i]$ y $\text{slotB}[i]$ indican el número de slots entre estaciones.

A modo de ilustración en el apéndice A mostramos los resultados obtenidos para el caso de tres estaciones.

3.3 Modelización mediante sistemas de colas en tiempo discreto

Como hemos visto en el capítulo anterior, el fundamento matemático en el que se ha basado el estudio del control de acceso al medio de DQDB ha sido la teoría de colas. En el modelo propuesto por Tran-Gia y Stock [Tran90] se utilizan sistemas M/G/1 encajados para obtener de manera aproximada los tiempos medios de espera de los clientes de una estación. Esta aproximación presenta el problema, a nuestro juicio, de emplear modelos en tiempo continuo (utilizando distribuciones exponenciales), cuando realmente DQDB opera en tiempo discreto. Aunque en [Stock90] estos autores introducen modelos en tiempo discreto, el tratamiento de los mismos se lleva a cabo

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

mediante técnicas basadas en la FFT que complican el modelo; además las distribuciones utilizadas para tiempos entre llegadas (geométrica) y de servicio (binomial negativa) resultan poco verosímiles en una parte importante de la red.

Por su parte, el modelo de Bisdikian [Bisdi91] presupone un modelo Geo/Geo/1 con buffer unitario y dos clases de clientes, que reciben distinto tratamiento. Este modelo ya opera en tiempo discreto, pero las distribuciones, tanto de los tiempos entre llegadas como de los tiempos de servicio se consideran geométricas y, por lo tanto, sin memoria. Comprobaremos posteriormente que esta hipótesis de geometricidad no se verifica en bastantes nodos de la red DQDB con carga graduada. De algún modo, ello significa que DQDB “tiene memoria”; esto es, el tiempo transcurrido desde la última llegada informa sobre el tiempo que falta hasta la siguiente; lo que ha durado ya un servicio informa sobre el tiempo que falta para que el servicio concluya. Por otra parte, Bisdikian considera que en cada nodo la cola de clientes locales es unitaria, lo que no se define en el estándar de DQDB.

Otro problema que podemos señalar, común a los dos modelos anteriores es que no tienen en cuenta el hecho de que en el período de un slot, en una estación pueden generarse varios clientes (no olvidemos que la generación de clientes se produce en tiempo continuo) e incluso puede ocurrir la llegada simultánea de uno o varios clientes locales (segmentos) con clientes externos (peticiones).

Con objeto de construir un modelo que solvete las dificultades señaladas, en esta sección consideramos sistemas de colas en tiempo discreto de clase $G^{(G)}/G/1$. Para definir estos sistemas:

- Mostramos como obtener una distribución de probabilidad en tiempo discreto para las llegadas que tiene “memoria” y se aproxima a la distribución observada en simulación.
- Determinamos una distribución de carácter general para las llegadas simultáneas de clientes locales o de clientes locales y externos, adecuada también a los que se observa en simulación.

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

- Utilizamos diversas aproximaciones a la distribución de los tiempos de servicio. Recordemos que un servicio se completa con la llegada de un slot libre por el bus directo. Por ello para determinar esta distribución es preciso conocer el patrón de llegadas de slots libres y ocupados por el bus directo. Para ello utilizamos los resultados al respecto presentados en [Conti92].

Como conclusión de esta sección utilizamos los resultados de Vinck y Bruneel [Vinck94] para obtener la distribución de los tiempos de espera de acuerdo con diversos modelos alternativos, que comparamos entre sí y con simulación.

Las condiciones en las que se han realizado las simulaciones utilizadas para contrastar los modelos analíticos son las siguientes:

- Los nodos se encuentran equiespaciados a una distancia equivalente a 1 slot.
- Un total de 20 nodos en la red.
- Transmisión unidireccional de tráfico asíncrono.
- Un único bit de petición.
- velocidad del bus: 150 Mbps.
- Régimen binario, $\tau = 53 \cdot 8 / 150 = 2.826666666667 \mu\text{seg}$. Es decir, a cada estación llega un slot cada $\tau \mu\text{seg}$.
- Los clientes se generan en cada nodo mediante una distribución de Poisson de parámetro, λ_i , graduado en función de la posición que ocupe en la red.

Con esta graduación se pretende reflejar el hecho siguiente: dado que la transmisión es unidireccional, la estación 1 puede transmitir a N-1 estaciones (la estación 2, 3, ..., N); la estación 2 puede transmitir a N-2 estaciones (la 3, la 4, ..., la N); y así sucesivamente hasta llegar a la estación N-1 que sólo puede transmitir a la N. Si suponemos un comportamiento homogéneo en todas las estaciones entonces, simplemente por razón de su posición, la estación 1 transmitirá, en media, mas segmentos que la 2; ésta que la 3; etc. siendo la tasa de transmisión, en cada caso,

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

proporcional al número de estaciones a las que se puede enviar información. De esta forma, asumiremos que

$$\lambda_i = k(N - i)$$

Si τ es la duración de un slot, la estación i generará, por término medio, $\lambda_i \tau$ segmentos por slot. En total todas las estaciones generarán una carga global media de

$$L = \sum_{i=1}^N \lambda_i \tau = k \frac{N(N-1)}{2}$$

segmentos por slot. Si despejamos k en función de la carga global L , tenemos :

$$\lambda_i = \frac{2L}{\tau} \frac{N-i}{N(N-1)}$$

3.3.1 Modelo para el proceso de llegada de peticiones

De acuerdo con la definición del protocolo de acceso de DQDB, cada vez que en una estación se genera un segmento a transmitir por el bus directo, debe enviarse una petición por el bus inverso. Como hemos señalado más arriba, partimos de la hipótesis de que los segmentos son generados en cada estación en tiempo continuo siguiendo un proceso de Poisson de parámetro λ_i . Ahora bien, el acceso al bus inverso sólo es posible de slot en slot y por tanto éste es un proceso que ocurre en tiempo discreto.

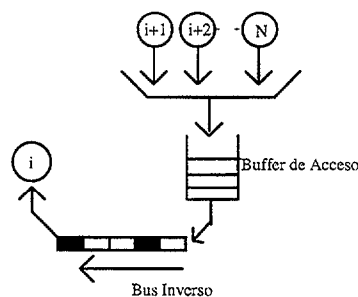
Cada estación i recibe, a través del canal inverso, todas las peticiones generadas por las estaciones $i+1, i+2, \dots, N-1$ (recordemos que la estación N no transmite). Estas peticiones son servidas con la llegada de slots libres por el bus directo, y mientras no sean servidas permanecen en cola.

Para modelizar el proceso de peticiones a la estación i a través del canal inverso, nos valdremos del siguiente modelo simplificado: supondremos que las estaciones $i+1, i+2, \dots, N-1$ introducen sus peticiones, a medida que vayan siendo generadas (en tiempo continuo), en un único buffer de acceso; las peticiones van saliendo de este buffer de una en una cada tiempo τ (cada slot) y son recibidas inmediatamente por la estación i . El patrón de slots ocupados/desocupados que sale de este buffer y recibe la estación i

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

concuerta, con bastante aproximación, con el patrón que puede obtenerse en simulación.

Para poder utilizar posteriormente el modelo de Vinck y Bruneel necesitamos la función generatriz de probabilidades del tiempo (medido en slots) entre llegadas de peticiones a la estación i . Nuestro objetivo es pues, en lo que sigue, determinar esta función generatriz.



De acuerdo con nuestro modelo simplificado a medida que se van generando los segmentos (en tiempo continuo), pasan a un buffer que es revisado a intervalos regulares de amplitud τ (duración de un slot); si en el instante $k\tau$ el buffer está ocupado, el cliente que se encuentra en la primera posición accede a la estación i y, desde el punto de vista de nuestra modelización, se considera que su llegada se ha producido en el slot k .

Definimos la variable aleatoria:

$$X_n = \begin{cases} 1 & \text{si la llegada de una petición se produce en el } n\text{-ésimo slot} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

y sea R_n el número de llegadas de peticiones sucesivas a partir del n -ésimo slot (inclusive). Consideraremos que si en el n -ésimo slot no se produce ninguna llegada, entonces $R_n=0$. En primer lugar, trataremos de determinar $P(R_{n+1} = k / X_n = 0)$, $k=0,1,2,\dots$

Obviamente para $k=0$, tenemos:

$$\begin{aligned} P(R_{n+1} = 0 / X_n = 0) &= \\ &= P\{\text{no generación en } (n\tau, (n+1)\tau)\} = e^{-\lambda\tau} \end{aligned}$$

Para $k \geq 1$ razonemos del siguiente modo: desde el punto de vista del servicio, durante cualquier período el número de clientes que acceden a la estación desde el

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

buffer de acceso es independiente del orden en que hayan llegado. Supongamos entonces que en el intervalo $(n\tau, (n+1)\tau]$ llegan al buffer v clientes, y que acceden a la estación del siguiente modo: en el instante $(n+1)\tau$ accede el primero de ellos; a partir de ese momento van accediendo a la estación todos los nuevos clientes que lleguen al buffer de entrada; sólo cuando no quede ningún nuevo cliente por acceder al sistema, se permite el acceso del segundo de los v clientes originales; se repite reiteradamente este proceso hasta que el buffer de entrada queda vacío, es decir, hasta el fin de la racha de slots ocupados. Sea N_i el número de llegadas sucesivas ocurridas a partir del acceso del i -ésimo cliente de los v originales (inclusive), y antes del acceso del $(i+1)$ -ésimo. Para fijar ideas centrémonos en N_1 ; si durante el intervalo $((n+1)\tau, (n+2)\tau]$ llegaron j clientes, entonces:

$$N_1 = 1 + M_1 + M_2 + \dots + M_j$$

donde la definición de los M_i es análoga a la de los N_i pero referida ahora a los j clientes del intervalo $((n+1)\tau, (n+2)\tau]$. Por construcción las M_1, M_2, \dots, M_j son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, y además con la misma distribución de probabilidad que N_1 . Por tanto, N_1, M_1, \dots, M_j tienen la misma función generatriz de probabilidades $P^*(z)$. Llamando A_v al número de clientes que llegan al buffer durante un período de longitud τ , obtenemos:

$$\begin{aligned} P^*(z) &= E[z^{N_1}] = \sum_{j=0}^{\infty} E[z^{N_1} | A_\tau = j] \cdot P(A_\tau = j) = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} E\left[z^{1+M_1+M_2+\dots+M_j} \right] \frac{(\lambda\tau)^j}{j!} e^{-\lambda\tau} = \sum_{j=0}^{\infty} z \cdot E[z^{M_1}] \dots E[z^{M_j}] \frac{(\lambda\tau)^j}{j!} e^{-\lambda\tau} = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} z \cdot (P^*(z))^j \frac{(\lambda\tau)^j}{j!} e^{-\lambda\tau} = z e^{-\lambda\tau} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda\tau P^*(z))^j}{j!} = z e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))} \end{aligned}$$

Entonces,

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

$$\begin{aligned}
 Q^*(z) &= E\left[z^{R_{n+1}} / X_n = 0\right] = \\
 &= \sum_{v=0}^{\infty} E\left[z^{R_{n+1}} / X_n = 0, A_\tau = v\right] \cdot P(A_\tau = v) = \\
 &= \sum_{v=0}^{\infty} E\left[z^{N_1 + \dots + N_v}\right] \frac{(\lambda\tau)^v}{v!} e^{-\lambda\tau} = \\
 &= \sum_{v=0}^{\infty} (P^*(z))^v \frac{(\lambda\tau)^v}{v!} e^{-\lambda\tau} = \\
 &= e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))}
 \end{aligned}$$

Teóricamente las probabilidades buscadas pueden obtenerse ahora:

$$P\left(R_{n+1} = k / X_n = 0\right) = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{dz^k} Q^*(z) \Big|_{z=0}$$

La dificultad que se presenta estriba en que $Q^*(z)$ depende de $P^*(z)$, y $P^*(z)$ se define de forma recursiva. No obstante, observemos en primer lugar que de la relación:

$$P^*(z) = z e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))}$$

se sigue:

$$\begin{aligned}
 P^{*'}(z) &= e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))} + z\lambda\tau \cdot P^{*'}(z) e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))} = \\
 &= e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))} + \lambda\tau \cdot P^{*'}(z) \cdot P^*(z)
 \end{aligned}$$

de donde:

$$P^{*'}(z) = \frac{e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))}}{1 - \lambda\tau P^*(z)} = \frac{Q^*(z)}{1 - \lambda\tau P^*(z)} \quad [\text{ec.3-1}]$$

Si observamos ahora que:

$$Q^*(z) = e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))}$$

entonces,

$$\begin{aligned}
 Q^{*'}(z) &= \lambda\tau e^{-\lambda\tau(1-P^*(z))} P^{*'}(z) = \\
 &= \frac{\lambda\tau Q^*(z) Q^*(z)}{1 - \lambda\tau P^*(z)} = \lambda\tau \frac{(Q^*(z))^2}{1 - \lambda\tau P^*(z)} \quad [\text{ec.3-2}]
 \end{aligned}$$

Como $P^*(0) = 0$ y $Q^*(0) = e^{-\lambda\tau(1-P^*(0))} = e^{-\lambda\tau}$, resulta que $Q^{*'}(0) = \lambda\tau e^{-2\lambda\tau}$

Ahora bien, lo importante es que en la expresión (ec.3-2) tenemos $Q^{*'}(z)$ en función de $Q^*(z)$ y $P^*(z)$. Esto significa que podemos obtener $Q^{*''}(z)$ sin dificultad,

Capítulo 3: **Modelo Analítico de DQDB**

como función de $Q^*(z), P^*(z), Q^{*'}(z)$ y $P^{*'}(z)$. Usando (ec.3-1) y (ec.3-2) se tiene $Q^{*''}(z)$ nuevamente como función de $Q^*(z)$ y $P^*(z)$. Este proceso puede repetirse reiteradamente para obtener las derivadas sucesivas de $Q^*(z)$ como función de $Q^*(z)$ y $P^*(z)$ cuyos valores en $z=0$ son conocidos. Esto produce unos desarrollos algebraicos complicados, pero la tarea puede realizarse usando el programa *Mathematica* como se ilustra en el Apéndice 2. Como resultado se obtiene la expresión general:

$$P(R_{n+1} = k / X_n = 0) = \frac{(k+1)^k}{(k+1)!} [\lambda \tau e^{-\lambda \tau}]^k e^{-\lambda \tau}$$

De esta forma hemos calculado la distribución de probabilidad de la longitud de una racha de slots ocupados por el canal inverso.

Ahora bien, nuestro objetivo es disponer de la distribución de probabilidad del tiempo entre llegadas de peticiones, y no de la duración de las rachas de las mismas, que es justo lo que se acaba de calcular. Por tanto, vamos a ver a continuación como convertir esta duración de racha en tiempo entre llegadas de peticiones. En el siguiente ejemplo vemos como se lleva a cabo esta conversión sobre una sucesión de observaciones de peticiones llegadas por el bus inverso:



La duración de la racha de peticiones de la gráfica anterior se contabiliza de la siguiente forma:

$$0, 3, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 1$$

Pero el tiempo entre llegadas de los clientes a la cola sería:

$$2, 1, 1, 3, 1, 4$$

Con el fin de calcular la distribución del tiempo entre llegadas de peticiones al sistema desde el buffer de acceso consideremos la variable aleatoria:

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

L_n = “número de llegadas sucesivas producidas hasta el n-ésimo slot”.

Si en el n-ésimo slot no se produce ninguna llegada, entonces $L_n=0$.

La sucesión $\{L_n\}_{n \geq 0}$ constituye una cadena de Markov, siendo las únicas transiciones posibles las siguientes:

$$0 \rightarrow 0 \qquad k \rightarrow 0 \qquad k \rightarrow k+1$$

con probabilidades asociadas:

$$p_{00} = P(L_{n+1} = 0 / L_n = 0) = P(\text{ninguna llegada en el intervalo } (n\tau, (n+1)\tau)) = e^{-\lambda\tau}$$

$$p_{01} = 1 - p_{00} = 1 - e^{-\lambda\tau}$$

$$\begin{aligned} p_{k0} &= P(L_{n+1} = 0 / L_n = k) = P(L_{n+1} = 0 / R_{n-k+1} \geq k, X_{n-k} = 0) = \\ &= \frac{P(L_{n+1} = 0, R_{n-k+1} \geq k / X_{n-k} = 0)}{P(R_{n-k+1} \geq k / X_{n-k} = 0)} = \frac{P(R_{n-k+1} = k / X_{n-k} = 0)}{P(R_{n-k+1} \geq k / X_{n-k} = 0)} = \\ &= \frac{\frac{(k+1)^k}{(k+1)!} [\lambda\tau e^{-\lambda\tau}]^k e^{-\lambda\tau}}{1 - \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(j+1)^j}{(j+1)!} [\lambda\tau e^{-\lambda\tau}]^j e^{-\lambda\tau}} \end{aligned}$$

$$p_{k,k+1} = 1 - p_{k0}$$

La matriz asociada a esta cadena de Markov es de la forma:

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & 1-p_{00} & 0 & \dots \\ p_{10} & 0 & 1-p_{10} & \dots \\ p_{20} & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

y su distribución límite resulta como solución del sistema:

$$\begin{cases} \Pi \cdot P = \Pi \\ \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i = 1 \end{cases} \quad [\text{ec.3-3}]$$

donde,

$$\Pi = (\pi_1, \pi_2, \dots)$$

siendo,

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

$$\pi_i = \lim_{n \rightarrow \infty} P(L_n = i)$$

Para obtener las π_i , observemos que desarrollando (ec.3-3) se obtiene:

$$\pi_i = \pi_{i-1}(1 - p_{i-1,0})$$

De aquí se sigue que:

$$\pi_i = \pi_0 \prod_{j=0}^{i-1} (1 - p_{j,0}), \quad i \geq 1$$

e imponiendo que $\sum \pi_i = 1$ podemos despejar π_0 :

$$\pi_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{\infty} \prod_{j=0}^{i-1} (1 - p_{j,0})}$$

Ahora estamos en condiciones de poder calcular la distribución de la variable T , número de slots transcurridos entre las llegadas de dos clientes sucesivos.

Consideremos, sin pérdida de generalidad, un cliente que ha llegado en el slot n , y llamemos T_n al número de slots que pasan hasta que llega otro cliente. Entonces, la probabilidad de que el próximo cliente llegue en el siguiente slot es:

$$\begin{aligned} P(T_n = 1) &= \sum_{k=1}^{\infty} P(L_n = k, L_{n+1} = k+1 / L_n > 0) = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} P(L_n = k / L_n > 0) \cdot P(L_{n+1} = k+1 / L_n = k) = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P(L_n = k)}{P(L_n > 0)} P_{k,k+1} \end{aligned}$$

y la probabilidad de que hasta que llegue el próximo cliente pasen m slots es:

$$\begin{aligned} P(T_n = m) &= \sum_{k=1}^{\infty} P \left(\begin{array}{l} L_n = k, L_{n+1} = 0, \dots, \\ L_{n+m-1} = 0, L_{n+m} = 1 / L_n > 0 \end{array} \right) = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P(L_n = k)}{P(L_n > 0)} P_{k0} (p_{00})^{m-2} P_{01} \end{aligned}$$

Cuando el sistema se encuentra en equilibrio, las expresiones anteriores se convierten en:

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

$$P(T = 1) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi_k}{1 - \pi_0} (1 - p_{k0}) = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \prod_{j=1}^k (1 - p_{j0})}{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{j=1}^k (1 - p_{j0})}$$

$$P(T = m) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi_k}{1 - \pi_0} p_{k0} (p_{00})^{m-2} p_{01} = \quad m \geq 2$$

$$= e^{-\lambda\tau(m-2)} (1 - e^{-\lambda\tau}) [1 - P(T = 1)]$$

La f.g.p. de esta distribución es:

$$A(z) = \sum_{k=1}^{\infty} P(T = k) z^k = \frac{P(T = 1)z(1-z) + z^2(1 - e^{-\lambda\tau})}{1 - ze^{-\lambda\tau}}$$

Debemos hacer aquí una última puntualización: En cada estación i el canal directo debe servir tanto las peticiones llegadas a través del canal inverso como a los segmentos generados en la propia estación. De acuerdo con nuestro modelo simplificado, las peticiones se generan según un proceso de Poisson homogéneo de parámetro

$$\lambda = \sum_{j=i+1}^{N-1} \lambda_j \quad [\text{ec.3-4}]$$

Dado que los segmentos pueden generarse simultáneamente o no con la llegada de peticiones, asumimos que los clientes globales (sumando segmentos y peticiones) que acceden a nuestro modelo simplificado lo hacen de acuerdo con un PPH de parámetro

$$\lambda = \lambda_i^* + \sum_{j=i+1}^{N-1} \lambda_j$$

donde λ_i^* es la proporción de segmentos que no se generan simultáneamente con la llegada de peticiones. En la sección 3.3.3 mostramos como determinar λ_i^* . En la sección siguiente como estimar λ a partir de datos de simulación, y comprobaremos como su valor concuerda con (ec.3-4).

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

Contraste del patrón de peticiones por el bus inverso

Un primer método para estimar λ es el método de los momentos. Para ello debemos calcular la longitud media de las rachas por el bus inverso.

Como

$$Q^*(z) = E\left[z^{R_{n+1}} / X_n = 0\right] = z^k P(R_{n+1} = k / X_n = 0) \Rightarrow E[R] = Q^{*'}(1)$$

ya hemos visto en (2-9) que,

$$Q^{*'}(z) = \lambda\tau \frac{(Q^*(z))^2}{1 - \lambda\tau P^*(z)}$$

como $P^*(1) = Q^*(1) = 1$, tenemos que

$$E[R] = \frac{\lambda\tau}{1 - \lambda\tau}$$

de donde obtenemos,

$$\lambda = \frac{E[R]}{\tau(1 + E[R])} \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{\bar{R}}{\tau(1 + \bar{R})}$$

La estimación de λ podría realizarse también mediante el método de máxima verosimilitud, obteniéndose el mismo resultado como veremos a continuación.

Sea $X_n =$ "longitud de la n -ésima racha de slots ocupados". Entonces, si se ha observado una muestra de N rachas, la función de verosimilitud es :

$$L(\lambda) = \Pr ob(X_1 = n_1, X_2 = n_2, \dots, X_N = n_N) = \prod_{i=1}^N \frac{(n_i + 1)^{n_i}}{(n_i + 1)!} (\lambda\tau e^{-\lambda\tau})^{n_i} e^{-\lambda\tau}$$

y la log-verosimilitud:

$$\begin{aligned} l(\lambda) = \ln[L(\lambda)] &= \sum_{i=1}^N \left[\ln \left(\frac{(n_i + 1)^{n_i}}{(n_i + 1)!} \right) + n_i (\ln(\lambda\tau) - \lambda\tau) - \lambda\tau \right] = \\ &= \sum_{i=1}^N \left[\ln \left(\frac{(n_i + 1)^{n_i}}{(n_i + 1)!} \right) \right] + (\ln(\lambda\tau) - \lambda\tau) \sum_{i=1}^N n_i - N\lambda\tau \end{aligned}$$

Para determinar el valor de λ que maximiza la verosimilitud, derivamos en la expresión anterior en igualamos a cero :

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

$$l'(\lambda) = \left(\frac{1}{\lambda} - \tau \right) \sum_{i=1}^N n_i - N\tau = 0$$

de donde, despejando, obtenemos el estimador de máxima verosimilitud de λ :

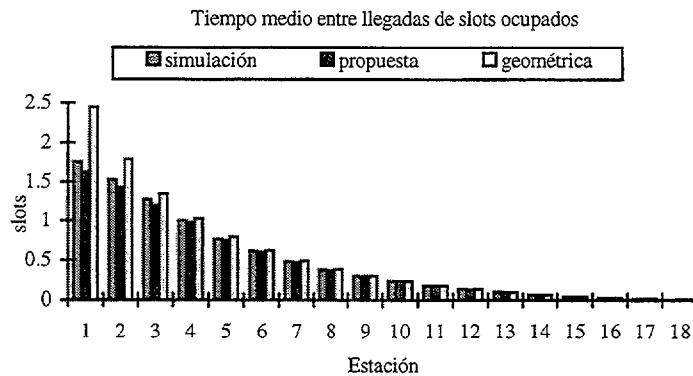
$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i}{(\sum_{i=1}^N n_i + N)\tau} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i / N}{(\sum_{i=1}^N n_i + N)\tau / N} = \frac{\bar{R}}{(\bar{R} + 1)\tau}$$

que coincide con el que ya habíamos obtenido por el método de los momentos.

