

TESIS DOCTORAL

Convertidor de potencia con almacenamiento energético, para la interconexión de sistemas eléctricos de reducida potencia

Autor: Alejandro Ramos Martín

Febrero 2008 Las Palmas de Gran Canaria



Programa de Doctorado de Ingeniería Ambiental y Desalinización

Departamento de Ingeniería de Procesos

Convertidor de potencia con almacenamiento energético, para la interconexión de sistemas eléctricos de reducida potencia

Autor

Director

Fdo: Alejandro Ramos Martín

Fdo: Dr. D. Ignacio de la Nuez Pestana

Las Palmas de Gran Canaria, a 17 de Diciembre de 2007.

Agradecimientos

Manifiesto mi agradecimiento a todas aquellas personas que de diferentes maneras han contribuído para hacer realidad el trabajo que aquí presento.

A mi Director de Tesis, Ignacio de la Nuez Pestana por su labor de dirección sin cuya ayuda me hubiese sido imposible el realizar este trabajo.

A mis compañeros del Laboratorio y del Departamento, por sus ánimos y alientos durante la elaboración de esta tesis. Y en especial a José Antonio Santana Segura por sus consejos y trabajo para el desarrollo del prototipo de laboratorio.

Y para terminar a mi familia y amigos por su apoyo y comprensión.

Resumen

En la presente tesis se ha desarrollado un convertidor de potencia bidireccional con almacenamiento de energía capaz de mejorar la estabilidad dinámica de sistemas eléctricos de reducida potencia, en los que existe una fuerte descompensación entre los flujos de potencia eléctrica demandados y generados.

El elemento de almacenamiento de energía es un condensador de doble capa o supercondensador. Este dispositivo se sitúa en el conjunto de sistemas de almacenamiento de energía, con; alta respuesta dinámica, baja energía específica y elevada eficiencia.

Primeramente se establece el modelo dinámico discreto de funcionamiento del sistema de almacenamiento. Para luego realizar el análisis del comportamiento del sistema en el espacio de estados.

A partir del análisis en el espacio de estados se obtiene una técnica de control no lineal básica y con restricciones para la gestión de los flujos de potencia en el sistema. Siendo esta técnica de control aplicable para bruscas variaciones de los flujos de potencia.

Y finalmente se implementa un prototipo del sistema de almacenamiento, con sistema digital de control, para comprobar la bondad de la técnica de control establecida.

Índice general

1.	Intr	oducción	3
	1.1.	Antecedentes	3
	1.2.	El almacenamiento de energía en los SEE	4
		1.2.1. Sistemas de almacenamiento de energía	4
		1.2.2. Repercusiones de los sistemas de almacenamiento de energía	6
	1.3.	Objetivos y estructura de la tesis	7
2.	El s	istema de almacenamiento de energía	9
	2.1.	Introducción	9
	2.2.	Los Sistemas de Energía Eléctrica	9
		2.2.1. Introducción	9
		2.2.2. La oferta y la demanda de energía	10
	2.3.	El almacenamiento de energía	11
		2.3.1. Regímenes de trabajo	11
		2.3.2. Modelo de un sistema de almacenamiento	11
	2.4.	Sistemas híbridos de energía	14
	2.5.	El supercondensador	15
		2.5.1. Introducción	15
		2.5.2. Tipos de supercondensadores	17
		2.5.3. Circuitos equivalentes	18
	2.6.	Convertidores de potencia	19
		2.6.1. Convertidores básicos CC-CC bidireccionales no aislados	20
		2.6.2. Convertidores básicos CC-CC bidireccionales aislados	21
		2.6.3. Convertidores CC-CC bidireccionales multifásicos	23
		2.6.4. Topología utilizada	24
3.	Moo	lelo	25
	3.1.	Introducción	25