Mostramos a continuación los resultados obtenidos. En primer lugar se presentan las medias de los tiempos entre llegadas de peticiones a las distintas estaciones que componen la red DQDB. Estas medias corresponden a las obtenidas por simulación, utilizando el modelo propuesto, y suponiendo distribución geométrica (como se hace en el modelo de [Bisdi91] presentado en el capítulo 2. El parámetro para la distribución geométrica se ha estimado en la forma que se muestra en el Apéndice 1:

Estación	Simulación	Propuesta	Geométrica
1	1.755059	1.63055972	2.44413601
2	1.534513	1.42570222	1.787688888
3	1.262838	1.1953943	1.336087854
4	1.003151	0.973225308	1.020704769
5	0.769291	0.74954647	0.790964366
6	0.614566	0.60668819	0.620856762
7	0.484737	0.478112128	0.488606941
8	0.37879	0.37362279	0.38389425
9	0.298682	0.297448162	0.301108921
10	0.23148	0.230858875	0.23347736
11	0.17788	0.17777	0.17858539
12	0.13331	0.132818702	0.133534994
13	0.09584	0.09596193	0.096747285
14	0.066923	0.067130151	0.06735104
15	0.043242	0.04339214	0.04372882
16	0.025043	0.025793332	0.025869108
17	0.01234	0.01277737	0.012787082
18	0.003986	0.00417522	0.0041928

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB



Como puede observarse el comportamiento de la distribución propuesta es, en general, mejor que el obtenido mediante la distribución geométrica. La diferencia es más notoria, sobre todo, en las primeras estaciones. La diferencia fundamental entre la distribución geométrica y la propuesta radica en la falta de memoria de la primera. En nuestro modelo simplificado podemos identificar la memoria del sistema con el estado del buffer donde se acumulan las peticiones de las estaciones posteriores. En efecto, si en nuestro modelo suprimiéramos el buffer, dado que las estaciones generan segmentos independientemente unas de otras, cada slot del bus inverso sería ocupado o no dependiendo de que durante el intervalo τ que dura el slot alguna de las estaciones $i+1$, $i+2$, ..., $N-1$ generase algún cliente. Si se generasen dos o más clientes sólo uno de ellos ocuparía el slot y el resto se perdería. De esta forma, la distribución del número de slots que pasan hasta que se ocupa un slot no tiene memoria y es, por tanto, geométrica. Sin embargo, la presencia del buffer permite que, si en un slot se generan dos o más peticiones, una de ellas ocupará el slot y las demás se conservan en el buffer para ocupar los slots sucesivos, introduciendo una cierta memoria en el proceso. En el protocolo DQDB, en las últimas estaciones la probabilidad de que el buffer esté vacío es muy alta (pues se producen pocas peticiones y el tiempo entre ellas es muy largo, superior en general, al tiempo de servicio), lo que viene a ser equivalente a que no haya buffer y por tanto no haya memoria. Cabe esperar entonces una distribución geométrica y es precisamente esto lo que se observa en la simulación. A medida que una estación tiene más estaciones posteriores, la probabilidad de recibir peticiones va aumentando o, lo que es lo mismo, la probabilidad de encontrar el buffer vacío va disminuyendo y, por tanto el sistema va teniendo “más memoria” y cabe esperar un mayor desajuste con la

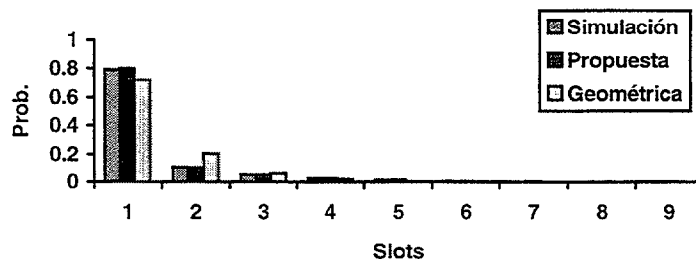
Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

distribución geométrica. Este efecto también se observa al comparar los resultados obtenidos con la simulación.

Un análisis más detallado de las distribuciones obtenidas se muestra a continuación, escogiendo como estaciones más significativas la primera y una de las que ocupan las posiciones centrales en la red:

Estación 1

Tiempo	Simulación	Propuesta	Geométrica
1	0.794971254415737	0.800246792719334	0.72
2	0.108970007619312	0.102522883001562	0.2016
3	5.12294798088246E-02	4.99032445885306E-02	0.056448
4	2.39246380827042E-02	2.42905168831895E-02	0.01580544
5	0.01141511394334	1.18234638913263E-02	0.0044255232
6	5.23654498857103E-03	5.75509772236433E-03	0.001239146496
7	2.16111380480709E-03	2.80130679963093E-03	0.00034696101888
8	9.14317378956847E-04	1.36354240435636E-03	9.71490852864E-05
9	5.6798503844289E-04	6.63707341417544E-04	2.7201743880192E-05



Usando el estadístico χ^2 como medida de discrepancia entre las frecuencias observadas y esperadas de acuerdo con las hipótesis descritas anteriormente observamos que aunque no puede aceptarse que los datos de simulación preceden de ninguna de las dos distribuciones, la diferencia con respecto a la distribución propuesta es sensiblemente menor que con respecto a la geométrica:

Discrepancia con la distribución propuesta: 61.34

Discrepancia con la distribución geométrica: 7656.35

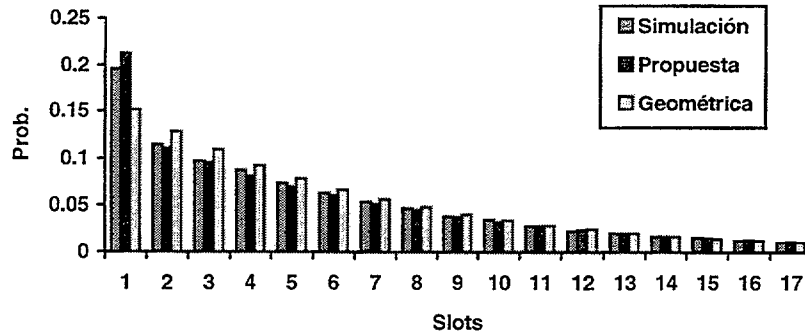
Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

Estación 11

En la siguiente tabla se han truncado los valores con probabilidad inferior a 10^{-3} . El tiempo máximo observado entre llegadas, en este caso fue de 49.

Tiempo	Simulación	Propuesta	Geométrica
1	0.1959229155742	0.2127485971329	0.151578947368421
2	0.113791295228107	0.110726881337651	0.128602770083103
3	9.72732039853173E-02	9.51531494826037E-02	0.109109297565243
4	8.73754588358679E-02	8.17698624496523E-02	9.25706250921954E-02
5	7.42658626114316E-02	7.02689342537997E-02	7.85388671834837E-02
6	6.29916098584164E-02	6.03856111926947E-02	0.066634028368303
7	5.35527005768222E-02	5.18923771626452E-02	5.65337124893181E-02
8	4.66701625589932E-02	4.45937161917141E-02	4.79643918593583E-02
9	3.88699528054536E-02	3.83216116223452E-02	4.06939998301503E-02
10	3.50026219192449E-02	3.29316783337902E-02	3.45256461716854E-02
11	2.82511798636602E-02	2.82998389673117E-02	2.92922850677668E-02
12	2.30073413738857E-02	2.43194676401904E-02	0.024852191331179
13	2.07787100157315E-02	2.08989353962551E-02	2.10851223294003E-02
14	1.74357629785003E-02	1.79595008887055E-02	1.78890616815754E-02
15	1.64525432616675E-02	1.54334977383207E-02	1.51774565424734E-02
16	1.27163083377032E-02	1.32627768396697E-02	1.28768736560354E-02
17	1.11431567907708E-02	0.011397367756897	1.09250107018574E-02
18	8.78342947037231E-03	9.79432839414268E-03	9.2690090796811E-03
19	8.25904562139486E-03	8.41675645977637E-03	7.8640224402347E-03
20	6.48925013109596E-03	7.23293996815063E-03	6.67200219666228E-03
21	6.48925013109596E-03	6.21562722325233E-03	5.66066712685242E-03
22	5.04719454640797E-03	5.34139947912683E-03	4.80262916236111E-03
23	4.32616675406398E-03	4.59013183559097E-03	4.07465168932953E-03
24	3.86733088620871E-03	3.94452995894438E-03	0.003457020275368
25	3.08075511274253E-03	3.38973196289613E-03	2.93300878099643E-03
26	1.90089145254326E-03	2.9129662849245E-03	2.48842639735066E-03
27	2.49082328264289E-03	2.50325768231454E-03	2.11123334343645E-03
28	1.70424750917672E-03	2.15117457984213E-03	1.79121481558924E-03
29	1.44205558468799E-03	1.84861195299729E-03	1.5197043593315E-03
30	1.44205558468799E-03	1.58860474867422E-03	1.28934917223283E-03

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB



Nuevamente utilizando el estadístico χ^2 obtenemos los siguientes resultados:

Discrepancia con la distribución propuesta: 61.37

Discrepancia con la distribución geométrica: 297.01

En este caso, si bien la discrepancia con la distribución geométrica ha disminuido notablemente, el aumento en los grados de libertad (48) da lugar a que se puede aceptar que la distribución muestral concuerda con la distribución propuesta pero no con la geométrica.

3.3.2 Llegadas simultáneas

Como hemos visto, en el protocolo DQDB pueden llegar simultáneamente a la cola distribuida segmentos y peticiones. Para reflejar esta simultaneidad en nuestro modelo hemos empleado un sistema de colas $G^{(G)}/G/1$ donde el superíndice (G) denota llegadas en lotes.

Mientras que las llegadas de las peticiones se producen slot a slot (tiempo discreto), los segmentos se generan en tiempo continuo. Esto significa que durante el período de duración de un slot, τ , se puede producir la llegada de uno o más clientes locales junto con una petición. De hecho existen tres maneras en que se pueden producir las llegadas a la cola distribuida:

- ninguna petición y uno o más clientes locales
- una petición y ningún cliente local
- una petición y uno o más clientes locales

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

En la sección anterior ya hemos visto como modelizar el proceso de llegada de peticiones. Como hemos señalado allí, esta modelización se lleva a cabo mediante el proceso de salida de una cola a la que los clientes llegan de acuerdo con un PPH (Λ_i),

donde $\Lambda_i = \sum_{j=i+1}^N \lambda_j$, y salen a intervalos regulares de período τ . Podemos añadir a este

modelo los segmentos locales que no llegan simultáneamente con peticiones, simplemente modificando la tasa del PPH anterior de la siguiente forma:

$$\Lambda_i^* = \Lambda_i + \beta \lambda_i$$

donde β es precisamente la proporción de segmentos que no llegan simultáneamente con peticiones, β es fácil de determinar; dado que la generación de segmentos es independiente de la llegada de peticiones, será simplemente:

$$\beta = (1 - e^{-\lambda_i \tau})(1 - \Lambda_i)$$

esto es, la probabilidad de que en un slot se genere al menos un segmento por la probabilidad de que ese slot no venga ocupado por ninguna petición.. De esta forma queda completamente definido el proceso de llegadas. Debemos ahora determinar cuando estas llegadas son unitarias (sólo un segmento o sólo una petición) y cuando son múltiples (varios segmentos, o una petición y uno o varios segmentos). Dicho de otra forma, debemos determinar la distribución de probabilidad del número de clientes que pueden llegar a la estación en un mismo slot. Para ello, llamemos:

$$p_R = \frac{\Lambda_i}{\beta \lambda_i + \Lambda_i}$$

a la probabilidad de que la próxima llegada incluya una petición, y

$$p_{NR} = 1 - p_R$$

a la probabilidad de que la siguiente llegada incluya sólo segmentos.

Considerando ahora:

$$\begin{aligned} Y &= \text{“Número total de clientes (peticiones y/o segmentos) que llegan en un slot”} \\ &= \text{“Tamaño del lote”} \end{aligned}$$

$$X = \text{“Número de segmentos que se generan durante un período de duración } \tau \text{”}.$$

se tiene:

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

$$\begin{aligned}
 P(Y = k) &= P\left(Y = k / \text{llega una petición}\right)P_R \\
 &+ P\left(Y = k / \text{no llega una petición}\right)P_{NR} = \\
 &= P(X = k - 1) \frac{\Lambda_i}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} + P(X = k / X \geq 1) \frac{\beta\lambda_i}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} = \\
 &= e^{-\lambda_i\tau} \frac{(\lambda_i\tau)^{k-1}}{(k-1)!} \frac{\Lambda_i}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} + \\
 &+ \frac{e^{-\lambda_i\tau} (\lambda_i\tau)^k}{1 - e^{-\lambda_i\tau}} \frac{\beta\lambda_i}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} = \\
 &= e^{-\lambda_i\tau} \frac{(\lambda_i\tau)^{k-1}}{(k-1)!} \frac{1}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} \left[\Lambda_i + \frac{\beta\lambda_i}{1 - e^{-\lambda_i\tau}} + \lambda_i\tau \right]
 \end{aligned}$$

la f.g.p. de esta distribución es:

$$\mathbb{E}[z] = \frac{e^{-\lambda_i\tau(1-z)}}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} \left[\Lambda_i z + \frac{\beta\lambda_i}{1 - e^{-\lambda_i\tau}} \right] - \frac{\beta\lambda_i}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} \frac{e^{-\lambda_i\tau}}{1 - e^{-\lambda_i\tau}}$$

3.3.3 Distribución del tiempo de servicio

El tiempo de servicio es el tiempo que tarda en llegar un slot libre por el canal directo. Obviamente, este tiempo depende del patrón de ocupación de slots por este canal. En [Conti92] y [Conti94] se desarrollan modelos para este patrón utilizando procesos de Markov en tiempo discreto. Estos autores muestran que un proceso markoviano de primer orden produce una buena aproximación, que puede ser mejorada utilizando procesos de órdenes superiores. En lo que sigue, consideramos la aproximación mediante un proceso de Markov de primer orden [Conti92].

De los resultados de [Conti92] podemos obtener para cada estación, tanto la distribución de las rachas de slots ocupados que se reciben por el bus directo, como la distribución del tiempo de servicio observado por los clientes de la estación. Concretamente el trabajo de Conti permite obtener numéricamente, de modo recursivo las probabilidades de transición siguientes, para todos los nodos de la red:

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

$P(E/E)$ = Prob (un slot que llega libre por el bus directo sea seguido por otro slot también libre)

$P(B/E)$ = Prob (un slot que llega libre por el bus directo sea seguido por uno ocupado)

$P(E/B)$ = Prob (un slot que llega ocupado por el bus directo sea seguido por uno libre)

$P(B/B)$ = Prob (un slot que llega ocupado por el bus directo sea seguido por otro slot también ocupado)

así como las probabilidades en el equilibrio:

$\pi(E)$ = Prob (llegue un slot libre por el bus directo)

$\pi(B)$ = Prob (llegue un slot ocupado por el bus directo)

A partir de las probabilidades de transición anteriores, la probabilidad de observar una racha de k slots sucesivos ocupados por el canal directo es: (llamando R a la longitud de la racha)

$$P(R = k) = P(E BB \dots k \text{ veces} \dots BE) = P\left(\frac{B}{E}\right) P\left(\frac{B}{B}\right)^{k-1} P\left(\frac{E}{B}\right) \quad k \geq 1$$

Puede comprobarse que la distribución de la duración de una racha de slots ocupados obtenida de esta forma se ajusta bastante a lo observado en simulación, siendo mejor el ajuste para las estaciones superiores de la red.

Si se compara con las longitudes que produce la distribución geométrica se comprueba la mejor aproximación de la distribución obtenida a partir de [Conti92].

Se muestra a continuación las distribuciones de longitud de racha de slots ocupados en algunas estaciones significativas: Al principio Conti y Geométrica dan

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

resultados parecidos y distintos de la simulación. A medida que se avanza hacia estaciones posteriores Conti comienza a parecerse más a la simulación que la geométrica.

Estación 4

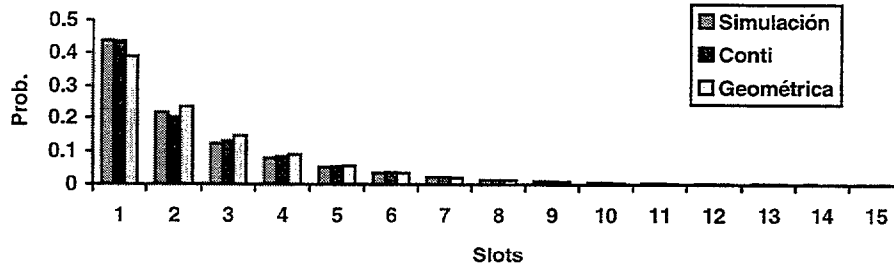
Tiempo	Simulación	Conti	Geométrica
1	0.589149457472874	0.777179612907942	0.772631578947368
2	0.143577178858943	0.16871440221958	0.175672022160665
3	3.03415170758538E-02	0.040967790305877	3.99422703017933E-02
4	6.13030651532577E-03	9.94793461889482E-03	9.08161093177615E-03
5	1.17005850292515E-03	2.4155904539379E-03	2.06487153817226E-03
6	2.4001200060003E-04	5.8656167985593E-04	4.69486581310746E-04



Estación 11

Tiempo	Simulación	Conti	Geométrica
1	0.43819936351504	0.436091962792604	0.389473684210526
2	0.215557950929063	0.202857140582804	0.237783933518006
3	0.122087054717175	0.129882441216537	0.145173348884677
4	7.75587721999795E-02	8.31592542806312E-02	8.86321498453818E-02
5	5.01488553536598E-02	5.32440067166692E-02	5.41122599056015E-02
6	3.23375423467816E-02	3.40903039086656E-02	3.30369586792093E-02
7	2.11733908222975E-02	0.021826847606894	2.01699326673067E-02
8	1.41669233138282E-02	1.39749788599999E-02	1.23142746810925E-02
9	9.52160969099682E-03	8.9476977003202E-03	7.51818875266702E-03
10	6.74982034698696E-03	5.72890270091727E-03	4.59005208057565E-03
11	4.54265475823837E-03	3.66801911014525E-03	2.80234758603566E-03
12	2.6691304794169E-03	2.34850631871205E-03	1.71090694726388E-03
13	1.87352427882148E-03	1.50366771911721E-03	1.04455371517163E-03
14	1.15491222667077E-03	9.62746657950282E-04	6.37727531367943E-04
15	9.23929781336618E-04	6.16413530469751E-04	3.89349440203586E-04

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB



La duración del tiempo de servicio es el número de slots que transcurren desde que un cliente alcanza la cabecera de la cola distribuida hasta que pasa un slot libre por el bus directo; si cuando el cliente alcanza la cabecera el primer slot que pasa por el bus directo está libre, se computa un tiempo de servicio igual a la unidad. Suponiendo que el sistema se encuentra en régimen estacionario, si S es el tiempo de servicio se tiene:

$$P(S = k) = \begin{cases} \pi(E) & \text{si } k = 1 \\ \pi(B)P(B/B)^{k-2}P(E/B) & \text{si } k \geq 2 \end{cases}$$

Nuevamente comparando con la simulación, se aprecia un grado aceptable de concordancia, que ahora va empeorando a medida que nos aproximamos a las estaciones superiores de la red. De hecho, en este caso, al comparar con la distribución geométrica, no se aprecian realmente grandes diferencias con la distribución obtenida a partir de [Conti92]. Posiblemente ello se debe, como señalan los propios autores en [Conti94] a que es preciso emplear procesos de Markov de órdenes superiores, para recoger adecuadamente la “inercia” que hay en los patrones de ocupación por el bus directo.

Si llamamos $B(z)$ a la función generatriz de probabilidades de los tiempos de servicio, tenemos:

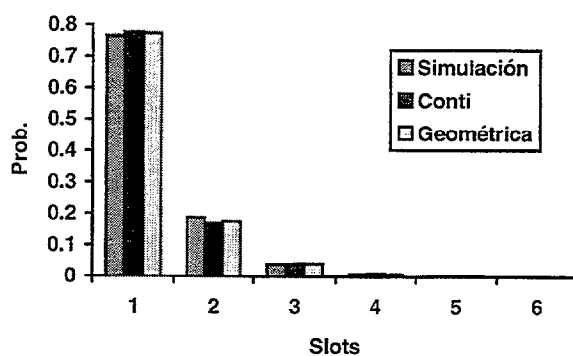
$$B(z) = \sum_{k=1}^{\infty} P(S = k)z^k = \pi(E)z + \pi(B)P(E/B) \sum_{k=2}^{\infty} P(B/B)^{k-2} z^k = z \left[\pi(E) + \frac{\pi(B)P(E/B)z}{1 - P(B/B)z} \right]$$

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Estación 4

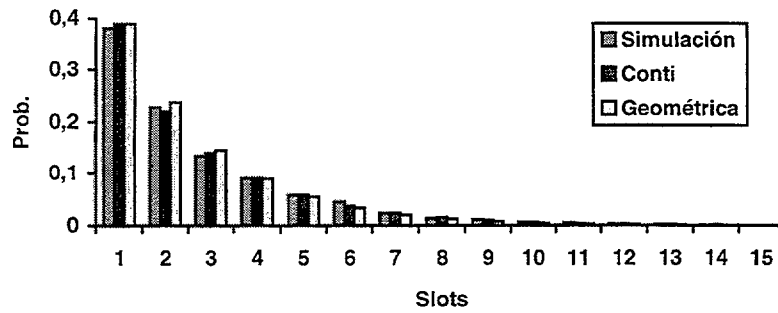
Tiempo	Simulación	Conti	Geométrica
1	0.76440592196603	0.777179612907942	0.772631578947368
2	0.186287612399279	0.16871440221958	0.175672022160665
3	3.93673201935928E-02	0.040967790305877	3.99422703017933E-02
4	7.95391143001726E-03	9.94793461889482E-03	9.08161093177615E-03
5	1.51812012612075E-03	2.4155904539379E-03	2.06487153817226E-03
6	3.11409256640154E-04	5.8656167985593E-04	4.69486581310746E-04



Estación 11

Tiempo	Simulación	Conti	Geométrica
1	0.379464285714286	0.389473684210526	0.389473684210526
2	0.228466386554622	0.219627340807091	0.237783933518006
3	0.134191176470588	0.140619822895894	0.145173348884677
4	8.98109243697479E-02	0.090034030001032	8.86321498453818E-02
5	5.77731092436975E-02	5.76456888601546E-02	5.41122599056015E-02
6	4.46428571428571E-02	3.69085494020835E-02	3.30369586792093E-02
7	0.023109243697479	0.023631273142919	2.01699326673067E-02
8	0.013655462184874	1.51302903907602E-02	1.23142746810925E-02
9	1.12920168067227E-02	9.68740388739185E-03	7.51818875266702E-03
10	6.30252100840336E-03	6.20251109884609E-03	4.59005208057565E-03
11	5.25210084033614E-03	3.9712542574362E-03	2.80234758603566E-03
12	2.62605042016807E-03	2.54265734085332E-03	1.71090694726388E-03
13	1.57563025210084E-03	1.62797593251283E-03	1.04455371517163E-03
14	7.8781512605042E-04	1.04233692611981E-03	6.37727531367943E-04
15	5.25210084033613E-04	6.67372438286545E-04	3.89349440203586E-04

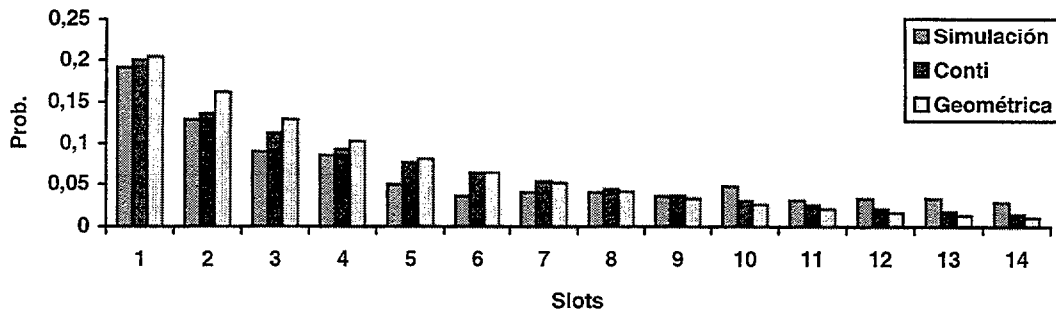
Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB



Estación 19

Tiempo	Simulación	Conti	Geométrica
1	0.191	0.2	0.204
2	0.129	0.136	0.162
3	9.09E-02	0.113	0.129
4	8.61E-02	0.093	0.102
5	5.02E-02	7.78E-02	0.081
6	3.58E-02	6.45E-02	6.517E-02
7	4.06E-02	5.35E-02	5.186E-02
8	4.06E-02	4.44E-02	4.127E-02
9	3.58E-02	3.68E-02	3.284E-02
10	4.78E-02	0.034	2.613E-02
11	3.11E-02	2.53E-02	2.079E-02
12	3.34E-02	2.10E-02	0.0165
13	3.34E-02	1.74E-02	1.31E-02
14	2.87E-02	1.44E-02	1.04E-02
15	7.17E-03	1.20E-02	8.34E-03
16	4.78E-03	9.97E-03	6.63E-03
17	2.39E-02	8.27E-03	5.28E-03
18	1.91E-02	6.86E-03	4.20E-03
19	9.56E-03	5.69E-03	3.34E-03
20	4.78E-03	4.72E-03	2.66E-03
21	9.56E-03	3.92E-03	2.11E-03
22	9.56E-03	3.25E-03	1.68E-03
23	2.39E-03	2.70E-03	1.34E-03
24	7.17E-03	2.24E-03	1.06E-03
27	7.17E-03	1.27E-03	5.38E-04
28	9.56E-03	1.06E-03	4.28E-04
29	9.56E-03	8.80E-04	3.40E-04

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB



Se aprecia que tanto la distribución obtenida a partir de [Conti92] como la distribución geométrica producen un tiempo medio de servicio inferior al observado en simulación debido fundamentalmente a que estas dos distribuciones asignan mayor probabilidad de lo que se observa en simulación a servicios de corta duración; asimismo, asignan menor probabilidad que la observada en simulación a los servicios de larga duración. Ello produce precisamente los tiempos medios de servicio más bajos.

3.4 Análisis del retardo de acceso al medio: modelo $G^{(G)}/G/1$

El tiempo que debe esperar cada cliente local generado en el nodo i para acceder al bus directo depende de:

- Las peticiones previas que pueda haber en la cola distribuida de la estación y que aún no han sido servidas.
- Los clientes locales previos que pueda haber en la cola local y que aún no han podido acceder a la cola distribuida.
- Una vez que el cliente local ocupa la cabecera de la cola distribuida, debe esperar a que llegue un slot libre por el bus directo.

Con objeto de obtener una aproximación del tiempo de espera de los clientes locales en el nodo i supondremos, para simplificar nuestro análisis, que dichos clientes acceden siempre directamente a la cola distribuida compartiéndola con las peticiones, sin esperar a que un segmento eventual que pueda haber en esa cola haya salido por el canal directo. Ello significa que, en nuestro modelo, los segmentos pueden acceder a la cola distribuida más rápidamente que en la definición original de DQDB. De esta

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

forma, en la cola distribuida no se distingue entre peticiones y segmentos, considerándose todos como una clase única de clientes. Dado que, tal como se ha descrito anteriormente, en esta cola se producen llegadas simultáneas, podemos representar el comportamiento de la misma mediante un modelo de colas $G^{(G)}/G/1$ en tiempo discreto, donde la distribución del tiempo entre llegadas tiene la distribución obtenida en 3.3.1, el número de llegadas simultáneas la obtenida en 3.3.3 y el tiempo de servicio la obtenida en 3.3.4. Las funciones generatrices de probabilidad de estas distribuciones son, como hemos visto:

Tiempo entre llegadas:

$$A(z) = \sum_{k=1}^{\infty} P(T = k)z^k = t_1 z + (1-t_1)(1-e^{-\lambda\tau}) \sum_{k=2}^{\infty} e^{-\lambda\tau(k-2)} z^k = \frac{t_1 z(1-z) + z^2(1-e^{-\lambda\tau})}{(1-ze^{-\lambda\tau})}$$

Número de llegadas simultáneas en un slot:

$$E[z] = \frac{e^{-\lambda_i\tau(1-z)}}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} \left[\Lambda_i z + \frac{\beta\lambda_i}{1-e^{-\lambda_i\tau}} \right] - \frac{\beta\lambda_i}{\Lambda_i + \beta\lambda_i} \frac{e^{-\lambda_i\tau}}{1-e^{-\lambda_i\tau}}$$

Tiempo de servicio:

$$B(z) = \sum_{k=1}^{\infty} P(S = k)z^k = \pi(E)z + \pi(B)P\left(\frac{E}{B}\right) \sum_{k=2}^{\infty} P\left(\frac{B}{B}\right)^{k-2} z^k = z \left[\pi(E) + \frac{\pi(B)P\left(\frac{E}{B}\right)z}{1-P\left(\frac{B}{B}\right)z} \right]$$

Como hemos visto en el capítulo 2, de acuerdo con [Vinck94], si llamamos $W(z)$ a la función generatriz de probabilidades del tiempo de espera en cola, para el modelo $G^{(G)}/G/1$ en tiempo discreto se tiene, cuando la f.g.p. $A(z)$ es racional:

$$W(z) = \left[\frac{A'(1)}{E'(1)} - B'(1) \right] \frac{(z-1)[E(B(z))-1]}{[B(z)-1][1-E(B(z))A(1/z)]} \prod_{\alpha \in S_A^{-1}} \left(\frac{1-\alpha}{z-\alpha} \right)^{m_\alpha} \prod_{\beta \in \Omega} \left(\frac{z-\beta}{1-\beta} \right)^{m_\beta}$$

siendo S_A^{-1} el conjunto de valores α para los que $1/\alpha$ es singularidad de $A(z)$, y Ω el conjunto de las raíces dentro del círculo unidad de la ecuación $Q_A(z) - E(B(z))P_A(z) = 0$, con $A(1/z) = P_A(z)/Q_A(z)$.

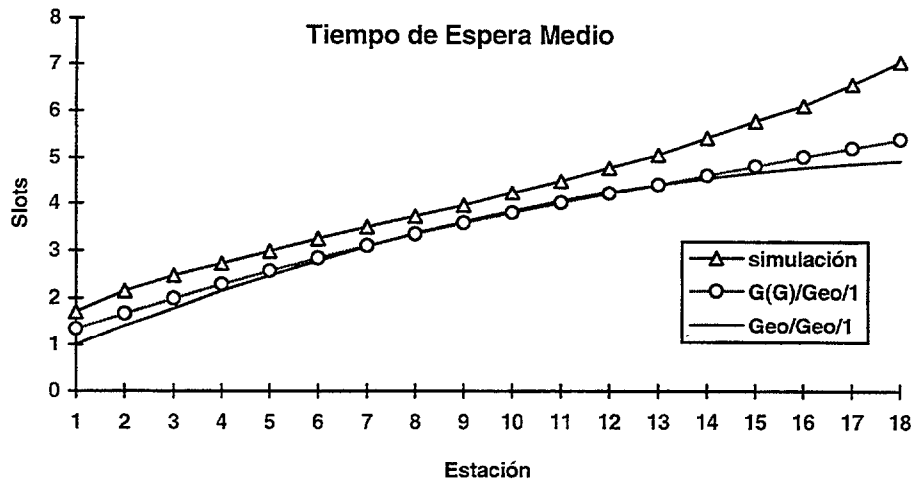
Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

Desde luego, en este caso la f.g.p. $W[z]$ así obtenida es una aproximación a la distribución real en DQDB ya que, por una parte hemos simplificado el modelo (cola local y distribuida se consideran una sola) y estamos usando aproximaciones para las f.g.p. $A[z]$, $E[z]$ y $B[z]$ de DQDB. Asimismo Vinck y Bruneel suponen que $A[z]$ y $E[z]$ corresponden a variables aleatorias independientes y ello no es válido en nuestro caso particular. No obstante, veremos a continuación como la aproximación obtenida resulta bastante razonable.

En primer lugar mostramos los tiempos medios de espera comparando los resultados de simulación con diversos modelos alternativos, en los que se emplea la distribución geométrica, ampliamente utilizada en la literatura sobre la modelización del protocolo DQDB:

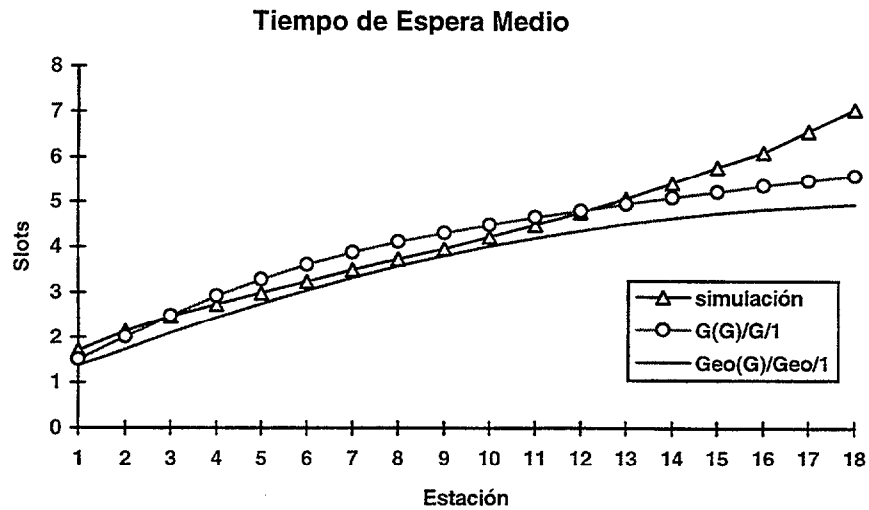
Estación	simulación	$G^{(G)}/Geo/1$	Geo/Geo/1
1	1.708814	1.34023	1
2	2.138608	1.67111	1.4
3	2.469216	1.98473	1.77894736842105
4	2.735692	2.28457	2.13684210526316
5	2.984953	2.57149	2.47368421052631
6	3.245335	2.84494	2.78947368421053
7	3.48956	3.10419	3.08421052631579
8	3.726731	3.34908	3.35789473684209
9	3.956138	3.58035	3.61052631578947
10	4.231226	3.7997	3.84210526315789
11	4.495204	4.00967	4.05263157894737
12	4.776714	4.21342	4.2421052631579
13	5.064227	4.41424	4.41052631578945
14	5.428919	4.61506	4.55789473684209
15	5.786379	4.81748	4.68421052631575
16	6.111177	5.02071	4.78947368421054
17	6.583924	5.22026	4.87368421052636
18	7.055403	5.40729	4.9368421052631

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB



Como puede apreciarse, se consigue una mejor aproximación utilizando la distribución del tiempo entre llegadas propuesta en 3.3.1 que utilizando la distribución geométrica.

estación	simulación	$G^{(G)}/G/1$	$Geo^{(G)}/Geo/1$
1	1.708814	1.50259	1.36
2	2.138608	2.00968	1.73905817174515
3	2.469216	2.48281	2.09707602339182
4	2.735692	2.9105	2.43405572755418
5	2.984953	3.28038	2.75
6	3.245335	3.60167	3.04491228070174
7	3.48956	3.87943	3.3187969924812
8	3.726731	4.11506	3.5716599190283
9	3.956138	4.31506	3.8035087719299
10	4.231226	4.49701	4.01435406698544
11	4.495204	4.65869	4.2042105263159
12	4.776714	4.80902	4.37309941520418
13	5.064227	4.95241	4.52105263157894
14	5.428919	5.09303	4.64812030075209
15	5.786379	5.22956	4.75438596491387
16	6.111177	5.36168	4.83999999999609
17	6.583924	5.48316	4.90526315789169
18	7.055403	5.58558	4.95087719299234



Puede observarse como los resultados empeoran notablemente en las últimas estaciones. Ello se debe a que en las mismas, la distribución del tiempo de servicio se ajusta mal a la simulación, tanto si se usa la aproximación debida a Conti como si se emplea la distribución geométrica (que como hemos visto son muy similares en este caso). Así, por ejemplo, en la penúltima estación (en que no puede haber peticiones en cola, sólo segmentos, por ser la última que transmite) ya hemos visto que tanto la aproximación de Conti como la aproximación geométrica producen tiempos de servicio de alrededor de 1.5 slots menos que lo observado en simulación. Precisamente esta diferencia es la que se observa en los tiempos medios de espera obtenidos usando la f.g.p. teórica $W(z)$. Ello se debe a que como los segmentos llegan a la estación muy esporádicamente, casi nunca hacen cola y su tiempo en el sistema coincide prácticamente, con el tiempo de servicio, que queda mal determinado por las distribuciones que hemos utilizado. De hecho, si recalculamos la distribución del tiempo de espera medio utilizando la distribución muestral del tiempo de servicio, los resultados son los siguientes:

Capítulo 3: Modelo Analítico de DQDB

Tiempo de Espera en cola estación 19

Espera	Prob
0	0.972508948370908
1	3.57881850277687E-03
2	2.98480234495077E-03
3	2.61075855983605E-03
4	2.19148375319879E-03
5	1.96011698835649E-03
6	1.82506228228418E-03
7	1.66037037706842E-03
8	1.48538250276512E-03
9	1.36288699090496E-03
10	1.13325076536772E-03
11	1.00960114666963E-03
12	8.71050155104335E-04
13	7.22443087898505E-04
14	5.59360471490413E-04
15	5.22508192817587E-04
16	5.39087430657021E-04
17	4.29709221218477E-04
18	3.29960989718525E-04
19	2.78797573626773E-04
20	2.66564582491406E-04
21	2.25435827917278E-04
22	1.6997235488165E-04
23	1.67923782024542E-04
24	1.22536699546023E-04
25	1.20962970145845E-04
26	1.34072043789501E-04
27	1.08438811922257E-04
28	6.8171032293703E-05

De hecho, ahora obtenemos un tiempo medio de espera en cola de 0.2015, que unido al tiempo medio de servicio nos da un tiempo medio de espera en el sistema de 7.319, del mismo orden que el obtenido en la simulación (7.3756). Ello significa que el modelo que estamos utilizando podría dar mejores predicciones si dispusiéramos de una distribución del tiempo de servicio mejor que la geométrica o la proporcionada en [Conti92] que hemos empleado.

Capítulo 4

4. REUTILIZACIÓN DE SLOTS

4.1 Introducción

Tal como se han definido las especificaciones básicas del comportamiento de DQDB, es claro que, en condiciones generales, este protocolo realiza un uso ineficiente del ancho de banda disponible en la red. De acuerdo con esas especificaciones, una vez que un slot ha transportado un segmento hasta su destino, el slot continúa ocupado con el segmento hasta el final del bus, sin poder ser reutilizado por estaciones posteriores que deseen transmitir. El posibilitar de algún modo la reutilización de slots traería de inmediato dos consecuencias positivas: por una parte, aumentaría la capacidad de la red para la transmisión de datos; por otra, se reducirían los tiempos de espera para la transmisión. Como contrapartida negativa, habría que señalar que se incrementa el tiempo de *latencia* (tiempo que transcurre entre la llegada y la salida de un slot a un nodo) y se añade complejidad al nodo que implementa la reutilización.

El aumento en la capacidad de la red conseguido a través de la reutilización se mide en términos de *rendimiento del protocolo de reutilización*, definido como el número máximo de segmentos que se transportan por cada 100 slots: un rendimiento del 100% significa que cada slot transporta como máximo un segmento; un rendimiento del 200% significa que cada slot llega a transportar hasta dos segmentos (esto es, en media cada slot es reutilizado una vez).

Para aumentar el rendimiento del protocolo DQDB, se han propuesto varias alternativas basadas en la liberación de los slots que ya han transportado los segmentos a su destino a través del bus directo, de tal forma que esos slots puedan ser reutilizados por otros nodos de la red. Tal liberación puede ser realizada por cualquier estación cuando es destino [Banerjee92], [Rodriguez90], o bien sólo por determinadas estaciones

Capítulo 4: Reutilización de Slots

(nodos borradores) [Garret91]. En [Garret91] aparecen descritos distintos protocolos de reutilización de slots en DQDB, mostrando las ventajas e inconvenientes de cada uno.

La liberación de slots por el bus directo puede llevar aparejada la realización de alguna acción sobre el bus inverso. En tal sentido se han planteado básicamente dos políticas alternativas. La primera [8026_1988] consiste en eliminar una petición del bus inverso por cada slot que se reutilice en el bus directo (pues ya no es preciso que la cabecera de la red envíe un slot libre para servir a la estación que ha enviado su segmento reutilizando un slot) y recibe el nombre de protocolo *contador básico*. Este protocolo presenta fundamentalmente dos deficiencias: en primer lugar, el protocolo puede dar lugar a que se eliminen peticiones mucho después de haber liberado el slot por el bus directo, lo que incrementaría el retardo en las primeras estaciones [Zuk90]; en segundo lugar, si un nodo borrador recibe una tasa de peticiones por el bus inverso superior a la tasa de llegadas de slots ocupados por el bus directo, aunque todos estos slots fuesen liberados, no se podrían eliminar todas las peticiones, que continuarían su camino a través del canal inverso. Esto puede resultar en un incremento del ancho de banda poco óptimo en condiciones de sobrecarga [Hassa94], [Todd94]. Por estas razones no tomamos en consideración esta política. Otras alternativas basadas en este protocolo intentan paliar estas deficiencias [Luci91], [Yoko93], [Zuk90], [Brew95].

La segunda alternativa, en lugar de eliminar peticiones, introduce en el canal inverso lo que se llaman *peticiones negativas*, cuyo efecto es comunicar a las estaciones anteriores de la red que se ha liberado un slot por el bus directo. La implementación de las peticiones negativas (en adelante RQ⁻) se consigue modificando el Campo de Control de Acceso en los slots de DQDB introduciendo en el mismo un bit de petición negativa, NREQ, que puede estar activo o inactivo. Hay diversos protocolos de reutilización que emplean peticiones negativas, introduciéndolas en el canal inverso de modo condicional o incondicional, como veremos más adelante.

Capítulo 4: Reutilización de Slots

En este capítulo nos hemos planteado dos objetivos: en primer lugar, realizar una revisión de los mecanismos de reutilización más habituales (recopilados en [Garret91]), mostrando sus características básicas, presentando modelos analíticos aproximados de los mismos que permitan comparar sus rendimientos, y contrastando estos modelos con la simulación. En segundo lugar, proponer un nuevo protocolo de reutilización que, en general, mejora los tiempos de espera en el sistema y el grado de equidad entre las distintas estaciones.

4.2 Protocolos básicos de reutilización de slots

4.2.1 Protocolo 1.

El primer protocolo descrito en [Garret91], tal como se indica allí, es el menos inteligente de los posibles. En él los nodos borradores liberan por el bus directo los slots ya utilizados, sin realizar ninguna acción sobre los bits de petición del bus inverso. De esta forma, si bien por el canal directo circulan más slots libres, por el bus inverso circula la misma cantidad de peticiones que en el protocolo DQDB estándar. Como quiera que cada petición que llega a través del bus inverso obliga a cada estación a dejar pasar un slot libre por el bus directo, el ancho de banda que realmente se emplea es el mismo que en el protocolo estándar y, por tanto, el máximo rendimiento teórico de la red sigue siendo del 100%, si bien las últimas estaciones de la red pueden verse beneficiadas por este protocolo pues, al recibir más slots libres por el canal directo, reducen su tiempo de espera para el acceso a este canal. En caso de existir estaciones que, al recibir más slots libres por el canal directo, puedan incrementar su tasa de generación de segmentos, introducirían más peticiones en el canal inverso, dando lugar a una posible inestabilidad en las primeras estaciones (por ser éstas, en definitiva, quienes reciben las peticiones de todas las estaciones posteriores).

4.2.2 Protocolo 2.

El segundo protocolo de reutilización emplea el concepto de petición negativa (RQ^-) introducido más arriba, para indicar a las estaciones anteriores que un slot ha sido liberado por el bus directo. Los nodos que observen el bit de petición negativa activo decrementan, en primera instancia, el contador de cuenta regresiva, y si ello no fuera posible por estar ese contador a cero, decrementan el contador de peticiones; si ello tampoco fuera posible, el RQ^- no tiene efecto.

Con este protocolo, a través del canal inverso se envía un RQ^- por cada slot que se libera por el bus directo. No se tiene en cuenta si efectivamente el slot liberado va a poder ser utilizado por una estación posterior a la que libera. Por ello, es posible que en muchos casos, cuando una estación recibe uno de estos RQ^- elimine una petición (en adelante RQ^+) de su cola distribuida, de modo injustificado porque la estación que había enviado dicho RQ^+ puede no haber sido atendida por el slot liberado.

Este protocolo mejora el rendimiento del anterior, ya que ahora las peticiones negativas se encargan de ampliar el ancho de banda disponible en el canal inverso. En condiciones de carga graduada, como las que hemos mostrado en el capítulo anterior para el análisis del protocolo estándar, este protocolo de reutilización mejora de modo general los tiempos de espera para la transmisión en las distintas estaciones. Sin embargo cuando, en lugar de carga graduada, existen en la red estaciones que generan tráfico persistente, este protocolo presenta graves problemas de falta de equidad entre las estaciones. En efecto, las estaciones posteriores a aquélla que genere tráfico persistente serán destino muchas veces y por tanto, enviarán un número elevado de RQ^- a través del canal inverso; muchos de estos RQ^- servirán para cancelar las propias peticiones de estas estaciones que, en consecuencia, no se garantizan en un plazo razonable la recepción de slots libres por el canal directo para transmitir sus segmentos.

Capítulo 4: Reutilización de Slots

4.2.3 Protocolo 3.

El tercer protocolo prevé este problema, y consiste en un pequeño refinamiento del anterior. La idea de este protocolo consiste en que una estación que es destino libera siempre el slot por el canal directo, pero sólo envía la petición negativa correspondiente por el canal inverso cuando puede estar segura de que alguna estación posterior va a utilizar el slot liberado; esta seguridad sólo la tiene cuando alguno de sus contadores de cuenta regresiva o de peticiones tiene un valor no nulo. Llamaremos a esta descripción *protocolo 3 básico*.

Este protocolo admite un cierto grado adicional de sofisticación cuando se requiere además que un nodo que recibe un slot con el bit de NREQ activo (recibe un RQ⁻), compruebe el valor de sus contadores de cuenta regresiva y de peticiones, y sólo si alguno de ellos tiene un valor distinto de cero permite que el RQ⁻ continúe su viaje a través del canal inverso. Si ambos contadores están a cero, ello indica que no hay estaciones posteriores esperando un slot por el bus directo para transmitir y la estación desactiva el bit de NREQ de ese slot; en consecuencia las estaciones anteriores ya no reciben la petición negativa y, servirán todas las peticiones que tengan en cola (dejando pasar los correspondientes slots libres por el bus directo).

En cualquiera de sus dos versiones, este protocolo, aún en condiciones de tráfico persistente, muestra un comportamiento más equitativo, en relación al protocolo anterior.

4.3 Análisis del protocolo 2

Para construir un modelo que nos permita obtener una aproximación del tiempo de espera en el acceso al canal directo cuando se utiliza el protocolo 2, haremos las siguientes hipótesis simplificadoras en lo que se refiere a los procesos de llegadas de slots por ambos canales a la estación i :

Capítulo 4: Reutilización de Slots

- A través del canal directo, los slots llegan ocupados o libres independientemente, con probabilidades respectivas α_i y $1-\alpha_i$.
- Cada slot ocupado que recibe la estación i , tiene su destino en ella con probabilidad μ_i . Se asume independencia entre las sucesivas veces que la estación i es destino.
- Los slots que llegan a través del canal inverso, no pueden traer simultáneamente activados los bits de petición y de petición negativa (se cancelarían). Supondremos que llegan independientemente:
 - con el bit de petición activado, con probabilidad β_{i+1} .
 - con el bit de petición negativa activado, con probabilidad ν_{i+1} .
 - con ambos bits desactivados, con probabilidad $1 - \beta_{i+1} - \nu_{i+1}$.
- En cada slot, la probabilidad de que la estación genere un segmento para ser transmitido es λ_i . Los sucesivos segmentos se generan independientemente y, asimismo, el proceso de generación de segmentos es independiente de cualquier otro proceso que ocurra en la red.

Como comprobaremos, estas hipótesis simplifican notablemente el análisis de los distintos protocolos de reutilización. En general dan lugar a distribuciones geométricas para los tiempos entre llegadas y los tiempos de servicio que se observan en las distintas colas de la red. En el capítulo anterior hemos realizado una crítica de la hipótesis geométrica por su falta de ajuste al comportamiento real del protocolo DQDB, razón por la cual se introdujeron algunas distribuciones nuevas. Sin embargo, en el caso que ahora nos ocupa, la presencia de peticiones negativas añade problemas adicionales a los allí planteados, lo que dificulta enormemente un análisis similar al realizado en aquel capítulo. Por esta razón nos hemos decantado en este caso por el empleo de distribuciones geométricas que, si bien, no se ajustan completamente a los patrones de llegadas y servicios observados, permiten a cambio simplificar el análisis de los mismos. En todo caso, como veremos, los resultados que se obtienen, si bien para algunas variables se apartan en cierta medida de lo que se observa en simulación, la aproximación es suficiente para obtener una percepción de la forma en que responde la red a modificaciones en los parámetros que la caracterizan.

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Así pues, nuestra idea para modelar el tiempo de acceso al canal directo es utilizar una cola $Geo^{(G)}/Geo/1$, que corresponde a la cola distribuida que ya vimos en el capítulo anterior. Como en aquel caso, supondremos que a esta cola acceden directamente tanto los segmentos locales como las peticiones externas. El servidor de la cola es el canal directo que, de acuerdo con las hipótesis anteriores, tiene un tiempo de servicio con distribución geométrica de parámetro α_i .