	3.2.	Modelo del sistema	26
		3.2.1. Modelo. Modo q_1	27
		3.2.2. Modelo. Modo q_2	28
	3.3.	Modelo simplificado	29
		3.3.1. Modelo simplificado. Modo q_1	30
		3.3.2. Modelo simplificado. Mod o q_2	31
	3.4.	Soluciones	32
		3.4.1. Solución del modo q_1	32
		3.4.2. Solución del modo q_2	33
	3.5.	Discretización de los modelos	34
		3.5.1. Discretización del modelo en modo q_1	34
		3.5.2. Discretización del modelo en modo q_2	35
	3.6.	Modelo matemático de funcionamiento del SAE	35
		3.6.1. Operaciones de funcionamiento	39
4.	Aná	lisis de la respuesta dinámica en el espacio de estado	43
1.	4 1	Introducción	43
	4.2.	Análisis en el espacio de estado. Modos de funcionamiento	43
	1.2.	4.2.1. Travectoria del vector de estado. Modo q_1	43
		4.2.2. Bepresentación gráfica. Modo q_1	48
		4.2.3. Travectorias de estado. Modo q_2	49
		4.2.4. Representación gráfica. Modo q_2	52
	4.3.	Análisis. Operaciones	54
	-	4.3.1. Travectorias de estado. Operación de descarga	54
		4.3.2. Travectorias de estado. Operación de carga	55
5.	Con	trol	57
	5.1.	Introducción	57
	5.2.	Estado deseado y conjuntos de estados de trabajo	58
		5.2.1. Estado deseado	58
		5.2.2. Conjunto de estados de trabajo	60
	5.3.	Método de control	60
		5.3.1. Señales de control	60
		5.3.2. Curva de conmutación	60
		5.3.3. Partición del plano de estados	62
		5.3.4. Secuencias de señales de control	64
		5.3.5. Función de secuencias de control	65

	5.4.	Proces	o de carga-descarga del supercondensador
	5.5.	Contro	ol discreto
		5.5.1.	Introducción
		5.5.2.	Secuencias de control
		5.5.3.	Función de secuencias para el control discreto
	5.6.	Determ	ninación de la variable de control d
		5.6.1.	Introducción
		5.6.2.	Distancia entre estados
		5.6.3.	La variable de control d
	5.7.	Algori	tmo de control
		5.7.1.	Proceso de control básico
		5.7.2.	Proceso de control para tiempo real
	5.8.	Métod	o de control con restricciones
		5.8.1.	Los conjuntos frontera
		5.8.2.	Conjunto de estados de trabajo
		5.8.3.	Técnica de control con restricciones
	5.9.	Contro	ol de operaciones especiales
		5.9.1.	Introducción
		5.9.2.	Estado deseado
		5.9.3.	Técnica de control
6.	Pro	totipo	89
	6.1.	Introd	ucción
	6.2.	Circuit	tos de potencia \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 90
		6.2.1.	Elementos pasivos y módulo del supercondensador 90
		6.2.2.	Interruptor de potencia
		6.2.3.	Circuito generador de la perturbación
		6.2.4.	Sistema de paro
	6.3.	Sensor	es
		6.3.1.	Sensores de intensidad
		6.3.2.	Sensores de tensión
		6.3.3.	Etapa de protección del DSC
	6.4.	Circuit	tos de adaptación $\dots \dots \dots$
	6.5.	Sistem	a de control $\ldots \ldots $ 97
		6.5.1.	Controlador de señales digitales
		6.5.2.	Programa de control

7.	Res	ultado	s	101
	7.1.	Introd	ucción	101
		7.1.1.	Simulaciones	101
		7.1.2.	Resultados experimentales	101
		7.1.3.	Tipos de ensayos realizados	101
	7.2.	Ensay	os en vacío \ldots	102
	7.3.	Ensay	os con perturbación constante	103
		7.3.1.	Perturbación menor que cero (Carga)	103
		7.3.2.	Perturbación mayor que cero (descarga)	104
	7.4.	Pertur	bación Io variable	105
		7.4.1.	Perturbación en forma de onda cuadrada	105
		7.4.2.	Perturbación tipo diente de sierra	106
		7.4.3.	Perturbación tipo senoidal	107
	7.5.	Opera	ciones especiales	108
		7.5.1.	Operación de descarga	108
8.	Con	clusio	nes y líneas futuras	111
	8.1.	Conclu	isiones	111
	8.2.	Líneas	futuras	112
A.	\mathbf{Exp}	resion	es de los capítulos 3 y 4	113
	A.1.	Expres	siones del capítulo 3	114
	A.2.	Expres	siones del capítulo 4	115
в.	Cód	ligo fu	ente del programa de control	117
	B.1.	Archiv	⁷ 0 principal	117
	B.2.	Mapa	de memoria	144
	B.3.	Inicial	ización de variables	146
Bi	bliog	rafía		151