Como se acaba de decir, los clientes que acceden a esta cola son de dos clases: los segmentos generados localmente, que deben ocupar slots libres que lleguen por el bus directo; y las peticiones de estaciones posteriores, que obligan a dejar pasar libres esos slots. Ahora bien, las peticiones negativas tienen el efecto de un servicio sobre las peticiones que se encuentren en cola, puesto que las eliminan; y no tienen efecto alguno sobre los segmentos que se encuentran en esa cola. Para tener en cuenta esta situación en el modelado de las llegadas a la cola, determinaremos qué proporción de las peticiones que llegan a cada estación son eliminadas por peticiones negativas. Las peticiones que queden, junto con los segmentos generados localmente constituyen las únicas *llegadas efectivas* que consideraremos. Modelaremos entonces las llegadas mediante una distribución geométrica cuyo parámetro es precisamente la tasa con que se producen estas llegadas efectivas. Cuando en un slot coincidan la llegada de un segmento local y de una petición hablaremos de dos *llegadas simultáneas*.

En las hipótesis que hemos enunciado más arriba los únicos parámetros relativamente fáciles de determinar son λ_i , α_i y μ_i . La determinación de los otros dos parámetros, β_i y v_i , es, a priori, complicada, pues dependen de la forma en que se lleva a cabo la reutilización de slots. En la siguiente sección estableceremos un esquema de cálculo recursivo que, partiendo desde la última estación hasta llegar a la primera, nos proporcionará como resultado la tasa de llegada de peticiones y de peticiones negativas a cada estación. A partir de ahí, en la sección posterior, con el conocimiento de los restantes parámetros, implementaremos el modelo $Geo^{(G)}/Geo/1$ citado.

Capítulo 4: Reutilización de Slots

4.3.1 Llegada de Peticiones y de Peticiones Negativas.

De acuerdo con la especificación del protocolo DQDB estándar, en cada estación se puede formar una cola de peticiones en la que se acumulan las peticiones generadas por la propia estación que no han podido salir aún por encontrar ocupado el canal inverso. A los efectos del protocolo, una petición de una estación, una vez que ha sido generada, será servida por el próximo slot libre que llegue por el bus directo, independientemente de que esa petición haya salido o no por el bus inverso. En el caso de que la petición no haya salido aún, pero ya haya sido servido el segmento que la originó, puede entenderse que esa petición pendiente de salir en realidad corresponde a una petición de una estación posterior que aún no ha sido servida. En otras palabras, podemos asumir que en cada estación existe una cola de peticiones constituida tanto por peticiones locales como por peticiones externas.

Ahora, de acuerdo con la definición del protocolo 2, a cada estación pueden llegar adicionalmente peticiones negativas. En caso de que existan peticiones pendientes en la estación, cada petición negativa cancela una de las peticiones pendientes. En caso de que no existan, si las peticiones negativas son generadas en la propia estación, éstas se almacenan en una cola, de la que se van eliminando, bien cuando llega un slot libre por el bus inverso, bien cuando se genera una petición local, o bien cuando llega una petición externa a través del canal inverso. En este último caso, el slot que ha llegado con el bit de petición activado sale de la estación con este bit desactivado.

De esta forma podemos definir el estado de una estación, en lo que se refiere a sus colas de peticiones, mediante un vector de la forma (RQ^+, RQ^-) , donde RQ^+ es el número de peticiones (locales o externas) pendientes, y RQ^- el número de peticiones negativas pendientes. De acuerdo con lo dicho en los dos párrafos anteriores, los únicos estados posibles son el $(0,0)$, el $(n,0)$ y el $(0,n)$, con $n \geq 1$. Obviamente, ambos contadores no pueden tener un valor distinto de cero simultáneamente (no puede haber a la vez peticiones y peticiones negativas, ya que se cancelarían).

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Por otra parte, como ya se ha dicho, cada slot que llega a la estación i por el bus inverso puede estar en tres estados: RQ^+ (bit de petición activado), RQ^- (bit de petición negativa activado) o “—” (ambos bits desactivados), con probabilidades respectivas β_{i+1} , v_{i+1} y $1-\beta_{i+1}-v_{i+1}$. Según el estado del vector (RQ^+, RQ^-) de la estación, ese slot seguirá en el mismo estado en que llegó o pasará a otro estado distinto. Por tanto, las probabilidades β_i , v_i y $1-\beta_i-v_i$ asociadas a los posibles estados en que ese slot sale de la estación dependen de las probabilidades de su estado de llegada, y de la probabilidad del estado (RQ^+, RQ^-) en que se encuentren las colas de peticiones de la estación. Por ello, nuestro primer paso para obtener β_i y v_i será determinar las probabilidades de los distintos estados (RQ^+, RQ^-) una vez que el sistema se encuentre en equilibrio.

En las tablas siguientes mostramos las transiciones posibles entre los estados del vector

(RQ^+, RQ^-) dependiendo de:

- que por el bus inverso llegue una petición (prob. β_{i+1}), una petición negativa (prob. v_{i+1}), o un slot con ambos bits desactivados (prob. $1-\beta_{i+1}-v_{i+1}$).
- que en la estación se genere (prob. λ_i) o no se genere (prob. $1-\lambda_i$) un segmento local.
- que la estación sea destino (prob. μ_i) o no (prob. $1-\mu_i$) de un slot llegado por el bus directo.

Asimismo en estas tablas consignamos el estado en que entra y sale de la estación el slot que llega por el bus inverso.

Transiciones partiendo del Estado (0,0)

Bus inverso	Destino	Generación	Nuevo Estado	Salida de slot
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	RQ^+
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	—
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	—
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	—
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	—

Como ejemplo de transición interpretamos la primera fila de la tabla anterior, correspondiente al caso en que la estación recibe un RQ^- por el canal inverso, es destino por el canal directo y genera un segmento local. Como partimos del estado (0,0) y llega un RQ^- por el bus inverso, directamente el slot de salida seguirá siendo RQ^- ; como por el bus directo llega un slot ocupado con destino en la propia estación, se genera un RQ^- que se almacena en la cola local, que pasa al estado (0,1); por último, al generarse un segmento local, la petición a que éste da origen se cancela con el RQ^- anterior volviéndose al estado (0,0). De modo similar pueden interpretarse las demás transiciones, así como las que figuran en las tablas siguientes:

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Transiciones partiendo del Estado (0,1)

Bus inverso	Destino	Generación	Nuevo Estado	Salida de slot
$RQ^- : v_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 1)	RQ^-
$RQ^- : v_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 2)	RQ^-
$RQ^- : v_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(0, 0)	RQ^-
$RQ^- : v_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 1)	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	—
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	—
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	—
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	—
— : $1-v_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	RQ^-
— : $1-v_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	RQ^-
— : $1-v_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	RQ^-
— : $1-v_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	RQ^-

Transiciones partiendo del Estado (1,0)

Bus inverso	Destino	Generación	Nuevo Estado	Salida de slot
$RQ^- : v_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	—
$RQ^- : v_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	—
$RQ^- : v_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	—
$RQ^- : v_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	—
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(1, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(2, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(1, 0)	RQ^+
— : $1-v_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	RQ^+
— : $1-v_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	RQ^+
— : $1-v_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	RQ^+
— : $1-v_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	RQ^+

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Transiciones partiendo del Estado (0,2)

Bus inverso	Destino	Generación	Nuevo Estado	Salida de slot
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 2)	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 3)	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(0, 1)	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 2)	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	RQ^-
$-- : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 1)	RQ^-
$-- : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 2)	RQ^-
$-- : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(0, 0)	RQ^-
$-- : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 1)	RQ^-

Transiciones partiendo del Estado (2,0)

Bus inverso	Destino	Generación	Nuevo Estado	Salida de slot
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	λ_i	(0, 0)	RQ^+
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 1)	RQ^+
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(1, 0)	RQ^+
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(0, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(2, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(1, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(3, 0)	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(2, 0)	RQ^+
$-- : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	(1, 0)	RQ^+
$-- : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	(0, 0)	RQ^+
$-- : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	(2, 0)	RQ^+
$-- : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	(1, 0)	RQ^+

Transiciones partiendo del Estado (0,n)

Bus inverso	Destino	Generación	Nuevo Estado	Salida de slot
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	λ_i	$(0, n)$	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	$(0, n+1)$	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	$(0, n-1)$	RQ^-
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	$(0, n)$	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	$(0, n-2)$	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	$(0, n-1)$	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	$(0, n-3)$	RQ^-
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	$(0, n-2)$	RQ^-
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	$(0, n-1)$	RQ^-
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	$(0, n)$	RQ^-
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	$(0, n-2)$	RQ^-
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	$(0, n-1)$	RQ^-

Transiciones partiendo del Estado (n,0)

Bus inverso	Destino	Generación	Nuevo Estado	Salida de slot
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	λ_i	$(n-2, 0)$	RQ^+
$RQ^- : \nu_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	$(n-3, 0)$	RQ^+
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	$(n-1, 0)$	RQ^+
$RQ^- : \nu_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	$(n-2, 0)$	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	$(n, 0)$	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	$(n-1, 0)$	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	$(n+1, 0)$	RQ^+
$RQ^+ : \beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	$(n, 0)$	RQ^+
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	λ_i	$(n-1, 0)$	RQ^+
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	μ_i	$1-\lambda_i$	$(n-2, 0)$	RQ^+
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	λ_i	$(n, 0)$	RQ^+
$— : 1-\nu_{i+1}-\beta_{i+1}$	$1-\mu_i$	$1-\lambda_i$	$(n-1, 0)$	RQ^+

4.3.1.1 Distribución en el equilibrio de las colas de peticiones ((RQ^+ , RQ^-)).

Denotando por $(RQ^+, RQ^-)_e$ el estado del vector (RQ^+, RQ^-) de la estación i a la llegada de un slot por el canal inverso, y por $(RQ^+, RQ^-)_s$ su estado a la salida de ese slot, es claro que $(RQ^+, RQ^-)_s$ sólo depende de $(RQ^+, RQ^-)_e$ y de como llegue el slot (con

Capítulo 4: Reutilización de Slots

o sin petición) por el bus inverso . Por tanto $\{(RQ^+, RQ^-)\}$ constituye una cadena de Markov. Las probabilidades de transición son de la forma:

$$p_{(i,j)(k,l)} = Prob ((RQ^+, RQ^-)_s = (k,l) \mid (RQ^+, RQ^-)_e = (i,j))$$

y dado que estamos suponiendo independencia entre todas las variables consideradas, la probabilidad de cada transición entre estados del vector (RQ^+, RQ^-) se obtiene simplemente multiplicando las probabilidades consignadas en las tres primeras columnas de las tablas anteriores.

Si denotamos ahora por

$$p_{ij} = Prob (RQ^+ = i, RQ^- = j)$$

las probabilidades en el equilibrio asociadas al vector (RQ^+, RQ^-) , estas probabilidades pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de equilibrio:

$$p_{ij} = \sum_{k,l} p_{(k,l)(i,j)}$$

Para obtener estas probabilidades, definimos los siguientes términos, que nos permitirán expresar de un modo más simplificado las ecuaciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= v_{i+1}\mu_i\lambda_i \\ \alpha_2 &= v_{i+1}\mu_i(1-\lambda_i) \\ \alpha_3 &= v_{i+1}(1-\mu_i)\lambda_i \\ \alpha_4 &= v_{i+1}(1-\mu_i)(1-\lambda_i) \\ \alpha_5 &= \beta_{i+1}\mu_i\lambda_i \\ \alpha_6 &= \beta_{i+1}\mu_i(1-\lambda_i) \\ \alpha_7 &= \beta_{i+1}(1-\mu_i)\lambda_i \\ \alpha_8 &= \beta_{i+1}(1-\mu_i)(1-\lambda_i) \\ \alpha_9 &= (1-v_{i+1}-\beta_{i+1})\mu_i\lambda_i \\ \alpha_{10} &= (1-v_{i+1}-\beta_{i+1})\mu_i(1-\lambda_i) \end{aligned}$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

$$\alpha_{11} = (1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1})(1 - \mu_i)\lambda_i$$

$$\alpha_{12} = (1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1})(1 - \mu_i)(1 - \lambda_i)$$

$$a_1 = \alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_{10}$$

$$a_2 = \alpha_2$$

$$a_3 = \alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_{11}$$

$$a_4 = \alpha_7$$

$$a_5 = \alpha_3 + \alpha_6 + \alpha_9 + \alpha_{12}$$

Observando las tablas anteriores, y teniendo en cuenta los términos que se acaban de definir, es posible escribir las siguientes ecuaciones de equilibrio para nuestro sistema:

$$p_{00} = p_{00}(\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + p_{01}(\alpha_3 + \alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_9 + \alpha_{12}) \\ + p_{10}(\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_6 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + a_3 p_{02} + a_1 p_{20} + a_4 p_{03} + a_2 p_{30} \quad [\text{ec.4-1}]$$

$$p_{01} = p_{00}(\alpha_2 + \alpha_6 + \alpha_{10}) + p_{01}(a_1 + \alpha_6) + p_{10}(a_2 + \alpha_{10}) + a_5 p_{02} + a_2 p_{20} + \\ a_3 p_{03} + a_4 p_{04} \quad [\text{ec.4-2}]$$

$$p_{10} = p_{00}(\alpha_3 + \alpha_7 + \alpha_{11}) + p_{01}(a_4 + \alpha_{11}) + p_{10}(a_3 + \alpha_3) + a_4 p_{02} + a_5 p_{20} + a_1 p_{30} \\ + a_2 p_{40} \quad [\text{ec.4-3}]$$

$$p_{0n} = a_2 p_{0,n-1} + a_1 p_{0n} + a_5 p_{0,n+1} + a_3 p_{0,n+2} + a_4 p_{0,n+3} \quad n \geq 2 \quad [\text{ec.4-4}]$$

$$p_{n0} = a_4 p_{n-1,0} + a_3 p_{n0} + a_5 p_{n+1,0} + a_1 p_{n+2,0} + a_2 p_{n+3,0} \quad n \geq 2 \quad [\text{ec.4-5}]$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Las ecuaciones en diferencias (ec.4-4) y (ec.4-5), tienen soluciones generales de la forma:

$$p_{0n} = c \theta^n \quad \text{para } n \geq 1 \quad [\text{ec.4-6}]$$

$$p_{n0} = d \eta^n \quad \text{para } n \geq 1 \quad [\text{ec.4-7}]$$

donde θ es raíz menor que la unidad de la ecuación característica de la ecuación en diferencias (ec.4-4):

$$a_2 - (1-a_1)\theta + a_5\theta^2 + a_3\theta^3 + a_4\theta^4 = 0 \quad [\text{ec.4-8}]$$

y η es raíz menor que la unidad de la ecuación característica de la ecuación en diferencias (ec.4-5):

$$a_4 - (1-a_3)\eta + a_5\eta^2 + a_1\eta^3 + a_2\eta^4 = 0 \quad [\text{ec.4-9}]$$

La pregunta que surge de modo natural en este punto es si efectivamente existen raíces menores que la unidad en las ecuaciones anteriores y, en su caso, cuántas son.

Nótese que, como $\sum_{i=1}^5 a_i = 1$, resulta que $\theta=1$ y $\eta=1$ son, respectivamente, raíces de estas ecuaciones. Podemos entonces factorizarlas como:

$$\begin{aligned} (\theta-1)[a_4\theta^3 + (a_3+a_4)\theta^2 + (1-a_1-a_2)\theta - a_2] &= 0 \\ (\eta-1)[a_2\eta^3 + (a_1+a_2)\eta^2 + (1-a_3-a_4)\eta - a_4] &= 0 \end{aligned}$$

Si ahora denotamos

$$\begin{aligned} f(\theta) &= a_4\theta^3 + (a_3+a_4)\theta^2 + (1-a_1-a_2)\theta - a_2 \\ g(\eta) &= a_2\eta^3 + (a_1+a_2)\eta^2 + (1-a_3-a_4)\eta - a_4 \end{aligned}$$

Tenemos:

$$f'(\theta) = 3a_4\theta^2 + 2(a_3+a_4)\theta + (1-a_1-a_2)$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Como los coeficientes de $f'(\theta)$ son positivos, se tiene $f'(\theta) > 0, \forall \theta \geq 0$, lo que significa que $f(\theta)$ es estrictamente creciente para $\theta > 0$. En consecuencia, la ecuación $f(\theta) = 0$ podrá tener como máximo una raíz en el intervalo $(0,1)$. Al ser $f(0) = -a_2 < 0$, para que exista efectivamente esa raíz será condición suficiente que $f(1) > 0$. Ahora bien:

$$f(1) = a_4 + a_3 + a_4 + (1 - a_1 - a_2) - a_2 > 0 \Leftrightarrow 2a_4 + a_3 + (a_3 + a_4 + a_5) > a_2 \Leftrightarrow 3a_4 + 2a_3 + a_5 > a_2$$

Si sustituimos los a_i por sus valores originales, la condición anterior es equivalente a:

$$1 + \beta_{i+1} + \lambda_i - \mu_i - \nu_{i+1} > 0$$

Razonando de modo completamente análogo, puede probarse asimismo que la condición para que $g(\eta) = 0$ tenga una única raíz en $(0,1)$ es:

$$1 - \beta_{i+1} - \lambda_i + \mu_i + \nu_{i+1} > 0$$

Para que se cumplan simultáneamente ambas condiciones debe ocurrir que:

$$-1 < \beta_{i+1} + \lambda_i - \mu_i - \nu_{i+1} < 1$$

o, de modo equivalente:

$$-1 - (\beta_{i+1} - \nu_{i+1}) < \lambda_i - \mu_i < 1 - (\beta_{i+1} - \nu_{i+1})$$

Esta condición es, por tanto, necesaria para que el sistema alcance el equilibrio en el nodo i . Puede interpretarse del siguiente modo: en el protocolo DQDB estándar (sin reutilización) la condición para que el sistema alcance el equilibrio en cada nodo es que $\lambda_i < 1 - \beta_i$. Ello significa que la proporción de peticiones que inserta cada nodo a través del canal inverso (λ_i) debe ser inferior a la proporción de slots que llegan desocupados por este canal ($1 - \beta_{i+1}$). En este protocolo de reutilización, cuando $\lambda_i > \mu_i$, la proporción de peticiones que la estación efectivamente inserta en el canal inverso es la diferencia

Capítulo 4: Reutilización de Slots

entre las que genera (λ_i) y las veces que es destino (μ_i), mientras que la proporción de slots que recibe desocupados por el canal inverso es $1 - (\beta_{i+1} - \nu_{i+1})$. Por tanto, debe ser $\lambda_i - \mu_i < 1 - (\beta_{i+1} - \nu_{i+1})$ para que todas las peticiones puedan enviarse y no se produzcan condiciones de inestabilidad. Por su parte, cuando $\mu_i > \lambda_i$, el número de veces que la estación es destino es mayor que el número de peticiones que genera, y por tanto deberá enviar peticiones negativas. Para poder enviar todas las peticiones negativas es necesario que por el canal inverso disponga de capacidad suficiente para ello, cosa que se garantiza si $-1 - (\beta_{i+1} - \nu_{i+1}) < \lambda_i - \mu_i$. Así pues, este protocolo de reutilización solo producirá situaciones de equilibrio en una red DQDB cuando la condición anterior se cumpla para todas las estaciones de la misma.

Una vez establecida la condición para que nuestro sistema alcance el equilibrio, el problema de obtener las probabilidades en el equilibrio se reduce ahora, de acuerdo con (ec.4-1), (ec.4-6) y (ec.4-7), a determinar p_{00} , c y d . Para ello, no pueden utilizarse directamente (ec.4-1), (ec.4-2) y (ec.4-3) pues estas tres ecuaciones resultan ser linealmente dependientes, como puede comprobarse con facilidad. Por ello introducimos, la condición adicional de que la suma de todas las probabilidades debe ser 1:

$$p_{00} + \sum_{n=1}^{\infty} p_{0n} + \sum_{n=1}^{\infty} p_{n0} = 1$$

y, por tanto:

$$p_{00} + c \frac{\theta}{1-\theta} + d \frac{\eta}{1-\eta} = 1 \quad [\text{ec.4-10}]$$

Podemos simplificar (ec.4-2) y (ec.4-3) observando que, de acuerdo con (ec.4-6), podemos expresar:

$$-(1-a_1)p_{01} + a_5p_{02} + a_3p_{03} + a_4p_{04} = c_1(-(1-a_1)\theta + a_5\theta^2 + a_3\theta^3 + a_4\theta^4) = -c_1a_2$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

donde la segunda igualdad se sigue de (ec.4-8). De modo similar

$$-(1-a_3)p_{10} + a_5p_{20} + a_1p_{30} + a_2p_{40} = -d_1a_4$$

Empleando estas dos últimas ecuaciones, y usando (ec.4-6) y (ec.4-7), podemos simplificar (ec.4-2) y (ec.4-3) de la forma:

$$ca_2 = p_{00}(\alpha_2 + \alpha_6 + \alpha_{10}) + \alpha_6c\theta + (\alpha_2 + \alpha_{10})d\mu + \alpha_2d\mu^2 \quad [\text{ec.4-11}]$$

$$da_4 = p_{00}(\alpha_3 + \alpha_7 + \alpha_{11}) + (\alpha_7 + \alpha_{11})c\theta + \alpha_3d\mu + \alpha_7c\theta^2 \quad [\text{ec.4-12}]$$

Usando la (ec.4-10):

$$p_{00} = 1 - c \frac{\theta}{1-\theta} - d \frac{\eta}{1-\eta}$$

y sustituyendo en (ec.4-11) y (ec.4-12):

$$c\alpha_2 = \left(1 - c \frac{\theta}{1-\theta} - d \frac{\eta}{1-\eta}\right)(\alpha_2 + \alpha_6 + \alpha_{10}) + \alpha_6c\theta + (\alpha_2 + \alpha_{10})d\eta + \alpha_2d\eta$$

$$d\alpha_7 = \left(1 - c \frac{\theta}{1-\theta} - d \frac{\eta}{1-\eta}\right)(\alpha_3 + \alpha_7 + \alpha_{11}) + (\alpha_7 + \alpha_{11})c\theta + \alpha_3d\eta + \alpha_7c\theta^2$$

Este es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas fácil de resolver.

Despejando c y d , y sustituyendo las α_i por sus valores originales, resulta:

$$c = \frac{(1-\eta)(1-\theta)}{1-\theta\eta} \frac{1}{v_{i+1} + \theta(1-v_{i+1} - \beta_{i+1} + \beta_{i+1}\theta)}$$

$$d = \frac{(1-\eta)(1-\theta)}{1-\theta\eta} \frac{1}{\beta_{i+1} + \eta(1-v_{i+1} - \beta_{i+1} + v_{i+1}\eta)}$$

$$p_{00} = 1 - \frac{1}{1-\theta\eta} \left(\frac{(1-\eta)\theta}{v_{i+1} + \theta(1-v_{i+1} - \beta_{i+1} + \beta_{i+1}\theta)} + \frac{(1-\theta)\eta}{\beta_{i+1} + \eta(1-v_{i+1} - \beta_{i+1} + v_{i+1}\eta)} \right)$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Con estos valores, las ecuaciones (ec.4-6) y (ec.4-7) nos proporcionan directamente las probabilidades en el equilibrio de los distintos estados del vector (RQ^+, RQ^-) .

Ahora bien, dado que la última estación de la red no transmite segmentos, tampoco envía peticiones. Si la red tiene N estaciones, ello significa que en la estación $N-1$ la probabilidad de recibir un RQ^+ es cero (esto es, $\beta_N = 0$). Asimismo la estación N enviará a la $N-1$ tantos RQ^- como veces sea destino; por tanto, si la probabilidad de que la estación N sea destino es μ_N , se tiene $v_N = \mu_N$.

Como $\beta_N = 0$, en la estación $N-1$ resulta $\alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = \alpha_8 = a_4 = 0$. Como no se reciben RQ^+ de la estación posterior ocurre que $p_{n0} = 0$ ($n \geq 2$), pues como mucho puede haber una petición pendiente, generada por la propia estación. En este caso, las ecuaciones de equilibrio se reducen a:

$$p_{00} = p_{00}(\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + p_{01}(\alpha_3 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + p_{10}(\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + p_{02}\alpha_{11} + p_{10}(\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_{10})$$

$$p_{01} = p_{00}(\alpha_2 + \alpha_{10}) + p_{01}(\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_{10}) + p_{10}(\alpha_2 + \alpha_{10}) + p_{02}(\alpha_3 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + p_{03}\alpha_{11}$$

$$p_{10} = p_{00}(\alpha_3 + \alpha_{11}) + p_{01}\alpha_{11} + p_{10}(\alpha_3 + \alpha_{11})$$

$$p_{0n} = a_2 p_{0,n-1} + a_1 p_{0n} + a_5 p_{0,n+1} + a_3 p_{0,n+2} \quad n \geq 2$$

Que pueden reescribirse de la forma:

$$p_{00} = (\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_9 + \alpha_{12})(p_{00} + p_{10}) + a_5 p_{01} + a_3 p_{02} \quad [\text{ec.4-13}]$$

$$p_{01} = (\alpha_2 + \alpha_{10})(p_{00} + p_{10}) + a_1 p_{01} + a_5 p_{02} + a_3 p_{03} \quad [\text{ec.4-14}]$$

$$p_{10} = (\alpha_3 + \alpha_{11})(p_{00} + p_{10}) + a_3 p_{01} \quad [\text{ec.4-15}]$$

$$p_{0n} = a_2 p_{0,n-1} + a_1 p_{0n} + a_5 p_{0,n+1} + a_3 p_{0,n+2} \quad n \geq 2 \quad [\text{ec.4-16}]$$

La ecuación (ec.4-16) es una ecuación en diferencias, cuya solución general es de la forma

Capítulo 4: **Reutilización de Slots**

$$p_{0n} = c\theta^n \quad n \geq 1. \quad [\text{ec.4-17}]$$

donde θ es la única raíz menor que la unidad de la ecuación característica:

$$a_3\theta^3 + a_5\theta^2 - (1 - a_1)\theta + a_2 = 0 \quad [\text{ec.4-18}]$$

$\theta=1$ es solución. La ecuación anterior puede factorizarse como:

$$(\theta - 1)(a_3\theta^2 + (a_3 + a_5)\theta - a_2) = 0$$

y de aquí obtenemos que $\theta = \frac{-(a_3 + a_5) \pm \sqrt{(a_3 + a_5)^2 + 4a_2a_3}}{2a_3}$. De esta forma, (ec.4-17)

tiene como mucho una raíz en $(0,1)$, dada por:

$$\theta = \frac{-(a_3 + a_5) + \sqrt{(a_3 + a_5)^2 + 4a_2a_3}}{2a_3}$$

Para hallar ahora c , p_{00} , y p_{10} , debemos sustituir p_{0n} para $n \geq 1$ en las ecuaciones (ec.4-13), (ec.4-14) y (ec.4-15). Sin embargo, estas ecuaciones son linealmente dependientes, por lo que introducimos la condición inicial:

$$p_{00} + p_{10} + \sum_{n=1}^{\infty} p_{0n} = 1 \Rightarrow p_{00} + p_{10} + \frac{c\theta}{1-\theta} = 1 \quad [\text{ec.4-19}]$$

Si sustituimos (ec.4-17) en (ec.4-14) y (ec.4-15), estas dos últimas ecuaciones, junto con (ec.4-19) dan lugar a un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas, c , p_{00} y p_{10} . Despejando, se obtiene:

$$c = \frac{(\alpha_2 + \alpha_{10})(1-\theta)}{\alpha_2 + \alpha_{10}\theta}$$

$$p_{10} = \left[(\alpha_3 + \alpha_{11}) \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \alpha_{10}} + \alpha_{11}\theta \right] \frac{(\alpha_2 + \alpha_{10})(1-\theta)}{\alpha_2 + \alpha_{10}\theta}$$

$$p_{00} = \left[\frac{(\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_{10} + \alpha_{12})\alpha_2}{\alpha_2 + \alpha_{10}} + \alpha_5\theta + a_3\theta^2 \right] \frac{(\alpha_2 + \alpha_{10})(1-\theta)}{\alpha_2 + \alpha_{10}\theta}$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

y sustituyendo los α_i por sus valores originales nos queda, tras simplificar términos, y tener en cuenta que $\beta_N = 0$ y $v_N = \mu_N$.

$$c = \frac{(1-\theta)}{\mu_N + (1-\mu_N)\theta}$$

$$p_{10} = \lambda_{N-1}(1-\mu_{N-1})(1-\theta)$$

$$p_{00} = \left[\frac{\mu_N}{\mu_N + (1-\mu_N)\theta} - \lambda_{N-1}(1-\mu_{N-1}) \right] (1-\theta)$$

4.3.1.2 Distribución en el equilibrio del estado de llegada de los slots por el bus inverso.

De acuerdo con las tablas mostradas al comienzo de esta sección, las probabilidades β_i y v_i de que un slot llegue por el bus inverso a la estación $i-1$, en los estados respectivos RQ^+ y RQ^- dependen de las probabilidades β_{i+1} y v_{i+1} del estado en que el slot llegó a la estación i , y del estado de las colas (RQ^+, RQ^-) de esa estación. De esta forma (teniendo en cuenta que $\beta_N=0$ y $v_N = \mu_N$):

$$\begin{aligned} \beta_{N-1} &= \text{Prob}(\text{llegue un } RQ^+ \text{ a la estación } N-2) = \\ &\text{Prob}(\text{el slot llegue libre a la estación } N-1, \text{ y} \\ &\text{en la estación } N-1 \text{ sea } (RQ^+, RQ^-) = (1,0)) = (1-v_N) p_{10} = (1-\mu_N) p_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{N-1} &= \text{Prob}(\text{llegue un } RQ^- \text{ a la estación } N-2) = \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \text{Prob}(\text{en la estación } N-1 \text{ sea } (RQ^+, RQ^-) = (0, n)) + \\ &\text{Prob}(\text{en la estación } N-1 \text{ sea } (RQ^+, RQ^-) = (0,0) \text{ y llegue un } RQ^-) = \end{aligned}$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

$$1-p_{00} + p_{00}v_N = 1-p_{00}(1-v_n) = 1-p_{00}(1-\mu_n)$$

y para $i < N-1$:

$$\beta_i = p_{00}\beta_{i+1} + p_{10}(1-v_{i+1}) + \frac{d_1\eta^2}{1-\eta} \quad [\text{ec.4-20}]$$

$$v_i = p_{00}v_{i+1} + p_{01}(1-\beta_{i+1}) + \frac{c_1\theta^2}{1-\theta} \quad [\text{ec.4-21}]$$

De esta forma hemos establecido un esquema recursivo tal que, partiendo de la estación N, utilizando reiteradamente (ec.4-20) y (ec.4-21) es posible calcular las probabilidades β_i y v_i de las restantes estaciones.

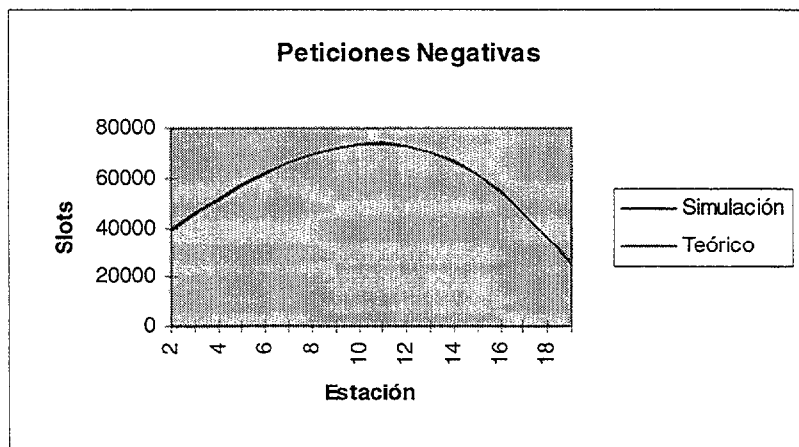
4.3.1.3 Resultados Numéricos

Se comparan resultados de simulación y los analíticos con los siguientes parámetros:

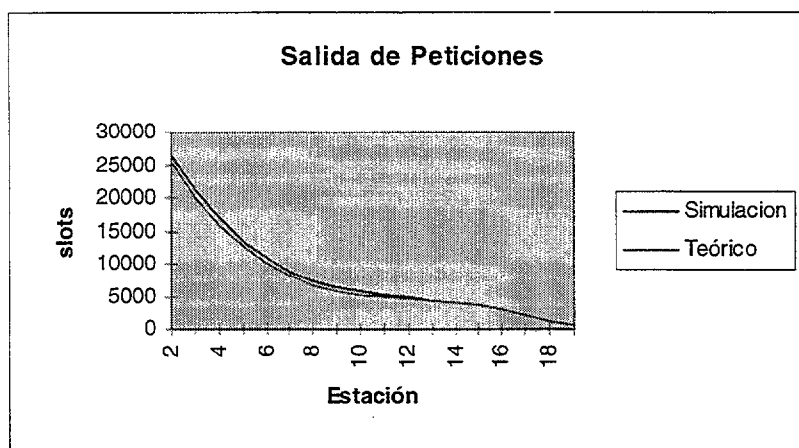
- 20 nodos
- Carga 130% graduada. Ello significa que cada estación i genera segmentos con tasa (número de segmentos por slot) proporcional al número de posibles estaciones destino, esto es, $\lambda_i = c(N-i)$. La constante de proporcionalidad c representa la tasa con que la estación i genera segmentos dirigidos a la estación j , con $j > i$, y se le asume el mismo valor para todo j y para todo i . Se ha elegido el valor de c de tal forma que $\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1.3$. De esta forma, la tasa con que cada estación i es destino se calcula fácilmente como $\mu_i = c(i-1)$
- Velocidad del bus: 150 Mbps
- Prioridad única
- 100% tráfico asíncrono
- tiempo de simulación: 100.000 slots.

Capítulo 4: Reutilización de Slots

La siguiente gráfica muestra el número de RQ^- que cada estación deja pasar a la estación anterior,



De igual manera se muestran los resultados para las peticiones, RQ^+ , que cada estación deja pasar a la estación anterior,



Las diferencias que pueden observarse se deben a la suposición implícita de que los segmentos en cada estación introducen sus peticiones en la cola de acceso al bus inverso con tasa λ_i , independientemente del resto de procesos que ocurren en la red. De hecho, en DQDB esto no es cierto, puesto que (como se explica en el capítulo 1) los segmentos solamente pasan sus peticiones a esa cola una vez que acceden a la cola distribuida para salir por el canal directo, después de haber permanecido algún tiempo en la cola local; los tiempos de permanencia en ambas colas dependen tanto de la tasa de llegada de peticiones como de la tasa de servicio del canal directo. En particular, con las

Capítulo 4: Reutilización de Slots

tasas de generación de segmentos que hemos utilizado en esta simulación, en las últimas estaciones los segmentos casi nunca esperan en la cola local y, por tanto, se produce un mayor ajuste con el modelo teórico que se acaba de desarrollar; sí que se producen esperas en cola local en las primeras estaciones, que es donde se produce un mayor desajuste con nuestro modelo, desajuste que, sin embargo, no es demasiado acusado.

4.3.2 Tiempo de espera usando el protocolo 2: modelo $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$

Modelizaremos el comportamiento del protocolo en la estación i del siguiente modo:

- Supondremos que los slots llegan independientemente, libres u ocupados, por el bus directo. Llamaremos α_i a la probabilidad de que un slot llegue ocupado a la estación i . A efectos prácticos consideraremos como libres los slots que llegan ocupados con destino a la estación i , puesto que, de hecho, pueden ser reutilizados.
- En cada slot la probabilidad de generar un segmento en un slot arbitrario es λ_i .
- Consideraremos que los segmentos generados en la propia estación y las peticiones procedentes de estaciones posteriores comparten la misma cola (*cola distribuida*). Cada segmento sale de esta cola cuando ocupa la cabecera de la misma y llega un slot libre por el bus directo. Cada petición sale de esta cola de dos posibles formas: bien cuando ocupa la cabecera de la cola y llega un slot libre por el bus directo, o bien cuando es eliminada por una petición negativa (que puede llegar por el bus inverso o generarse en la propia estación cuando es destino por el bus directo).
- Supondremos, por simplicidad, que el tiempo entre llegadas de clientes (sin distinguir clases) sigue una distribución geométrica de parámetro γ_i . Asimismo, supondremos que cuando se produce una llegada, ésta puede ser

Capítulo 4: Reutilización de Slots

única (bien sea un segmento o una petición efectiva) o múltiple (un segmento y una petición efectiva).

De esta forma, nos encontramos en las hipótesis del modelo de colas $Geo^{(G)}/Geo/1$, descrito en [Vinck94]. A continuación mostramos como obtener los distintos parámetros de este modelo y comparamos los resultados que produce con los obtenidos en simulación.

4.3.2.1 Tiempo entre llegadas. Llegadas simultáneas

De acuerdo con las hipótesis previas, consideraremos como únicas *llegadas efectivas* a la cola distribuida de la estación i aquellas correspondientes a clientes (segmentos y peticiones) que efectivamente son servidos por el canal directo y no eliminados por peticiones negativas. En cada slot se puede producir una única llegada (de un segmento o de una petición efectiva) o dos llegadas (un segmento y una petición efectiva). Sea S el número de llegadas que se producen en un slot.

Para que sea $S=2$, tiene que ocurrir la llegada de un cliente local, la llegada de una petición por el bus inverso, y además el contador de peticiones negativas debe estar a cero. Por tanto:

$$P(S=2) = \lambda_i \beta_{i+1} \left(\sum_{n=0}^{\infty} p_{n0} \right)$$

Por su parte, la llegada unitaria, $S=1$, tiene lugar:

- cuando llega un cliente local y el contador de peticiones negativas es mayor o igual que la unidad (en cuyo caso la eventual llegada de una petición se cancelaría)
- cuando, no habiendo peticiones negativas en la cola de peticiones local (esto es, cuando $(RQ^+, RQ^-) = (n, 0)$, $n \geq 0$) se genera un segmento y no llega una petición, o bien llega una petición y no se genera un segmento.

Por tanto:

Capítulo 4: Reutilización de Slots

$$P(S=1) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{n0} (\lambda_i (1 - \beta_{i+1}) + \beta_{i+1} (1 - \lambda_i)) + \lambda_i \sum_{n=1}^{\infty} p_{0n}$$

De esta forma, la probabilidad de que en un slot ocurra al menos una llegada a la estación i es :

$$\gamma_i = P(S=1) + P(S=2)$$

y la probabilidad de que no ocurran llegadas es $1 - \gamma_i$. De esta forma, asumimos que la distribución del tiempo entre llegadas es geométrica, de parámetro γ_i :

$$Prob.(\text{Tiempo entre llegadas} = k) = (1 - \gamma_i)^{k-1} \gamma_i$$

Debe advertirse que en esta aproximación se están eliminando las peticiones que llegan por el canal inverso y se encuentran con peticiones negativas en la estación i (estas peticiones en definitiva se considera que no han llegado). Sin embargo puede ocurrir que alguna de las peticiones que efectivamente accede al sistema pueda ser posteriormente eliminada por una petición negativa, y este efecto no se está teniendo en cuenta en nuestro modelo. En cualquier caso, en las condiciones de carga que hemos utilizado para contrastar la validez del modelo, este efecto no ha resultado significativo.

4.3.2.2 Tiempo de Servicio

Como tiempo de servicio también consideramos una distribución geométrica. El tiempo de servicio es el número de slots que transcurren hasta que llega un slot libre por el canal directo. Los slots que llegan ocupados a la estación i son los que transportan los segmentos que envían las estaciones $1, 2, \dots, i-1$ a las estaciones $i+1, i+2, \dots, N$.

Suponemos que cada estación i envía segmentos a la estación j (con $i < j$) con tasa constante c . Ello significa que si λ_i es la probabilidad de que la estación i genere un segmento en un slot arbitrario, entonces $\lambda_i = c(N-i)$. Si L es la carga total de la red (numero total de segmentos que se generan cada slot de tiempo), entonces:

$$L = \sum_{i=1}^N \lambda_i = \sum_{i=1}^N c(N-i) = \frac{cN(N-1)}{2}$$

y por tanto:

Capítulo 4: Reutilización de Slots

$$c = \frac{2L}{N(N-1)}$$

Si llamamos α_i a la probabilidad de que le llegue un slot ocupado a la estación i , entonces:

$$\alpha_i = c(i-1)(N-i) = \frac{2L}{N(N-1)}(i-1)(N-i)$$

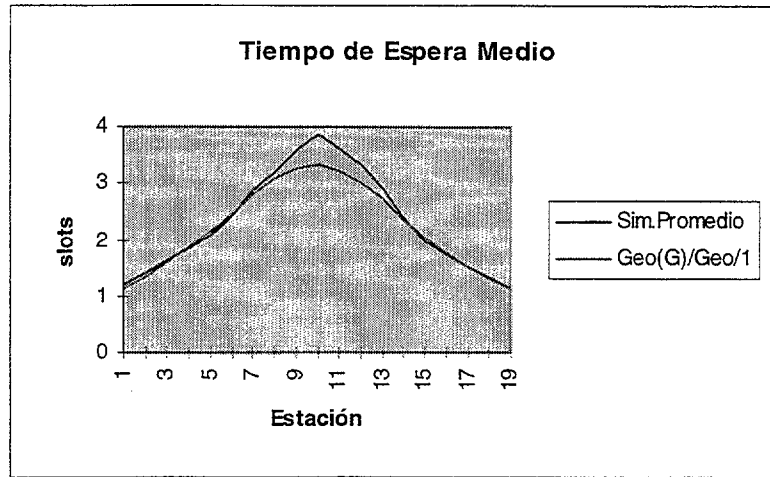
puesto que las $(i-1)$ estaciones anteriores generan cada una un tráfico de intensidad c a cada una de las $(N-i)$ estaciones posteriores.

4.3.2.3 Resultados numéricos.

Se ha realizado una simulación bajo las condiciones indicadas anteriormente. En cada estación se ha calculado el tiempo en el sistema (tiempo de espera más tiempo de servicio) para cada segmento y para cada petición efectiva. En la tabla que figura a continuación se muestran los tiempos medios para cada categoría de cliente en cada estación. En la columna “*Sim. promedio*” se muestran los tiempos medios globales (sin distinguir entre ambas clases de clientes). En la última columna se muestran los tiempos medios que se obtienen aplicando el modelo $Geo^{(G)}/Geo/1$ en las condiciones señaladas.

Est.	Sim.segmentos	Sim.peticiones	Sim.promedio	Geo ^(G) /Geo/1
1	1.188142	1.208113	1.201452	1.13920765
2	1.431165	1.418121	1.423184	1.35896914
3	1.669872	1.573172	1.616518	1.6034519
4	1.9676	1.699116	1.83663	1.87548762
5	2.343042	1.760586	2.097047	2.17396602
6	2.801252	1.792507	2.431261	2.49007937
7	3.348181	1.804919	2.858967	2.80271456
8	3.778103	1.763906	3.19967	3.07573012
9	4.27162	1.733117	3.590504	3.26231979
10	4.631021	1.665848	3.846604	3.32020358
11	4.340183	1.624783	3.614315	3.23209049
12	4.064534	1.582155	3.337859	3.01621584
13	3.547251	1.524583	2.918058	2.7174046
14	2.85562	1.48747	2.392119	2.38661957
15	2.283629	1.392157	1.965574	2.06417498
16	1.949014	1.348153	1.725023	1.77363576
17	1.636013	1.256534	1.509968	1.52397298
18	1.387025	1.214452	1.345198	1.31483996
19	1.150943	0	1.149137	1.1415608

Capítulo 4: Reutilización de Slots



Los tiempos de espera están expresados en slots. La diferencia máxima se observa en las estaciones centrales de la red, y corresponde aproximadamente a medio slot (poco más de 1 μ segundo). Observando la tabla anterior, podemos notar, como era de esperar, que el modelo teórico se ajusta mejor al tiempo de espera promedio entre segmentos y peticiones que al tiempo de espera de los segmentos. Ello se debe obviamente a la simplificación de considerar que ambas clases de clientes comparten la misma cola.

4.3.3 Comportamiento del protocolo 2 en condiciones de tráfico persistente.

Con el protocolo 2, según hemos visto, se genera una petición negativa por cada slot que se libera por el bus directo. No se tiene en cuenta si efectivamente el slot liberado va a poder ser utilizado por una estación posterior a la que libera. De hecho, podría suceder que cuando una estación anterior recibe uno de estos RQ^- y elimina un RQ^+ de su cola distribuida, lo haga de manera injustificada, ya que la estación que había enviado dicho RQ^+ no tiene por qué haber sido atendida. En condiciones de carga graduada, como las que hemos empleado en la simulación, ninguna estación hace un uso “excesivo” del ancho de banda de la red, por lo cual, el comportamiento de este

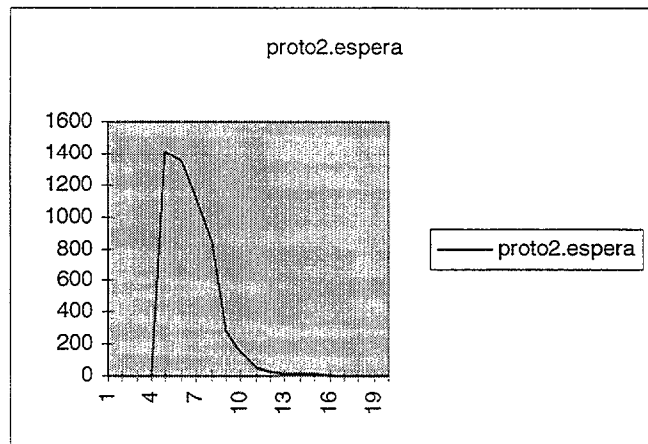
Capítulo 4: Reutilización de Slots

protocolo es muy bueno, produciendo tiempos de espera relativamente cortos en todas las estaciones y mejorando notablemente el estándar sin reutilización.

Sin embargo, si alguna estación generara tráfico persistentemente (esto es, con probabilidad muy alta de generar un segmento en cada slot), las estaciones inmediatamente posteriores sufrirían unas demoras muy grandes. En efecto, la estación que genera tráfico persistente ocupa muchos slots por el canal directo; por tanto, las primeras estaciones después de ésta encontrarán el canal directo muy ocupado. A medida que nos alejamos de esa estación, por el efecto de la reutilización empezarán a haber más slots libres por el canal directo y serán menores los tiempos de servicio. Ahora bien, como hay muchas estaciones siendo destino, circularán muchas peticiones negativas por el canal inverso. Muchas de estas peticiones negativas cancelarán precisamente las peticiones de las estaciones inmediatamente a continuación de la que genera el tráfico persistente; como sus peticiones son canceladas, no reciben slots libres por el canal directo, y su tiempo de espera se alarga aún más. Este efecto puede comprobarse en los resultados que se muestran a continuación, correspondientes a una simulación en la que la estación 5 genera tráfico persistente. Como puede apreciarse, las estaciones inmediatas a ésta tienen tiempos de espera enormes, que van disminuyendo a medida que nos alejamos hacia el extremo de la red.

est	Tiempo de espera
1	1.262741
2	1.357102
3	1.469932
4	1.797747
5	1417.315881
6	1352.086444
7	1125.479573
8	844.517359
9	281.43992
10	154.099899
11	55.606882
12	29.163737
13	17.600874
14	10.522019
15	6.337913
16	4.188037
17	2.687408
18	2.032934
19	1.331852
20	0

Capítulo 4: Reutilización de Slots



El protocolo 3, como ya hemos visto, prevé este caso y sólo envía la petición negativa cuando puede asegurar que una estación posterior la va a utilizar (contador de peticiones o contador de cuenta regresiva distinto de cero).

4.4 Análisis del protocolo 3 básico

Las características que definen el protocolo 3 básico de reutilización son las siguientes:

- Cada nodo, cuando es destino, libera siempre el slot por el bus directo.
- El nodo que ha sido destino solo envía una petición negativa por el bus inverso, cuando hay alguna petición de un nodo posterior pendiente de ser atendida (contador de peticiones o contador de cuenta regresiva con valor distinto de cero).

4.4.1 Tiempo entre llegada de peticiones

Podemos modelizar el comportamiento del protocolo 3 básico en cada nodo de la red mediante un sistema de colas análogo al descrito para el protocolo 2. Al igual que en aquel caso, haremos la simplificación de considerar que, en cada nodo, segmentos y peticiones efectivas (las que no se han eliminado por peticiones negativas) comparten una única cola, cuyo servidor es el canal directo.

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Para determinar en este caso qué proporción de las peticiones que recibe cada estación son realmente peticiones efectivas, podemos utilizar el mismo esquema de estados y transiciones entre los mismos considerado para el protocolo 2, teniendo en cuenta ahora lo siguiente:

- Cuando en una estación los contadores de peticiones y cuenta regresiva son distintos de cero, las transiciones que se producen son análogas a las consideradas en el protocolo 2.
- Cuando en una estación estos contadores están a cero, el que la estación sea destino (y por tanto genere un RQ^-), tiene sobre la cola (RQ^+, RQ^-) el mismo efecto que si la estación no hubiera sido destino. No se genera, por tanto, un RQ^- .

Así pues, las transiciones dependen ahora de si los contadores de peticiones y cuenta regresiva están o no a cero. Sea π_0 la probabilidad de que ambos contadores estén a cero una vez que el sistema alcanza el equilibrio. De acuerdo con lo que se acaba de señalar, cuando un nodo es destino, con probabilidad $(1-\pi_0)$ se siguen produciendo las mismas transiciones que en el protocolo 2; y con probabilidad π_0 se producen las mismas transiciones que si no hubiera sido destino. En definitiva, podemos utilizar el mismo esquema de transiciones que con el protocolo 2 simplemente alterando el parámetro que identifica la llegada de un slot con destino a la estación, esto es:

$$\text{Prob. (ser destino)} \equiv \mu_i^* = \mu_i(1 - \pi_0)$$

Evidentemente el problema a resolver es determinar el valor de π_0 en cada estación.

4.4.2 Cálculo de la probabilidad de no tener peticiones de estaciones posteriores

Nos situamos en la estación i -ésima de la red. Sea VRQ_n el número de peticiones pendientes de servir por el canal directo en esta estación en el slot (tiempo) n .