Índice de figuras

2.1.	Diagrama de pérdidas	13
2.2.	Supercondensador	16
2.3.	Convertidor elevador bidireccional, no aislado	20
2.4.	Convertidor reductor bidireccional, no aislado	21
2.5.	Convertidor buck-boost bidireccional, no aislado	21
2.6.	Configuraciones convertidores aislados	22
2.7.	Configuraciones en tensión y en corriente	22
2.8.	Tensión/Corriente.	23
2.9.	Convertidor multifásico.	23
2.10.	Convertidor multifásico aislado.	24
2.11.	. Topología utilizada	24
0.1		
3.1.	Modelo completo	20
3.2.	Modelo completo. Modo q_1	27
3.3.	Modelo completo. Modo q_2	28
3.4.	Modelo simplificado	30
3.5.	Modelo simplificado. Modo q_1	30
3.6.	Modelo simplificado. Modo q_2	31
3.7.	Comportamiento temporal	37
3.8.	Periodo de actuación τ_i	38
3.9.	Periodo de operación.	10
3.10.	. Tiempo de operación	11
4 1		10
4.1.	Espacio y planos de estado, $I_o = 0$. Modo q_1	19
4.2.	Espacio y planos de estado, $I_o > 0$. Modo q_1	50
4.3.	Espacio y planos de estado, $I_o > 0$. Modo q_1	51
4.4.	Espacio y planos de estado, $I_o = 0$. Modo q_2	52
4.5.	Espacio y planos de estado, $I_o > 0$. Modo q_2	53

4.6.	Espacio y planos de estado, $I_o < 0$. Modo q_2
5.1.	Relación entre las variables de estado y la perturbación
5.2.	Proyecciones de las trayectorias en el plano x_1x_3
5.3.	Curva de conmutación
5.4.	Curva de conmutación
5.5.	Curva de conmutación
5.6.	Secuencias de control. Conjunto Γ
5.7.	Secuencias de control. Conjuntos Ψ_{q_1} y Ψ_{q_2}
5.8.	Proceso de carga-descarga
5.9.	Conjunto de estados de trabajo
5.10	Control con restricciones $(I_o < 0)$
5.11.	Control con restricciones $(I_o > 0)$
5.12	Carga y descarga. Operaciones especiales
6.1.	Modulo del supercondesador
6.2.	Interruptor de potencia
6.3.	Red acicaladora
6.4.	Circuito de perturbación
6.5.	Circuito del convertidor
6.6.	Pulsador de emergencia
6.7.	Sensor de intensidad
6.8.	Sensor de tensión
6.9.	Circuito limitador
6.10.	Decodificador.
6.11.	Optoacoplador
7.1.	Ensayo en vacio $(5kHz)$
7.2.	Ensayo en vacío, de 15 a $20V$ ($5kHz$)
7.3.	Ensayo en vacío, de 20 a $15V (10kHz)$ 103
7.4.	Perturbación $I_o < 0$, carga
7.5.	Perturbación $I_o > 0$, descarga
7.6.	Perturbación variable, onda cuadrada $5Hz$
7.7.	Perturbación, onda cuadrada
7.8.	Simulación plano de estado $i_L v_{co}$
7.9.	Perturbación, tren de pulsos (ciclo efec= 20%)
7.10	Perturbación, diente de sierra
7.11.	Perturbación senoidal

7.12. Operación especial de descarga.	•			•		•	•	•	•	•		•	•	 108
7.13. Operación especial de carga														 109

Índice de tablas

3.1.	Modos de operación.	27
3.2.	Estados discretos	39
5.1.	Secuencias en función de la perturbación y el estado.	71
5.2.	Comportamiento de la tensión x_3	85
6.1.	Tabla de verdad.	96

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

La conservación y el uso racional de los recursos plantean la necesidad de incorporar el factor ambiental en las políticas globales y en los planes sectoriales de desarrollo regionales y locales, así como la inmediata aplicación de programas e instrumentos de gestión energética y medioambiental.