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Las probabilidades de transición $p_{ij} = P(VRQ_{n+1} = j / VRQ_n = i)$ dependen de:

- El estado del slot que llega por el bus directo desde la estación anterior, que puede venir libre u ocupado. Los estados en que llegan los slots sucesivos son independientes. Llamaremos:

$$\text{Prob (llegue un slot ocupado)} = \alpha_i$$

$$\text{Prob (llegue un slot libre)} = 1 - \alpha_i$$

Para evitar que las peticiones negativas eliminen segmentos de la cola distribuida (recordemos que las peticiones negativas sólo eliminan peticiones pendientes de ser servidas por el canal directo, nunca segmentos) realizamos la siguiente aproximación: si el sistema efectivamente alcanza el equilibrio, todos los segmentos de la estación i serán transmitidos por el canal directo, ocupando los correspondientes slots; por tanto, a largo plazo, la proporción de slots que salen ocupados de esta estación es la proporción de slots que generan las estaciones $1, 2, \dots, i$ con destino a las estaciones $i+1, i+2, \dots, N$. Supondremos entonces que *la probabilidad de que llegue un slot ocupado por el canal directo a la estación i* es precisamente esta proporción que, como hemos visto en la sección anterior, suponiendo cargas graduadas es:

$$\alpha_i = \frac{2L}{N(N-1)} i(N-i)$$

Asimismo consideraremos que los segmentos no se incorporan a la cola distribuida, en la cual sólo participan las peticiones. De esta forma, cualquier cliente de la cola distribuida puede ser eliminado por una petición negativa (pues todos son peticiones), y todos los segmentos son servidos (pues se han incorporado al canal directo en la definición de α_i). Esta aproximación supone desde luego una alteración en el orden de servicio de los clientes pero, como veremos al comparar con resultados de simulación, ello no altera de modo significativo el cómputo de π_0 .

Capítulo 4: Reutilización de Slots

- El estado del slot que llega de la estación siguiente, que puede venir con el bit de RQ^+ activo, con el bit de RQ^- activo, o bien con ambos bits desactivados. Un mismo slot no puede venir con RQ^+ y RQ^- simultáneamente. Supondremos que los estados en que llegan slots sucesivos son independientes. Denotaremos las probabilidades asociadas como:

$$\text{Prob}(\text{llegue un } RQ^+ \text{ al nodo } i) = \beta_{i+1}$$

$$\text{Prob}(\text{llegue un } RQ^- \text{ al nodo } i) = \nu_{i+1}$$

$$\text{Prob}(\text{ni llegue un } RQ^+ \text{ ni llegue } RQ^- \text{ un al nodo } i) = 1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1}$$

- Asumiremos que los estados en que llegan los slots por el canal directo y por el canal inverso son independientes entre sí e independientes del valor de VRQ.

La tabla de transiciones es la siguiente:

VRQ: Estado Inicial	Llegada Bus directo	Llegada Bus inverso	VRQ: Nuevo Estado
k	Ocup.: α_i	$RQ^+ : \beta_{i+1}$	k+1
k	Ocup.: α_i	$RQ^- : \nu_{i+1}$	k-1
k	Ocup.: α_i	— : $1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1}$	k
k	Libre: $1 - \alpha_i$	$RQ^+ : \beta_{i+1}$	k
k	Libre: $1 - \alpha_i$	$RQ^- : \nu_{i+1}$	k-2
k	Libre: $1 - \alpha_i$	— : $1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1}$	k-1
1	Ocup.: α_i	$RQ^+ : \beta_{i+1}$	2
1	Ocup.: α_i	$RQ^- : \nu_{i+1}$	0
1	Ocup.: α_i	— : $1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1}$	1
1	Libre: $1 - \alpha_i$	$RQ^+ : \beta_{i+1}$	1
1	Libre: $1 - \alpha_i$	$RQ^- : \nu_{i+1}$	0
1	Libre: $1 - \alpha_i$	— : $1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1}$	0
0	Ocup.: α_i	$RQ^+ : \beta_{i+1}$	1
0	Ocup.: α_i	$RQ^- : \nu_{i+1}$	0
0	Ocup.: α_i	— : $1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1}$	0
0	Libre: $1 - \alpha_i$	$RQ^+ : \beta_{i+1}$	0
0	Libre: $1 - \alpha_i$	$RQ^- : \nu_{i+1}$	0
0	Libre: $1 - \alpha_i$	— : $1 - \nu_{i+1} - \beta_{i+1}$	0

Capítulo 4: Reutilización de Slots

De esta forma, si denotamos por $\{\pi_k\}_{k=0}^{\infty}$ las probabilidades en el equilibrio del estado del contador VRQ, esto es $P(VRQ = k) = \pi_k = \lim_{n \rightarrow \infty} P(VRQ_n = k)$, se tiene:

$$\pi_k = \pi_{k+2}(1-\alpha_i)v_{i+1} + \pi_{k+1}[\alpha_i v_{i+1} + (1-\alpha_i)(1-\beta_{i+1}-v_{i+1})] + \pi_k[\alpha_i(1-\beta_{i+1}-v_{i+1}) + (1-\alpha_i)\beta_{i+1}] + \pi_{k-1}\alpha_i\alpha_{i+1} \quad k \geq 1$$

$$\pi_0 = \pi_2(1-\alpha_i)v_{i+1} + \pi_1[v_{i+1} + (1-\alpha_i)(1-\beta_{i+1}-v_{i+1})] + \pi_0(1-\alpha_i\beta_{i+1}) \quad [\text{ec.4-22}]$$

Nos encontramos nuevamente ante una ecuación en diferencias. Sus soluciones son de la forma $\pi_n = c \cdot \theta^n$, donde θ es raíz menor que la unidad de la ecuación característica:

$$-(1-\alpha_i)v_{i+1}\theta^3 - [\alpha_i v_{i+1} + (1-\alpha_i)(1-\beta_{i+1}-v_{i+1})]\theta^2 + [1-\alpha_i(1-\beta_{i+1}-v_{i+1}) - (1-\alpha_i)\beta_{i+1}]\theta - \alpha_i\beta_{i+1} = 0$$

que puede factorizarse de la forma:

$$(\theta - 1)\{\alpha_i\beta_{i+1} + [-1 + \beta_{i+1} + \alpha_i(1-\beta_{i+1}-v_{i+1})]\theta - (1-\alpha_i)v_{i+1}\theta^2\} = 0$$

Es inmediato entonces que existe una única raíz menor que la unidad, dada por:

$$\theta = \frac{(1-\beta_{i+1})(1-\alpha_i) + \alpha_i v_{i+1} - \sqrt{((1-\beta_{i+1})(1-\alpha_i) + \alpha_i v_{i+1})^2 + 4\alpha_i\beta_{i+1}(1-\alpha_i)v_{i+1}}}{-2(1-\alpha_i)v_{i+1}} \quad [\text{ec.4-23}]$$

Utilizando ahora (ec.4-22) y que la suma de todas las probabilidades debe ser 1, esto es:

$$\pi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c\theta^n = 1$$

es posible despejar sin dificultad los valores de las incógnitas c y π_0 . En particular:

$$\pi_0 = 1 - \frac{1}{1 + \frac{(1-\theta)}{\alpha_i\beta} (\theta(1-\alpha_i)v_{i+1} + v_{i+1} + (1-\alpha_i)(1-\beta_{i+1}-v_{i+1}))}$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Como la última estación no transmite, tampoco envía peticiones. De esta forma, en la penúltima estación al no recibirse peticiones, el valor de su VRQ, de acuerdo con nuestro modelo, será siempre cero, y por tanto no transmitirá peticiones negativas cuando sea destino. Así pues, la antepenúltima estación no recibe peticiones negativas de la penúltima estación. En este caso la (ec.4-23) queda indeterminada. No obstante, es fácil comprobar que en este caso, la ecuación característica asociada a la ecuación en diferencias es:

$$-(1-\alpha_{N-2})(1-\beta_{N-1})\theta^2 + [1-\alpha_{N-2}(1-\beta_{N-1})-(1-\alpha_{N-2})\beta_{N-1}]\theta - \alpha_{N-2}\beta_{N-1} = 0$$

que tiene una única raíz menor que la unidad, dada por:

$$\theta = \frac{-(\alpha_{N-2}(1-\beta_{N-1}) + (1-\alpha_{N-2})\beta_{N-1} - 1)}{2(1-\alpha)(1-\beta_{i+1})} - \frac{\sqrt{(\alpha_{N-2}(1-\beta_{N-1}) + (1-\alpha_{N-2})\beta_{N-1} - 1)^2 - 4\alpha_{N-2}\beta_{N-1}(1-\alpha_{N-2})(1-\beta_{N-1})}}{2(1-\alpha)(1-\beta_{i+1})}$$

Utilizando ahora la condición inicial dada por (ec.4-22) particularizada al caso en que $v_{N-1} = 0$, y teniendo en cuenta que la suma de probabilidades debe ser 1 se obtiene:

$$\pi_0 = \frac{(1-\alpha_{N-2})(1-\beta_{N-1})(1-\theta)}{(1-\alpha_{N-2})(1-\beta_{N-1})(1-\theta) + \alpha_{N-2}\beta_{N-1}}$$

Por tanto, conocidos los valores de α , β y v en cada estación, usando las expresiones anteriores se puede obtener la probabilidad π_0 de que la estación no tenga peticiones pendientes. De esta forma, como hemos dicho al final de la sección anterior, podemos modificar la tasa con que cada estación es destino de la forma:

$$\mu_i^* = \mu_i(1-\pi_0) \quad [\text{ec.4-24}]$$

4.4.3 Tiempo de espera usando el protocolo 3: modelo Geo^(G)/Geo/1

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Sea N el número de estaciones de la red. Entonces:

- La última estación no envía RQ^+ ni tampoco RQ^- ; por tanto, $\beta_N = 0$, $v_N = 0$ y $\pi_0 = 1$.
- La penúltima estación no recibe RQ^+ , pero sí genera clientes locales; por tanto, $\beta_{N-1} = \lambda_{N-1}$. Como no tiene cola de peticiones, es $\pi_0 = 1$, y por tanto al ser destino no enviará peticiones negativas, con lo cual $v_{N-1} = 0$

Utilizando el mismo esquema de resolución de las probabilidades de equilibrio del protocolo 2, aparece ahora un caso particular en la antepenúltima estación, ya que para esta estación $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = a_2 = 0$. En este caso, los estados posibles del vector (RQ^+, RQ^-) son $(0,0)$, $(0,1)$ y $(n,0)$, con $n \geq 1$, no pudiéndose alcanzar el estado $(0,n)$ para $n > 1$, ya que al no recibir peticiones negativas por el bus inverso, el contador de liberaciones RQ^- no puede crecer por encima de la unidad. Las ecuaciones de equilibrio quedan entonces de la forma:

$$p_{00} = p_{00}(\alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + p_{01}(\alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + p_{10}(\alpha_6 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + a_1 p_{20} \quad [\text{ec.4-25}]$$

$$p_{01} = p_{00}(a_1 + \alpha_6) + p_{01}(a_1 + \alpha_6) + a_1 p_{10} \quad [\text{ec.4-26}]$$

$$p_{10} = p_{00}(a_4 + \alpha_{11}) + p_{01}(a_4 + \alpha_{11}) + a_3 p_{10} + a_5 p_{20} + a_1 p_{30} \quad [\text{ec.4-27}]$$

$$p_{n0} = a_4 p_{n-1,0} + a_3 p_{n0} + a_5 p_{n+1,0} + a_1 p_{n+2,0} \quad n \geq 2 \quad [\text{ec.4-28}]$$

La solución general de la ecuación en diferencias (ec.4-28) es de la forma $p_{n0} = c\eta^n$, donde η es raíz menor que la unidad de la ecuación característica:

$$a_4 + (a_3 - 1)\eta + a_5\eta^2 + a_1\eta^3 = 0$$

que puede factorizarse como:

$$(\eta - 1)(a_1\eta^2 + (a_1 + a_5)\eta - a_4) = 0$$

Capítulo 4: Reutilización de Slots

Por tanto:

$$\eta = \frac{-(a_1 + a_5) + \sqrt{(a_1 + a_5)^2 + 4a_1a_4}}{2a_1}$$

Sustituyendo ahora p_{n0} por $c\eta^n$ en las ecuaciones (ec.4-25) y (ec.4-26) e introduciendo la condición de que todas las probabilidades deben sumar 1, nos queda el siguiente sistema, fácilmente resoluble, de ecuaciones lineales cuyas incógnitas son c , p_{00} y p_{01} :

$$p_{00} = p_{00}(\alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + p_{01}(\alpha_5 + \alpha_8 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + c\eta(\alpha_6 + \alpha_9 + \alpha_{12}) + c\eta^2 a_1$$

$$p_{01} = p_{00}(\alpha_6 + a_1) + p_{01}(\alpha_6 + a_1) + c\eta a_1$$

$$p_{00} + p_{01} + \frac{c\eta}{1-\eta} = 1$$

Una vez obtenidas estas probabilidades tenemos, de modo similar a como ya hemos visto para el protocolo 2:

$$v_{N-2} = p_{01}(1 - \beta_{N-1})$$

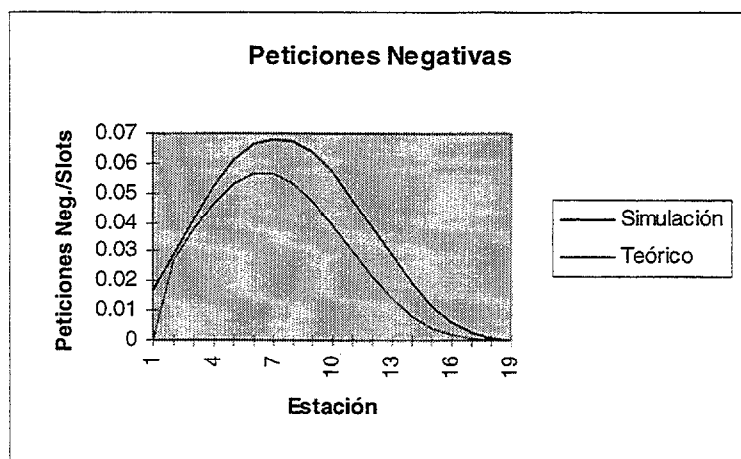
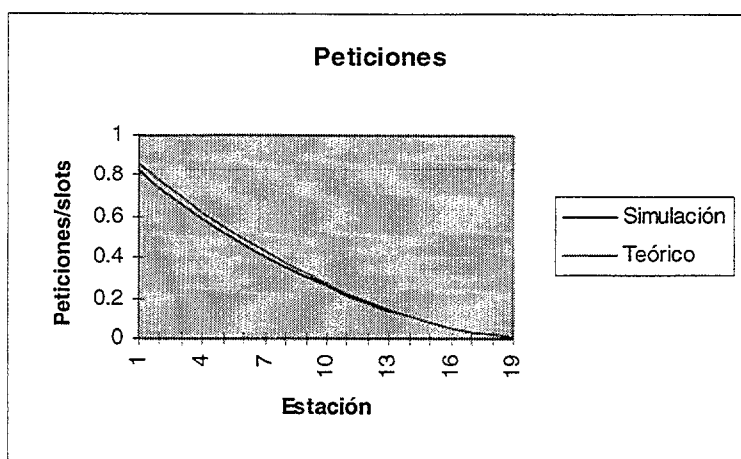
$$\beta_{N-2} = p_{00}\beta_{N-1} + p_{10}(1 - v_{N-1}) + \frac{c\eta^2}{1-\eta}$$

Para el resto de las estaciones el procedimiento para obtener v_i y β_i es exactamente igual que en el protocolo 2, teniendo en cuenta únicamente que la tasa de recepción de RQ se modifica según la (ec.4-24). Con esta modificación podemos emplear también el sistema Geo^(G)/Geo/1 desarrollado antes para obtener los tiempos de espera con el protocolo 3.

Capítulo 4: Reutilización de Slots

4.4.4 Resultados numéricos.

Los resultados obtenidos, en las mismas condiciones de simulación empleadas para el protocolo 2, pero ahora con una carga del 100%, son los siguientes:

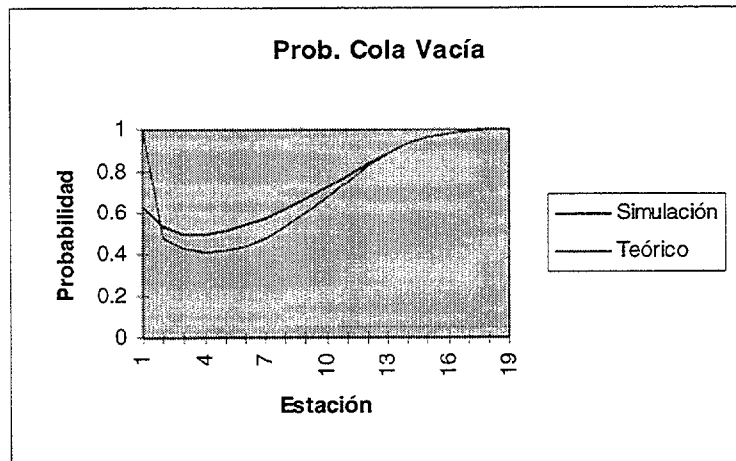


Nótese que en la gráfica correspondiente a las peticiones negativas se ha modificado la escala del eje de ordenadas para ver en detalle el perfil de la curva. Si se pusiera en la misma escala que se ha empleado para las peticiones, la curva de simulación y la teórica aparecerían superpuestas.

En la siguiente gráfica mostramos el valor de π_0 (probabilidad de cola de peticiones vacía) en las distintas estaciones de la red. Obsérvese que, a pesar de las

Capítulo 4: Reutilización de Slots

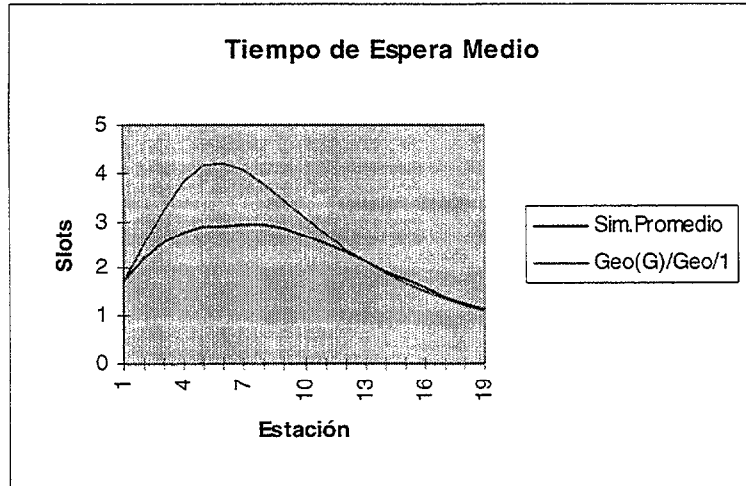
simplificaciones que hemos realizado para calcular el valor teórico de π_0 , el perfil de ambas curvas es muy similar.



Una vez obtenidos los retardos medio de acceso al bus directo en cada estación mediante el modelo $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$, los resultados obtenidos son los siguientes:

Est.	Sim.segmentos	Sim.peticiones	Sim.promedio	$\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$
1	1.902996	1.690581	1.71588	1.71455328
2	2.51934	2.171444	2.21595	2.52002227
3	2.913134	2.483604	2.54352	3.24917288
4	3.178748	2.703646	2.775205	3.81413421
5	3.246015	2.832952	2.898242	4.14437588
6	3.212488	2.854128	2.914692	4.21932286
7	3.280463	2.890258	2.960772	4.07710732
8	3.317781	2.845051	2.933995	3.79109404
9	3.163171	2.779047	2.857238	3.43642738
10	3.021612	2.618241	2.706051	3.06929328
11	2.7802	2.460696	2.53709	2.72273331
12	2.562557	2.270249	2.345654	2.41152226
13	2.283437	2.075787	2.133199	2.13902256
14	2.061186	1.894671	1.946014	1.90276755
15	1.820623	1.709884	1.747489	1.69806514
16	1.625296	1.548647	1.579674	1.51993588
17	1.404866	1.381795	1.393407	1.36396248
18	1.240506	1.260437	1.246737	1.22657904
19	1.134921	0	1.132673	1.10465116

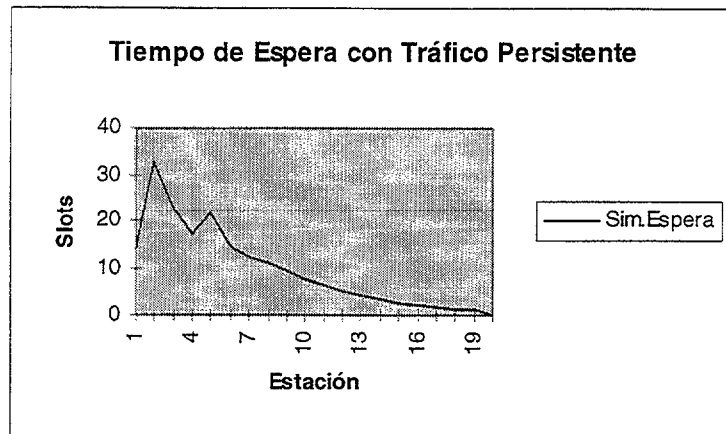
Capítulo 4: Reutilización de Slots



Como puede apreciarse, las diferencias son ahora mayores que las que se observaban en el protocolo 2. En el protocolo 3 aparecen más factores que intervienen en el cálculo de los retardos de las estaciones. También se introducen nuevas simplificaciones del modelo al tener que considerar el estado de la cola distribuida. Aún así, el perfil de la curva es parecido teniendo en cuenta que una diferencia de 1 slot supone alrededor de $2.82 \mu\text{segs}$.

Para el caso de tráfico persistente, se comprueba que, como se esperaba, con este protocolo se reduce el tiempo medio de espera medio. Esta reducción es de dos órdenes de magnitud (de 1417 en el protocolo 2 a 14.4 en el protocolo 3). A continuación mostramos los resultados de simulación :

Capítulo 4: Reutilización de Slots



Esta drástica reducción de los tiempos de espera se debe fundamentalmente a que en realidad ahora la estación que genera el tráfico persistente va acumulando cada vez más segmentos en su cola local, tardando mucho tiempo en pasar a la distribuida. En la simulación se ha calculado solamente el tiempo medio que permanecen los clientes en la cola distribuida, sin tener en cuenta el tiempo que han esperado en la cola local. De hecho podría suceder, incluso, que la cola local creciera indefinidamente, lo que repercutiría exclusivamente en la estación que genera el tráfico persistente y no perjudicaría a las restantes estaciones.

Por otro lado, el hecho de que una petición negativa sólo se genere en el caso de que sea posible garantizar que una estación va a reutilizar el slot liberado, hace que no se eliminen peticiones injustamente. De todas formas, se observa que el desequilibrio entre estaciones aún se mantiene en el protocolo, aunque indiscutiblemente mejora los resultados dados por el protocolo 2.

4.5 Nuevo protocolo de reutilización: Interceptación y envío de peticiones negativas.

En esta sección presentamos un protocolo alternativo original para la reutilización de slots, al que denominaremos Protocolo 4. Como hemos visto, el protocolo anterior se caracterizaba porque, si una estación era destino y tenía sus contadores de peticiones y de cuenta regresiva a cero, aunque liberase el slot por el bus

Capítulo 4: Reutilización de Slots

directo, no enviaba una petición negativa por el bus inverso. En muchos casos puede suceder que, tras esta liberación, una estación posterior genere un cliente y pueda aprovechar ese slot liberado; sin embargo, la petición de esa estación será introducida en el canal inverso sin que se cancele con ninguna petición negativa preexistente, y obligará a muchas estaciones a dejar pasar por el canal directo un slot libre que ya no es necesario. De esta forma el resultado neto es que el ancho de banda de la red no se ha ampliado todo lo posible.

No obstante, ya hemos señalado que el protocolo 3 da lugar a buenos comportamientos de la red en caso de tráfico persistente. Cabe preguntarse entonces si es posible alguna modificación de este protocolo que, sin perder esta ventaja, permita un mayor ancho de banda en la red.

El protocolo alternativo que presentamos a continuación tiene como objetivo maximizar la cantidad de peticiones negativas enviadas por el bus inverso, optimizando por tanto la utilización de los slots que circulan por la red y mejorando el ancho de banda de la misma. Para conseguir tal objetivo, se hace uso de uno de los dos bits reservados existentes en el campo de control de acceso de cada slot que circula por el canal directo, de acuerdo con el siguiente esquema:

- **Caso 1:** La estación **n** recibe como destino un slot; alguno de sus contadores de cuenta regresiva (CD) o peticiones (RQ) es mayor que cero (puede asegurar que una estación posterior va a reutilizar el slot): libera el slot y envía una petición negativa por el bus inverso.

- **Caso 2:**
 - a. La estación **n** recibe como destino un slot, y sus contadores de cuenta regresiva y peticiones están a cero, es decir, no puede asegurar que una estación posterior vaya a reutilizar el slot; *marca* entonces el slot mediante uno de los dos bits que tiene reservado el Campo de Control de Acceso y libera el slot.

Capítulo 4: Reutilización de Slots

- b. La estación $n+i$ ($i \geq 1$) es la primera que recibe el slot marcado.
Entonces:

- Si tiene un segmento en espera de ser transmitido y:
 - $CD=0$: elimina la marca y transmite su cliente por el bus directo. Si no ha enviado aún su petición por el bus inverso, cancela dicho envío; si ya ha enviado por el bus inverso, envía una petición negativa.
 - $CD > 0$: elimina la marca del slot, envía una petición negativa por el bus inverso y decrementa el valor del CD en una unidad.

- No tiene ningún segmento en espera de ser transmitido y:
 - $RQ=0$: deja pasar el *slot* marcado sin realizar ninguna acción.
 - $RQ > 0$: elimina la marca del *slot*, envía una petición negativa por el bus inverso y decrementa el valor del RQ en una unidad.

Como puede verse, la idea fundamental de este protocolo es que, cuando se produce la ‘liberación’ de un slot, la correspondiente generación de una petición negativa se pospone hasta que el slot liberado encuentre una estación que lo pueda reutilizar. De esta forma se consigue incrementar el ancho de banda disponible en el bus inverso, garantizando además que todas las peticiones negativas que circulan por él corresponden realmente a reutilizaciones llevadas a efecto. Como veremos, incluso en caso de tráfico persistente este protocolo mejora los resultados obtenidos con el protocolo 3.

Con respecto al modelo analítico desarrollado para el protocolo 3, la única diferencia ahora radica en la toma de decisión de liberar o no el slot cuando un nodo es destino. En el protocolo 3 se ponderaba la probabilidad de ser destino por la probabilidad de que la cola distribuida no estuviera vacía, ya que solamente si había alguna petición en esta cola se enviaba una petición negativa. De no haber ninguna

Capítulo 4: Reutilización de Slots

petición pendiente en esa estación, el hecho de ser destino no tenía efecto y por tanto a los efectos prácticos podía considerarse que el slot no iba dirigido a esa estación .

Para el protocolo 4, también se debe ponderar la probabilidad de ser destino, pero en este caso, por la probabilidad de que alguna de las estaciones, propia o posterior, no tenga la cola distribuida vacía. En efecto, si el slot liberado encontrase todas las estaciones posteriores con sus colas de peticiones vacías, no se generaría en ninguna de ellas una petición negativa. Por tanto, a los efectos prácticos, podemos considerar que una estación es efectivamente destino sólo si el eventual slot que se libere va a ser utilizado por alguna de las estaciones posteriores. De esta forma modificaríamos la probabilidad de ser destino mediante:

$$Prob (ser destino) = \mu_i^* = \mu_i \left(1 - \prod_{n=i}^N \pi_0^{(n)} \right)$$

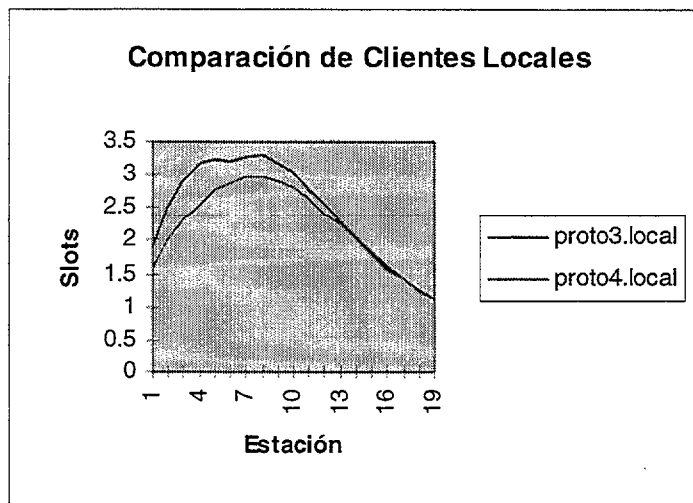
donde $\pi_0^{(n)}$ denota la probabilidad de que la cola distribuida esté vacía en la estación n .

Utilizando el mismo método recursivo que se expuso para el protocolo 3 es posible también en este caso obtener los tiempos de espera en las distintas estaciones de la red utilizando un modelo $Geo^{(G)}/Geo/1$.

4.5.1 Resultados numéricos

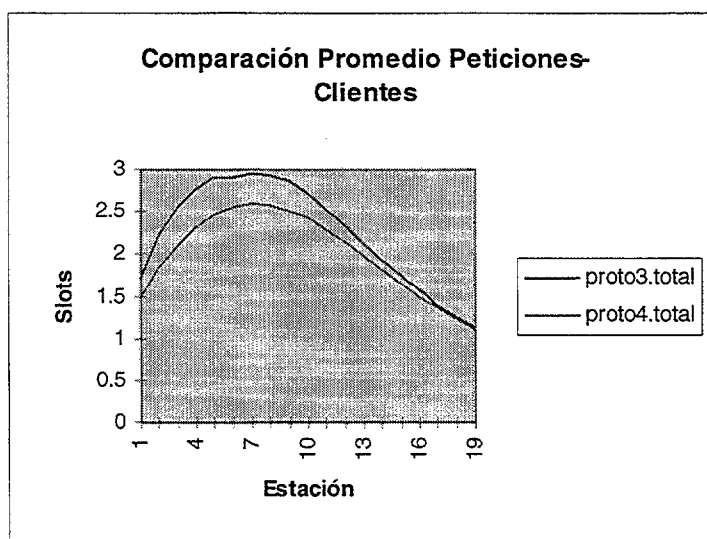
Los resultados obtenidos por simulación demuestran la mejora introducida con el protocolo de interceptación en lo que respecta a los tiempos de espera (para el acceso al medio), de manera especial en las primeras estaciones. Las gráficas que se muestran a continuación corresponden a simulaciones realizadas en las mismas condiciones de carga graduada descritas anteriormente. En la primera de estas gráficas mostramos los tiempos de espera medios (de los segmentos o clientes locales) observados en simulación, con los protocolos 3 y 4

Capítulo 4: Reutilización de Slots



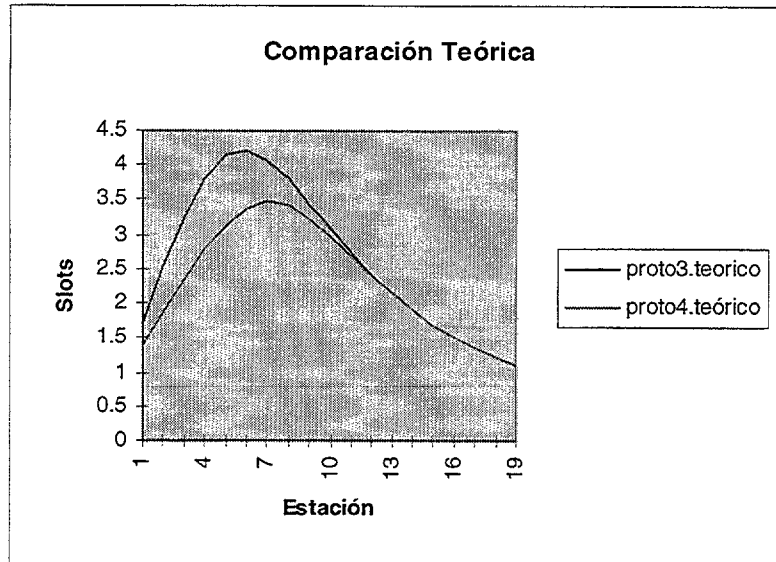
Como puede apreciarse el retardo medio de acceso disminuye en todos los casos, sobre todo en las estaciones más próximas al comienzo de la red (en el sentido de la transmisión). Ello obedece a que las últimas estaciones son más veces destino de los paquetes, con lo que potencialmente las primeras estaciones reciben un mayor número de peticiones negativas provenientes de las estaciones posteriores.

A continuación se muestran los retardos (observados en simulación) en la cola distribuida, sin diferenciar clientes locales (segmentos), de peticiones. Como puede apreciarse, el patrón de comportamiento de las curvas es similar al anterior.



Capítulo 4: Reutilización de Slots

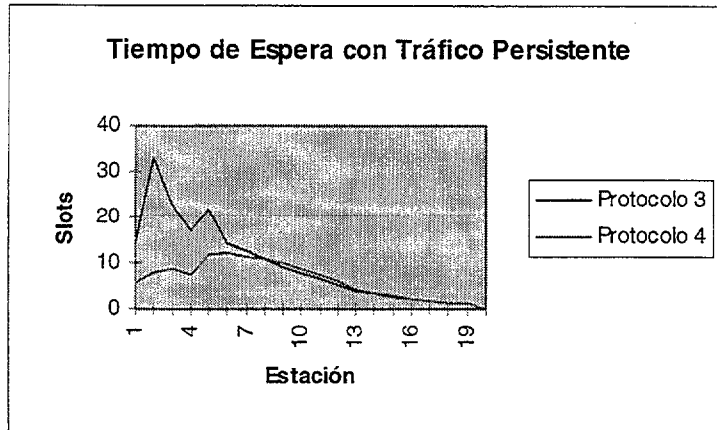
Seguidamente mostramos el mismo gráfico anterior, pero haciendo figurar ahora los tiempos de espera obtenidos con el modelo teórico descrito más arriba:



Puede observarse que, si bien los valores teóricos y los obtenidos en simulación no son exactamente los mismos, el perfil de las curvas sí que es similar. De hecho, las diferencias que se observan en las curvas teóricas son del mismo orden que las que se observan en las curvas de simulación. Ello significa que nuestros modelos teóricos resultan útiles para comparar el rendimiento de los distintos protocolos.

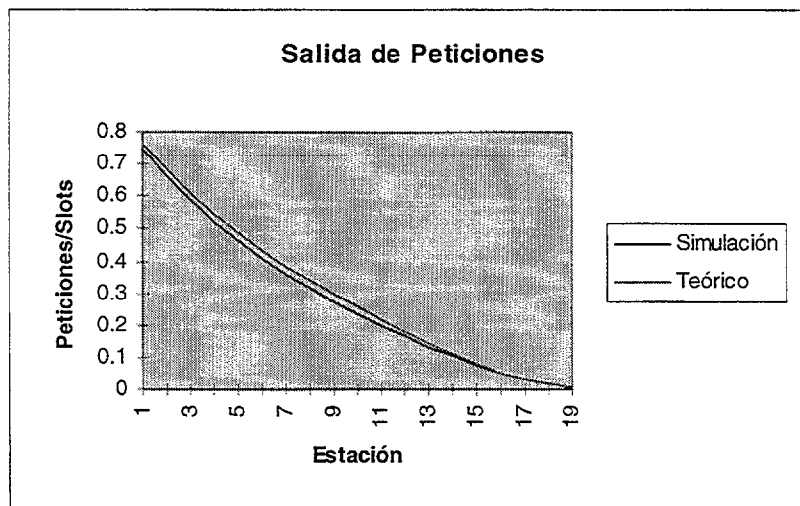
Por otro lado, con tráfico persistente vemos como se mejoran los tiempos de espera medios, en relación a los protocolos anteriores. La siguiente gráfica muestra los retardos medios observados en simulación para una carga del 130%, con la estación 4 emitiendo tráfico persistente:

Capítulo 4: Reutilización de Slots

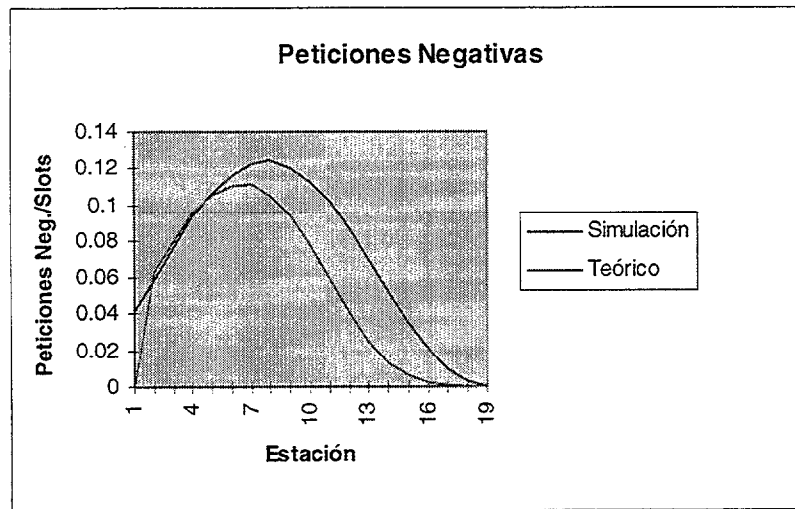


Tanto con carga persistente, como con carga graduada se observa que se produce una mejora sustancial, prácticamente en todas las estaciones y además se mejora el comportamiento en cuanto a la equidad en el acceso al bus.

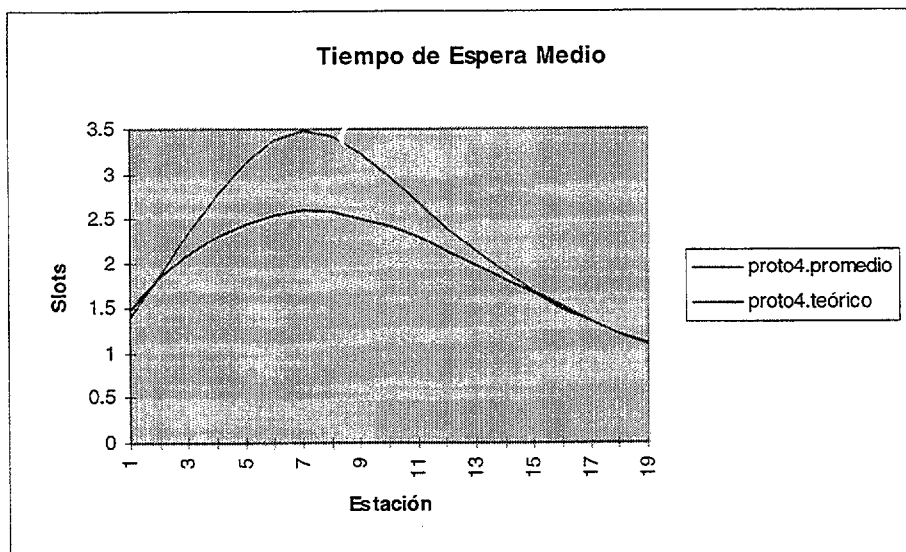
Las gráficas siguientes muestran los resultados obtenidos en simulación comparados con los predichos por los modelos teóricos, en lo que se refiere a las peticiones y peticiones negativas que se reciben en cada estación, así como a los tiempos de espera medios observados en las distintas estaciones.



Capítulo 4: Reutilización de Slots



En esta gráfica se ha modificado la escala del eje de ordenadas para ver en detalle el perfil de la curva.



Así pues, podemos concluir que el protocolo de reutilización basado en la interceptación de slots liberados, disminuye de modo notable el retardo de acceso al medio de los clientes. A medida que la carga de la red aumenta, también aumenta la probabilidad de que las últimas estaciones intercepten slots liberados. Cada slot interceptado supone una nueva petición negativa por el bus inverso, y por tanto, una disminución del retardo de acceso de las estaciones que reciban tales peticiones.

Capítulo 5

5. CONCLUSIONES

5.1 Introducción

En este capítulo se resumen de forma concisa las principales aportaciones y conclusiones de esta tesis doctoral. Asimismo se reseñan posibles líneas de continuación.

5.2 Contribuciones

En el primer capítulo se describe el comportamiento de cola distribuida del protocolo DQDB.

En el capítulo 2 se revisa la literatura respecto a modelos de colas en tiempo discreto y se presentan diversos estudios previos del protocolo DQDB utilizando diferentes técnicas:

- El modelo de estados que, si bien establece un modelo exacto, conduce rápidamente a una explosión en el número de estados posibles, lo que hace este método inviable en condiciones normales.

- El siguiente modelo que se analiza es el modelo de Bisdikian, que se restringe al caso muy particular de la existencia de un buffer unitario para los segmentos. Sin embargo, el modelo recoge bien la diferencia de comportamiento entre el cliente local y las peticiones. Como aspecto negativo, señalamos que asume hipótesis de geometricidad tanto para la distribución de las llegadas de peticiones como para la de llegada de slots libres por el bus directo.

- Por último, el modelo de Tran-Gia y Stock representa el comportamiento del protocolo mediante sistemas de colas $M/G/1$ encajados. El principal inconveniente es que trata modelos en tiempo continuo, de naturaleza diferente a las llegadas en slots del

Capítulo 5: Conclusiones

protocolo DQDB - en tiempo discreto - . Las llegadas de segmentos y de peticiones se consideran markovianas, y la distribución de llegada de slots por el bus directo, se considera geométrica. Aunque en [Stock90] estos autores introducen modelos en tiempo discreto, el tratamiento de los mismos es más complejo y además las distribuciones utilizadas para tiempos entre llegadas y de servicio resultan poco verosímiles en una parte importante de la red.

El objetivo del capítulo 3 es obtener un modelo del protocolo capaz de darnos la distribución de los tiempos de espera de los segmentos en cada nodo de la red. Para ello:

- Se estudia la distribución, en tiempo discreto, del tiempo entre llegadas de peticiones que una estación cualquiera recibe. Esta distribución sustituye las llegadas de peticiones markovianas supuestas en el modelo de Tran-Gia y Stock, y las geométricas supuestas en el de Bisdikian. Los resultados se comparan con los obtenidos en simulación, suponiendo cargas graduadas.

- El patrón de ocupación de slots por el bus directo ha sido estudiado mediante cadenas de Markov de primer orden [Conti92]. De estos modelos podemos obtener la probabilidad de recibir un slot libre u ocupado condicionado a que el slot anterior haya llegado libre u ocupado. Partiendo de esta probabilidad, se desarrolla la distribución de las rachas de slots ocupados consecutivos por el canal directo. Se observa que los resultados mejoran substancialmente en relación a la distribución geométrica. Sin embargo, si calculamos el tiempo de servicio - hay que tener en cuenta que un segmento puede llegar en mitad de una racha -, los resultados obtenidos no difieren tanto de la distribución geométrica. En las últimas estaciones, los tiempos de servicio no se ajustan a los obtenidos en simulación para cargas altas (80%), efecto ya predicho en [Conti92].

- Una vez calculados los tiempos entre llegadas (distribución general) y los tiempos de servicio (distribución general), obtenemos la distribución de tiempos de espera en el sistema utilizando sistemas de colas $G^{(G)}/G/1$ en tiempo discreto, tal como se describe en [Vinck94]. Se comparan diversos modelos cambiando las distribuciones generales por distribuciones geométricas y analizando las diferencias.

Capítulo 5: Conclusiones

En el capítulo 4, se analiza la reutilización de slots:

- Se describe el mecanismo principal, que consiste en la liberación de un slot por el bus directo cuando el nodo es destino de dicho slot. Como contrapartida, por el bus inverso, se envía una petición negativa que hace que las estaciones anteriores decrementen sus contadores de peticiones. Se calculan los parámetros necesarios para el estudio mediante un sistema de colas $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$, en lo que se refiere a la llegada de peticiones, llegada de peticiones negativas y llegada de slots ocupados por el bus directo. También se tiene en cuenta la posibilidad de llegadas simultáneas a la cola distribuida: segmento y petición. Con este modelo, se calcula el tiempo de espera medio en el sistema. Los resultados se comparan con los obtenidos mediante simulación para cargas del 100%. Hay un ajuste del perfil de los tiempos medios de espera en función de la estación con diferencias de un slot y medio como máximo.
- Otro elemento que interviene en la reutilización de slots es la liberación en función del estado de la cola distribuida. Esta cola nos indica si hay alguna estación posterior que está esperando para transmitir. Si es así, el comportamiento es idéntico al protocolo descrito en el punto anterior. Si no, se produce la liberación por el bus directo, pero no se envía una petición negativa. La dependencia del estado de la cola distribuida introduce complicaciones adicionales al estudio del sistema. Mediante una simplificación basada en obtener primero una aproximación de la probabilidad de encontrar la cola distribuida vacía, se consigue obtener los parámetros necesarios para calcular los tiempos medios de espera mediante sistemas de colas $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$. Nuevamente, se ajusta el perfil, si bien, las diferencias aumentan un poco en relación al protocolo anterior.
- Se propone un nuevo protocolo para la reutilización. Con este nuevo protocolo se analizan los tiempos de espera, en condiciones de carga graduada y de carga persistente y se observa una sensible mejora al protocolo anterior para ambos tipos de carga. Este protocolo consiste en la

Capítulo 5: Conclusiones

intercepción de slots ya utilizados por una estación, pero que no han dado lugar aún a la generación de peticiones negativas. Para implementar este nuevo mecanismo se hace uso de uno de los dos bits reservados de que dispone el ACF de cada slot. El estudio de este protocolo se lleva a cabo tanto con simulación como con métodos similares a los utilizados para los dos protocolos anteriores, mediante sistemas de colas $\text{Geo}^{(G)}/\text{Geo}/1$.

5.3 Problemas abiertos y futuras líneas de Investigación.

Las posibles líneas de continuación del trabajo desarrollado en esta tesis pueden concretarse en los siguientes puntos :

- En cuanto a modelización del protocolo básico :
 - ⇒ Desarrollar modelos de redes de colas que permitan diferenciar la cola local y la distribuida, con objeto de poder determinar el tiempo de espera en cada una de ellas, distinguiendo además los tiempos de espera de los segmentos de los tiempos de espera de las peticiones.
 - ⇒ Mejorar la modelización de la distribución de los tiempos de servicio por el canal directo. En este momento cabe pensar en dos modelos alternativos. Uno de ellos utilizaría el trabajo publicado en [Conti94] que mejora el patrón de llegadas de slots libres y ocupados por el canal directo considerando las dependencias entre el estado de llegada del slot actual y de los n slots anteriores. El otro modelo se apoya en ideas similares a las utilizadas para representar los tiempos entre llegadas de peticiones por el canal inverso.

Capítulo 5: Conclusiones

- ⇒ Desarrollar modelos para redes de colas que permitan representar, aún cuando sea de modo aproximado, las interdependencias entre los distintos procesos que ocurren en la red.
- En cuando a modelización de protocolos de reutilización :
 - ⇒ Los modelos empleados en esta tesis para representar las peticiones negativas son aproximaciones que obvian el tratamiento directo de estas peticiones, ocupándose básicamente de lo que hemos llamado *llegadas efectivas*. Un modelo más adecuado sería aquel que considerase sistemas de colas en que efectivamente se tengan en cuenta clientes positivos y clientes negativos. Los sistemas de colas con clientes negativos constituyen en la actualidad un campo muy activo en la investigación relacionada con la teoría de colas [Harr93], [Hend93].
 - ⇒ En particular para modelizar los protocolos de reutilización que hemos visto se deberían desarrollar modelos para redes de colas con tres clases de clientes : los segmentos, las peticiones y las peticiones negativas, teniendo en cuenta la particularidad de que las peticiones negativas sólo afectan a las peticiones y no a los segmentos.
 - ⇒ Desarrollar modelos para protocolos con reutilización que no utilicen distribuciones geométricas para los procesos de llegadas de segmentos, peticiones y slots libres por el canal directo. Cabría pensar en contemplar modelos como el desarrollado en el capítulo 3, aunque la presencia de peticiones negativas complica notablemente el análisis.

Capítulo 5: Conclusiones

- ⇒ Desarrollar técnicas de inferencia estadística sobre los resultados de simulación que permitan comparar entre sí los rendimientos y características de distintos protocolos. La importancia de las técnicas de simulación es incuestionable por cuanto las complicaciones que se presentan en los distintos protocolos hacen muy difícil el desarrollo de modelos teóricos que puedan representarlos.

- En cuanto a aplicación de los modelos desarrollados en esta tesis a otros campos distintos de DQDB :
 - ⇒ La distribución de probabilidad obtenida para las llegadas de peticiones por el bus inverso, es aplicable cada vez que se disponga de un conjunto de fuentes markovianas que se conecten a un servidor que serialice la salida. Cabe estudiar el empleo de distribuciones similares para LAN Emulation de ATM, donde se pueden dar casos representables mediante este tipo de distribuciones.

 - ⇒ Los modelos de colas desarrollados en esta tesis son modificables y adaptables para representar otros protocolos que operen en tiempo discreto.

APÉNDICE A: Modelo de estados para el caso de tres estaciones.