En este sentido, la Cumbre Mundial para el Desarrollo Sostenible de Johannesburgo (2002) recomendó en su Plan de Implementación, entre otras medidas, que se aumenten las inversiones en producción más limpia y ecoeficiencia, y se apueste decididamente por nuevas alternativas de abastecimiento energético tales como las energías renovables, los sistemas de cogeneración o las tecnologías del hidrógeno.

La protección del medioambiente es una exigencia de la sociedad, reflejada en los acuerdos internacionales (Protocolo de Kyoto, etc) para la reducción de emisiones y en las Directivas de la Unión Europea.

Una de las formas de energía más predominantes, desde hace más de un siglo en la sociedad mundial, es la Energía Eléctrica, y se ha convertido en la gran piedra angular de la economía global. Tanto es así, que el desarrollo tecnológico de la industria eléctrica y su estructura de aprovisionamiento de materias primas determinan la evolución de otros sectores de la industria.

Cualquier esfuerzo en la optimización de los parámetros que caracterizan; tanto a la transformación de energías desde cualquier tipo de fuente de energía a energía eléctrica, como su transporte y distribución en los Sistemas de Energía Eléctrica, es un paso adelante para la obtención de beneficios económicos, sociales y medioambientales.

La sostenibilidad de los Sistemas de Energía Eléctrica en el futuro pasará por el uso a gran escala de las Fuentes de Energía Renovable para la generación de energía. Algunas de estas fuentes, como por ejemplo la energía eólica y la solar tienen un comportamiento estocástico. Esto último supone un obstáculo, para la predicción de producción de energía, como consecuencia de la alta fluctuación de generación. Se necesitan distintos dispositivos para el almacenamiento de energía en distintas localizaciones en los Sistemas de Energía Eléctrica (SEE), para equilibrar los flujos de potencia entre las fuentes de energía renovable y los consumos. Además, también pueden utilizarse durante periodos de no generación o en periodos de reducida generación de energía.

1.2. El almacenamiento de energía en los SEE

Un sistema de almacenamiento de energía en un SEE puede ser definido como cualquier instalación o método, sujeto a un control independiente, en el que se puede almacenar energía generada, y reutilizarla cuando sea necesario [1,2].

Los sistemas de almacenamiento de energía pueden ser utilizados por una o varias de las siguientes razones:

- Mejorar la eficiencia de operación de un sistema.
- Reducir la utilización de combustible primario.
- Carencia de suficiente energía disponible.
- Como fuente de energía de seguridad.

1.2.1. Sistemas de almacenamiento de energía

Algunos de los sistemas de almacenamiento de energía, para sistemas de energía eléctrica, analizados ampliamente por varios autores [1–4], se pueden clasificar en;

1. Centrales de bombeo hidroeléctricas:

Este tipo de centrales de almacenamiento de energía es el único que ha tenido un uso bastante extendido en los sistemas de energía eléctrico. Estas plantas utilizan la energía excedente de los periodos valle del día (periodos de poca demanda), para bombear agua hacia depósitos elevados. Cuando la demanda de energía eléctrica es máxima el agua es turbinada, para de esta manera generar energía eléctrica con un precio superior al del periodo valle de almacenamiento. La idea es sencilla la energía es almacenada en forma de energía potencial mediante el bombeo del agua hasta el depósito superior desde un nivel inferior. Cuando se requiera la descarga de energía, el agua es devuelta al depósito inferior a través de turbinas que generan energía eléctrica. Estas centrales de almacenamiento requieren una considerable superficie con la adecuada orografía, para los depósitos superior e inferior. En general este tipo de centrales tienen una eficiencia de alrededor del 70% al 80%.