(Estado--> General1|Genera2)

1 (Estado fifoRQ RQ CD slotA slotB)
 2 (Estado fifoRQ RQ CD slotA slotB)

	Libre	0	0	0	1	1
ESTADO No.: 0 (0 --> 00)	Libre	0	0	0	1	0
Libre	0	0	0	0		
Libre	0	0	0	0		
	ESTADO No.: 6 (1 --> 10)					
	Libre	0	0	0	0	0
ESTADO No.: 1 (0 --> 01)	Ocup	0	0	0	1	1
Libre	0	0	0	1	1	
Libre	0	0	0	0	0	
	ESTADO No.: 7 (1 --> 11)					
	Libre	0	0	0	1	1
ESTADO No.: 2 (0 --> 10)	Ocup	0	0	0	1	1
Libre	0	0	0	0		
Libre	0	0	0	1	1	
	ESTADO No.: 8 (6 --> 00)					
ESTADO No.: 3 (0 --> 11)	Libre	0	1	0	0	1
Libre	0	0	0	0	1	0
Libre	0	0	0	1	1	
	ESTADO No.: 9 (6 --> 01)					
ESTADO No.: 4 (1 --> 00)	Libre	1	1	0	1	1
Libre	0	0	0	0	1	0
Libre	0	0	0	1	0	
	ESTADO No.: 10 (8 --> 01)					
ESTADO No.: 5 (1 --> 01)	Ocup	0	0	0	0	1
	Libre	0	0	0	0	0

Apéndice1 : Modelo de estados para el caso de tres estaciones

ESTADO No.: 11 (8 --> 11)

Ocup 0 0 0 0 1
 Libre 0 0 0 1 1

ESTADO No.: 19 (17 --> 01)

Ocup 0 0 0 0 1
 Libre 0 0 0 1 0

ESTADO No.: 12 (10 --> 00)

Libre 0 0 0 1 0
 Libre 0 0 0 0 0

ESTADO No.: 20 (17 --> 11)

Ocup 0 0 0 0 1
 Ocup 0 0 0 1 1

ESTADO No.: 13 (10 --> 10)

Libre 0 0 0 1 0
 Libre 0 0 0 1 1

ESTADO No.: 21 (20 --> 00)

Libre 0 1 0 1 1
 Libre 0 0 0 1 0

ESTADO No.: 14 (13 --> 10)

Libre 0 1 0 0 1
 Ocup 0 0 0 1 1

ESTADO No.: 22 (18 --> 11)

Ocup 1 1 0 0 1
 Ocup 0 0 0 1 1

ESTADO No.: 15 (13 --> 11)

Libre 1 1 0 1 1
 Ocup 0 0 0 1 1

ESTADO No.: 23 (22 --> 00)

Libre 1 2 0 1 1
 Libre 0 0 0 1 0

ESTADO No.: 16 (14 --> 01)

Ocup 1 1 0 0 1
 Libre 0 0 0 1 0

ESTADO No.: 24 (23 --> 01)

Ocup 1 0 1 0 1
 Libre 0 0 0 1 0

ESTADO No.: 17 (16 --> 00)

Libre 0 1 0 1 1
 Libre 0 0 0 0 0

ESTADO No.: 25 (23 --> 11)

Ocup 1 0 1 0 1
 Ocup 0 0 0 1 1

ESTADO No.: 18 (16 --> 10)

Libre 0 1 0 1 1
 Libre 0 0 0 1 1

ESTADO No.: 26 (15 --> 00)

Libre 1 1 0 0 1
 Ocup 0 0 0 1 0

Apéndice1 : Modelo de estados para el caso de tres estaciones

ESTADO No.: 27 (15 --> 01)	ESTADO No.: 35 (33 --> 01)
Ocup 2 1 0 0 1	Ocup 1 0 0 0 1
Ocup 0 0 0 1 0	Ocup 0 0 0 1 0
ESTADO No.: 28 (26 --> 00)	ESTADO No.: 36 (2 --> 00)
Libre 0 0 0 0 1	Libre 0 1 0 0 1
Libre 0 0 0 1 0	Libre 0 0 0 0 0
ESTADO No.: 29 (26 --> 01)	ESTADO No.: 37 (2 --> 01)
Ocup 1 0 0 0 1	Libre 1 1 0 1 1
Libre 0 0 0 1 0	Libre 0 0 0 0 0
ESTADO No.: 30 (9 --> 10)	ESTADO No.: 38 (2 --> 10)
Libre 0 0 0 0 1	Libre 0 1 0 0 1
Ocup 0 0 0 1 1	Libre 0 0 0 1 1
ESTADO No.: 31 (9 --> 11)	ESTADO No.: 39 (2 --> 11)
Ocup 1 0 0 0 1	Libre 1 1 0 1 1
Ocup 0 0 0 1 1	Libre 0 0 0 1 1
ESTADO No.: 32 (7 --> 00)	ESTADO No.: 40 (38 --> 01)
Libre 0 1 0 0 1	Ocup 1 1 0 0 1
Ocup 0 0 0 1 0	Libre 0 0 0 0 0
ESTADO No.: 33 (7 --> 01)	ESTADO No.: 41 (38 --> 11)
Libre 1 1 0 1 1	Ocup 1 1 0 0 1
Ocup 0 0 0 1 0	Libre 0 0 0 1 1
ESTADO No.: 34 (33 --> 00)	ESTADO No.: 42 (41 --> 00)
Libre 0 0 0 0 1	Libre 1 2 0 1 1
Ocup 0 0 0 1 0	Libre 0 0 0 0 0

Apéndice1 : Modelo de estados para el caso de tres estaciones

ESTADO No.: 43 (41 --> 10)

Libre	1	2	0	1	1
Libre	0	0	0	1	1

ESTADO No.: 51 (39 --> 00)

Libre	1	1	0	0	1
Libre	0	0	0	1	0

ESTADO No.: 44 (43 --> 00)

Libre	1	2	0	0	1
Libre	0	0	0	1	0

ESTADO No.: 52 (39 --> 01)

Ocup	2	1	0	0	1
Libre	0	0	0	1	0

ESTADO No.: 45 (43 --> 01)

Ocup	2	1	1	0	1
Libre	0	0	0	1	0

ESTADO No.: 53 (39 --> 10)

Libre	1	1	0	0	1
Ocup	0	0	0	1	1

ESTADO No.: 46 (43 --> 10)

Libre	1	2	0	0	1
Ocup	0	0	0	1	1

ESTADO No.: 54 (39 --> 11)

Ocup	2	1	0	0	1
Ocup	0	0	0	1	1

ESTADO No.: 47 (43 --> 11)

Ocup	2	1	1	0	1
Ocup	0	0	0	1	1

ESTADO No.: 55 (51 --> 00)

Libre	0	0	0	0	1
Libre	0	0	0	0	0

ESTADO No.: 48 (44 --> 01)

Ocup	1	0	1	0	1
Libre	0	0	0	0	0

ESTADO No.: 56 (51 --> 01)

Ocup	1	0	0	0	1
Libre	0	0	0	0	0

ESTADO No.: 49 (44 --> 11)

Ocup	1	0	1	0	1
Libre	0	0	0	1	1

ESTADO No.: 57 (51 --> 10)

Libre	0	0	0	0	1
Libre	0	0	0	1	1

ESTADO No.: 50 (47 --> 00)

Ocup	2	2	0	0	1
Libre	0	0	0	1	0

ESTADO No.: 58 (51 --> 11)

Ocup	1	0	0	0	1
Libre	0	0	0	1	1

Apéndice 1 : Modelo de estados para el caso de tres estaciones

					13	8	9	14	15	
ESTADO No.:	59 (54 --> 00)				14	8	16	8	16	
Libre	2	2	0	1	1	15	26	27	26	27
Libre	0	0	0	1	0	16	17	17	18	18
						17	4	19	6	20
ESTADO No.:	60 (59 --> 01)				18	8	16	14	22	
Ocup	2	0	1	0	1	19	12	12	13	13
Libre	0	0	0	1	0	20	21	21	21	21
						21	4	19	6	20
ESTADO No.:	61 (59 --> 11)				22	23	23	23	23	
Ocup	2	0	1	0	1	23	8	24	14	25
Ocup	0	0	0	1	1	24	10	10	11	11
						25	16	16	16	16
						26	28	29	28	29
						27	9	9	9	9
Numero de Estados:	62				28	0	1	2	3	
					29	1	1	3	3	
Estado	Transiciones				30	8	9	8	9	
	00	01	10	11	31	9	9	9	9	
0	0	1	2	3	32	4	19	4	19	
1	4	5	6	7	33	34	35	34	35	
2	36	37	38	39	34	4	5	4	5	
3	8	9	14	15	35	5	5	5	5	
4	0	1	2	3	36	0	10	2	11	
5	4	5	6	7	37	28	29	30	31	
6	8	9	8	9	38	36	40	38	41	
7	32	33	32	33	39	51	52	53	54	
8	0	10	2	11	40	17	17	18	18	
9	28	29	30	31	41	42	42	43	43	
10	12	12	13	13	42	8	24	14	25	
11	17	17	18	18	43	44	45	46	47	
12	4	5	6	7	44	36	48	38	49	

Apéndice1 : Modelo de estados para el caso de tres estaciones

45	40	40	41	41	54	59	59	59	59
46	44	45	44	45	55	0	1	2	3
47	50	50	50	50	56	1	1	3	3
48	10	10	11	11	57	36	37	38	39
49	40	40	41	41	58	37	37	39	39
50	42	42	43	43	59	51	60	53	61
51	55	56	57	58	60	56	56	58	58
52	37	37	39	39	61	52	52	52	52
53	51	52	51	52					

Apéndice 1: Estimación del parámetro de la distribución geométrica

La distribución geométrica aparece frecuentemente en la literatura para representar, por cualquiera de los buses del protocolo DQDB, la distribución del número de slots libres que pasan por el bus hasta que llega un slot ocupado o, alternativamente, el número de slots ocupados hasta que llega uno libre. Obviamente, para contrastar la validez del ajuste a esta distribución de unos datos muestrales, será preciso, en primer lugar, disponer de un estimador adecuado del parámetro de esta distribución. Si

$X =$ “Número de slots ocupados que pasan hasta que llegue uno libre”

y llamamos

$\alpha = \text{Prob}(\text{llegue un slot ocupado})$

la función de densidad de probabilidad de la distribución geométrica supuesta para X es

$$P(X = k) = \alpha^{k-1} \cdot (1 - \alpha)$$

El parámetro a estimar es precisamente α . Describimos a continuación el procedimiento de estimación por máxima verosimilitud de este parámetro.

Si denotamos por:

0: el suceso “el slot llega libre”

1: el suceso “el slot llega ocupado”

una realización del proceso de llegadas de slots será simplemente una sucesión de unos y ceros.

❶ Llamaremos observación completa al número de slots que transcurren hasta que, por primera vez, se detecta un slot libre. Así, por ejemplo, en la sucesión:

0¹|0²|1110³|111110⁴|0⁵|10⁶|0⁷|0⁸|0⁹|110¹⁰|

hay 10 observaciones completas (separadas mediante líneas verticales).

❷ Para cada observación completa se calcula el valor de la variable aleatoria:

X_i = “Número de slots necesarios para que aparezca un slot libre por i-ésima vez”.

En el ejemplo anterior, los valores de X_i correspondientes a cada observación completa serían:

1, 1, 4, 6, 1, 2, 1, 1, 1, 3

❸ Construimos la función de verosimilitud

$$\begin{aligned} L(\alpha) &= P_{\alpha}(X_1 = k_1, X_2 = k_2, \dots, X_m = k_m) = \\ &= \alpha^{k_1-1} \cdot (1-\alpha) \cdot \alpha^{k_2-1} \cdot (1-\alpha) \dots \alpha^{k_m-1} \cdot (1-\alpha) = \\ &= \alpha^{\sum_{i=1}^m k_i - m} (1-\alpha)^m \end{aligned}$$

ξ Para calcular el máximo de esta función resulta más sencillo, calcularlo a partir de su logaritmo*3,:

$$L(\alpha) = \sum_{i=1}^m (k_i - m) \ln \alpha + m \cdot \ln(1-\alpha)$$

Derivando respecto a α e igualando a 0:

*1 El máximo de una función coincide con el máximo del logaritmo de la función.

$$L'(\alpha) = \sum_{i=1}^m (k_i - m) \frac{1}{\alpha} - \frac{m}{1-\alpha} = 0 \Rightarrow$$

$$\alpha = 1 - \frac{m}{\sum_{i=1}^m k_i}$$

Luego, el estimador de Máxima Verosimilitud de α es:

$$\hat{\alpha} = 1 - \frac{m}{\sum_{i=1}^m k_i}$$

Obsérvese que, en la práctica, $\sum_{i=1}^m k_i$ es el número total de slots que han pasado por la estación durante toda la simulación. De esta forma, el estimador de $\hat{\alpha}$ es simplemente:

$$\hat{\alpha} = 1 - \frac{\text{n}^\circ \text{ de observaciones completas}}{\text{n}^\circ \text{ total de slots}}$$

Si la simulación termina y se tiene una última observación que no es completa (se han generado muchos unos sucesivos y aún no ha ocurrido un cero) esta observación se denomina censurada, y no podría incluirse en la estimación de $\hat{\alpha}$ perdiéndose tal información. Hay varias posibilidades ante esta situación:

- ① Considerar que la observación es realmente completa: esta es la solución más desaconsejable porque introduce un sesgo en la estimación de α .
- ② Continuar la simulación hasta que aparezca un 0 y detener entonces la simulación. Se tendría así una observación completa. El problema es que puede tardar mucho en aparecer un 0, y cuando aparece, no lo hace simultáneamente en todas las estaciones.
- ③ Modificar la estimación del siguiente modo: si en la última observación han transcurrido k_m slots y aún no ha aparecido el slot libre, la información que contiene esta observación es que $X_m > k_m$. Entonces:

Apéndice 1 : Estimación del parámetro de la distribución geométrica

$$\begin{aligned}
 P_{\alpha} (X_1 = k_1, X_2 = k_2, \dots, X_{m-1} = k_{m-1}, X_m > k_m) &= \\
 &= \alpha^{k_1-1} \cdot (1-\alpha) \cdot \alpha^{k_2-1} \cdot (1-\alpha) \cdot \dots \cdot \alpha^{k_{m-1}-1} \cdot (1-\alpha) \cdot \left(\sum_{j=m}^{\infty} \alpha^{j-1} (1-\alpha) \right) = \\
 &= \alpha^{k_1-1} \cdot (1-\alpha) \cdot \alpha^{k_2-1} \cdot (1-\alpha) \cdot \dots \cdot \alpha^{k_{m-1}-1} \cdot (1-\alpha) \cdot \alpha^{k_m} (1-\alpha) \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j = \\
 &= (1-\alpha)^m \alpha^{\sum_{i=1}^m k_i - (m-1)} \frac{1}{1-\alpha} = \\
 &= (1-\alpha)^{m-1} \alpha^{\sum_{i=1}^m k_i - (m-1)}
 \end{aligned}$$

por tanto,

$$L(\alpha) = (m-1) \ln(1-\alpha) + \left[\sum_{i=1}^m k_i - (m-1) \right] \ln \alpha$$

$$\begin{aligned}
 L'(\alpha) &= -\frac{m-1}{1-\alpha} + \frac{1}{\alpha} \left[\sum_{i=1}^m k_i - (m-1) \right] = 0 \Rightarrow \\
 \frac{1}{\alpha} \left[\sum_{i=1}^m k_i - (m-1) \right] &= \frac{m-1}{1-\alpha} \Rightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{m-1}{\sum_{i=1}^m k_i - (m-1)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \alpha &= 1 - \frac{m-1}{\sum_{i=1}^m k_i}
 \end{aligned}$$

APÉNDICE 2 : Deducción de $Q^*(z)$

Para simplificar, llamemos

$$a=e^{-\lambda\tau}$$

$$b=\lambda\cdot\tau$$

Podemos deducir las expresiones de $Q^*(z)$, $P^*(z)$ y $P^*(0)$ en *Mathematica* [Wolf92] del siguiente modo:

$$f[x_]=a*\text{Exp}[b*x]/(1-b*x)$$

$$Q[z_]=a*\text{Exp}[b*P[z]]$$

$$P'[z_]=f[P[z]]$$

$$P[0]=0$$

Ahora, el siguiente bucle permite obtener las derivadas sucesivas de $Q^*(z)$ en $z=0$. La constante `kmax` determina el número de derivadas a obtener:

```
kmax=8
For [k=0, k<=kmax, k++,
  {
    g[k][z_]=D[Q[z], {z, k}],
    q[k]=g[k][0],
    Print["q[" , k, " ]-> " , q[k]]
  }]
```

Se obtiene como resultado:

$$\begin{array}{lll} q[0]\rightarrow a & q[3]\rightarrow 16a^4b^3 & q[6]\rightarrow 16807a^7b^6 \\ q[1]\rightarrow 1a^2b & q[4]\rightarrow 125a^5b^4 & q[7]\rightarrow 262144a^8b^7 \\ q[2]\rightarrow 3a^3b^2 & q[5]\rightarrow 1296a^6b^5 & q[8]\rightarrow 4782969a^9b^8 \end{array}$$

Con la sentencia `FactorInteger` podemos comprobar sin dificultad que el coeficiente de $q[k]$ en cada caso es $(k+1)^{k-1}$. Sustituyendo ahora este resultado, tras reemplazar a y b por sus valores originales y simplificar:

$$P\left(R_{n+1} = k / X_n = 0\right) = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{dz^k} Q^*(z) \Big|_{z=0} = \frac{(k+1)^k}{(k+1)!} [\lambda\tau e^{-\lambda\tau}]^k e^{-\lambda\tau}$$

BIBLIOGRAFÍA

- [8026_1988]: IEEE Project 802.6 MAN Standards Committee, Contributions Related to Slot Reuse, 88/59-88/63; July 1988.
- [8026_Jul91]: "Local and Metropolitan Area Networks: Distributed Queue Dual Bus (DQDB) Subnetwork of a Metropolitan Area Network (MAN)". IEEE 802.6, 3/Julio/1991.
- [88026_Mar94]: ISO/IEC International Standard 8802-6 ANSI/IEEE Std. 802.6 "Distributed Queue Dual Bus (DQDB) Access Method and Physical Layer Specifications" , Institute of Electrical and Electronics Engineers, March 94.
- [Ackro80]: M.Ackroyd, *Computing the Waiting Time Distribution for the G/G/1 Queue by Signal Processing Methods*. IEEE Transactions on Communications, Vol. COM 28, No.1, Jan.1980.
- [Banerjee92]: "Incorporating Continuation-of-Message Information, Slot Reuse, and Fairness in DQDB Networks". Subrata Banerjee and Biswanath Mukherjee. Computer Networks and ISDN Systems, Elsevier Science Publisher. 1992.
- [Bisdi91]: "A Mechanism for Implementing Preemptive Priorities in DQDB Subnetworks". Chatschik Bisdikian and Ahmed N. Tantawy. ICC'91.
- [Brew95]: "The Fairness of DQDB Networks With Slot Reuse". G.B. Brewster, M.K. Venon. IEEE INFOCOM'95 pp. 1154-1163
- [Campbell91]: "Fairness Under Sustained Overload in a DQDB Subnetwork with Eraser Nodes". Leith H. Campbell, Philip G. Potter, and Moshed Zukerman. ICC'91
- [Conti91]: "A Methodological Approach to an Extensive Analysis of DQDB Performance and Fairness". IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Jan. 1991 , 76-87.
- [Conti92]: "On the Approximation of the Slot Occupancy Pattern in a DQDB Network".M.Conti, E.Gregori, L.Lenzini. Performance Evaluation 16. pp. 159-176. 1992

Bibliografía

- [Conti94]: "An M/G/1 Type Approach to the Approximation of the Slot-Occupancy Pattern in a DQDB Network". M.Conti, E.Gregori, L.Lenzini. Performance Evaluation 21. pp. 59-80. 1994
- [Dong91]: "Fairness Improvement in DQ Protocol with Multiple Priority Classes". Dong Geun Jeong, Chong-Ho Choi and Wha Sook Jeon. ICC'91.
- [Garret91]: "A Study of Slot Reuse in Dual Bus Multiple Access Networks". Mark W. Garret and San-Qi Li. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 9 N° 2, Feb. 1991
- [Gong91]: "Performance Analysis of a Flexible Protocol Achieving User Fairness in High-Speed Dual-Bus Networks with Destination Release". Yu Gong & Michael Paterakis. IEEE INFOCOM 91 Vol.2.
- [Hahne91]: "Fair Access of Multi-Priority Traffic to Distributed Queue Dual Bus Networks". Ellen L. Hahne & Nicholas F. Maxemchuk. IEEE INFOCOM 91. Vol.2.
- [Harr93]: "Sojourn Times in Single-Server Queues with Negative Customer". P.G. Harrison, E.Pitel. J. Appl. Prob. 30. Pp. 943-963. 1993
- [Hassa94]: "An Effective Erasure Node Algorithm for Slot Reuse in DQDB". H.S. Hassanein, J.W. Wong, J.W. Mark. IEEE INFOCOM'94, Toronto, Canada, Jun 1994.
- [Hemrick90]: "Introduction to Switched Multi-Megabit Data Service (SMDS), an Early Broadband Service". Christine F. Hemrick, Lawrence J. Lang (Bellcore). XIII International Switching Symposium, Session A3. 1990.
- [Hend93]: "Queueing Networks with Negative Customer and Negative Queue Lengths". W.Henderson. J. Appl. Prob. 30. Pp. 931-942. 1993
- [Hunt83]: "Mathematical Techniques of Applied Probability", Vol.2: Discrete Time Models: Techniques and Applications; J.J.Hunter; Academic Press, New York, 1983.
- [Jeon91]: "Effectiveness of Priority Schemes of the DQDB and the FDDI". S.J. Jeon, G.T. Kim, K.J. Han. ICC'91.

Bibliografía

- [JFern93]: "Estudio del Comportamiento Injusto de DQDB y las Alternativas para su Solución". J.M. Fernández. PFC de la ETSIT de la UPM. Tutor: J.M. Vozmediano. Octubre-1993.
- [Kamal91]: "Efficient Multi-Segment Message Transmission with Slot Reuse on DQDB". Ahmed E. Kamal. IEEE INFOCOM 91 Vol.2.
- [Klein75]: L.Klenirock, *Queueing Systems, Vol.I: Theory* (Wiley, New York, 1975).
- [Kum92]: "An Access Protection Solution for Heavy Load Unfairness in DQDB". Kumar, Bovopoulos. IEEE INFOCOM'92
- [Luci91]: "The 'Balanced' Erasure Node: A Mechanism for Slot Reuse in DQDB Protocol". D.Luciani, R. Pignatelli, L.Susana. Proc. International Conference on Communications 1991, ICC'91, pp 1350-1354.
- [Medhi91]: "Stochastic Models in Queueing Theory". Academic Press, 1991
- [Muk93]: "Alternative Strategies for Improving the Fairness in and an Analytical Model of the DQDB Networks". Biswanath Mukherjee & Subrata Banerjee. IEEE Transactions on Computers, Vol.42 No.2. 1993.
- [Phung92]: "On the Unpredictable Behavior of DQDB". Van P.T. Phung and Richard Breault. Elsevier Science Publishers B.V (7th ITC Seminar on Broadband Technologies, Oct-90)
- [Rodriguez90]: "Erasure Node: Performance Improvements for the IEEE 802.6 MAN". M.A. Rodriguez. IEEE INFOCOM'90, San Francisco, California, June-3-7, 1990. Pp.636-643.
- [Sad94]: "Annotated Bibliography On Distributed Queue Dual Bus (DQDB)". Matthew Sadiku & A. Arvind. Computer Communication Review Vol.24, pp.21-36, Enero 1994.
- [Smouts91]: "Packet Switching Evolution from Narrowband to Broadband ISDN". Michel Smouts; Ed. Artech House. 1991.
- [Stock90]: "A Discrete Time Analysis of the DQDB Access Protocol with General Input Traffic". Th. Stock, P. Tran-Gia. IEEE INFOCOM'90. Pp. 121-126.

Bibliografía

- [Todd94]: "A Slot-Reuse Protocol for Rearrangeable Dual Bus Networks", T.D. Todd, A.M. Bignell. IEEE Transactions on Communications, Vol.42. No.2/3/4, Febr/Mar/Abril 1994, pp.1131-1140.
- [Tran90]: "Approximate Performance Analysis of the DQDB Access Protocol". P. Tran-Gia and Th. Stock. Elsevier Science Publisher B.V. Computer Networks and ISDN Systems 20 (1990) 231-240.
- [Vinck94]: "Analyzing the discrete-time $G^{(G)}/G/1$ queue using complex contour integration". B.Vinck, H.Bruneel. Queueing Systems 18 (1994) 47-67.
- [Wong90]: "Performance Evaluation of Metropolitan Area Networks". Johnny S.K. Wong & Chih-Heng Cheng. Journal of Data & Computer Communications". Spring 1990.
- [Yoko93]: "A Study on a Performance Improvement Algorithm in DQDB MAN". T. Yokotani, H.Sato, S. Nakatsuka, Computer Networks and ISDN Systems, Vol.25, No.10, May, 1993, pp 1107-1117.
- [Zuk90]: "A protocol for Erasure Node Implementation Within the DQDB Framework", IEEE GLOBECOM'90, pp 1400-1404.
- [Wolf92] : "*Mathematica*". Wolfram Research, Inc. Vers.2.2, Editorial : Wolfram Research ,Inc. 1992