2. Centrales de almacenamiento de aire comprimido:

Este tipo de plantas utilizan el excedente de energía de los periodos valle del día, para comprimir aire en cavernas subterráneas o en sistemas superficiales de tuberías. La energía se recupera por medio del calentamiento del aire mediante la combustión de un combustible, produciendo trabajo tras su expansión en turbinas acopladas a generadores eléctricos. Estas plantas consumen una tercera parte de combustible que una convencional, por lo que contaminan un tercera parte también. La eficiencia de este tipo de plantas suele ser del 85 % aproximadamente.

3. Baterías:

Los elementos de almacenamiento de energía más conocidos son las baterías. Los sistemas formados por baterías son modulares, silenciosos y pueden ser instalados muy cerca de los centros de consumo. La respuesta dinámica es uno de los puntos fuertes de esta tecnología; pueden responder a cambios en la carga en periodos de tiempo de pocos milisegundos. La eficiencia de las baterías está comprendida entre el 60% y el 80%.

4. Volantes de inercia:

Otro de los sistemas de almacenamiento de energía son los volantes de inercia. La energía es almacenada en forma de energía cinética. Donde la energía almacenada es proporcional a la velocidad de giro al cuadrado. La eficiencia de los volantes de inercia está comprendida entre el 80% y el 85%

5. Bobinas superconductoras:

Una opción para el futuro como medio de almacenamiento de energía son las bobinas superconductoras, debido a su elevada eficiencia. La energía eléctrica en los periodos valle es convertida en corriente continua y almacenada en las bobinas superconductoras. Son mantenidas a la temperatura adecuada por un sistema de refrigeración diseñado para mantener las propiedades superconductoras de los materiales que componen la bobina. La energía almacenada es proporcional al cuadrado de la intensidad que atraviesa la bobina. La bobina superconductora almacena y descarga con una eficiencia del 98 %.

6. Hidrógeno:

En los últimos años ha aparecido la tendencia a la utilización del hidrógeno como un combustible no productor de CO_2 . Su mayor aplicación para el futuro radica básicamente en los vehículos eléctricos y en la producción de electricidad mediante pilas de

combustible. El hidrógeno puede ser producido mediante la electrólisis del agua, utilizando el excedente energético en los periodos valle del día, como la energía procedente de fuentes renovables. La eficiencia del ciclo completo de las plantas de almacenamiento de hidrógeno está entre el 60% y el 85%.

7. Supercondensadores:

Este tipo de condensadores tienen una capacidad muy elevada (hasta miles de faradios) y un reducido volumen, unas mil veces inferior que un condensador convencional. Los supercondensadores son ideales para aplicaciones de alta potencia, aplicaciones en las que se requiere descargas en corto espacio de tiempo, y tienen una gran cantidad de ciclos de vida. Las aplicaciones comerciales de los supercondensadores suelen ser para potencias por debajo de 100kW, y para descargas de 1 a decenas de segundos. La energía almacenada para cualquier condensador es proporcional al cuadrado de su tensión. Tienen una eficiencia entre el 90 y el 95 %, en las operaciones de carga y descarga.

Habiéndose presentado una breve clasificación de los sistemas de almacenamiento de energía, hay que resaltar que estos pueden clasificarse en dos grupos en relación a su campo de aplicación.

Por un lado los sistemas con elevada capacidad de almacenamiento de energía y reducida velocidad de respuesta, entre los que se pueden incluir; centrales de bombeo, centrales de almacenamiento de aire comprimido, hidrógeno y algunos tipos de batería. Y por otro lado están los sistemas con elevada velocidad de respuesta dinámica y moderada o pequeña capacidad de almacenamiento de energía, en los que se pueden incluir; varios tipos de baterías, los volantes de inercia, las bobinas superconductoras, y los supercondensadores.

1.2.2. Repercusiones de los sistemas de almacenamiento de energía

Existen diversos trabajos en los que se analizan las repercusiones de los sistemas de almacenamiento de energía en los SEE [1,5,6], a continuación se enumera brevemente algunas de ellas;

- 1. En muchos casos son una alternativa más económica que la construcción de nuevas líneas de transporte, distribución y sistemas de generación.
- 2. Pueden reducir los costes de operación, permitiendo verter energía eléctrica económica a los SEE.
- 3. Permiten la penetración de las energías renovables en los SEE, además de colaborar en la consecución de los objetivos marcados en referencia a las emisiones de CO_2 .

- 4. Son sistemas efectivos de gestión de la energía en los SEE. Disminuyéndose de esta manera la capacidad y el coste instalado de los generadores distribuidos.
- 5. El resultado del almacenamiento de energía a gran escala puede tener un profundo efecto estratégico a escala industrial y permitiría un considerable aumento de sostenibilidad en la generación de energía.
- 6. En diversos emplazamientos localizados en áreas rurales, lejos de grandes líneas de transporte de energía eléctrica, se podría aumentar la explotación de las energías renovables mediante el uso de distintos métodos de almacenamiento de energía. Sin tener que realizar un aumento considerable en la capacidad de las líneas existentes, medida no siempre deseada debido a inconvenientes técnicos y de impacto ambiental.

1.3. Objetivos y estructura de la tesis

Los objetivos que se proponen en esta tesis son;

- La obtención de un modelo matemático de funcionamiento para el conjunto formado por un convertidor de potencia y un sistema de almacenamiento, siendo éste un módulo de supercondensadores.
- Analizar en el plano de estado el comportamiento de este tipo de sistema de almacenamiento.
- Desarrollar una técnica de control para la gestión de los flujos de potencia en el sistema de almacenamiento.
- Desarrollar un prototipo del sistema de almacenamiento.

A continuación se expone la estructura de esta tesis; se comienza en el capítulo 2 por describir brevemente las características de los sistemas de energía eléctrica y los diferentes tipos de convertidores de potencia que pueden ser utilizados para sistemas de almacenamiento. En el capítulo 3 se obtiene el modelo matemático de funcionamiento del sistema. Para en el capítulo 4 mostrar el comportamiento de los modos de funcionamiento en el plano de estado, y obtener una serie de relaciones matemáticas utilizadas para la estrategia de control desarrollada en el capítulo 5. Para comprobar el comportamiento del sistema al aplicar la técnica de control propuesta se construye un prototipo de laboratorio, que se describe en el capítulo 6. Los resultados obtenidos a partir de simulaciones y del prototipo se exponen el capítulo 7. Y finalmente se presentan las conclusiones obtenidas, y se desarrollan las líneas futuras en el capítulo 8.

Capítulo 2

El sistema de almacenamiento de energía

2.1. Introducción

Hoy en día, gracias a los avances en los componentes electrónicos de potencia, se está en disposición de diseñar convertidores de potencia eléctrica a partir de estos componentes, donde antaño eran utilizados sistemas eléctricos continuos. Los avances en la electrónica de potencia nos ofrece la oportunidad, por un lado de tener un mejor control de los flujos de energía, y por el otro la posibilidad de almacenar la energía eléctrica en forma de corriente continua.

2.2. Los Sistemas de Energía Eléctrica

2.2.1. Introducción

Un sistema de energía eléctrica comprende el conjunto de medios y elementos para la generación, el transporte, la distribución y el consumo de la energía eléctrica [7–11]. Este conjunto está dotado de mecanismos de control, seguridad y protección. Un sistema de energía eléctrica puede presentar diferentes configuraciones en función de las características de los elementos que lo integren. Estando la configuración directamente relacionada con las necesidades de suministro del sistema.

La característica dinámica de los SEE se define a partir de la oferta y la demanda de energía en el sistema. Esta característica resulta compleja, dado que se requiere que la oferta sea igual a la demanda en cada instante de tiempo, lo que supone necesariamente una coordinación de la producción (oferta) con el consumo (demanda) de energía eléctrica. A la vez que debe de existir un equilibrio entre la oferta y la demanda de energía, también se deben de satisfacer una serie de condiciones de calidad en la energía eléctrica generada y consumida. Por lo que se introduce el concepto de estabilidad en el sistema.

2.2.2. La oferta y la demanda de energía

Dentro de los SEE, los encargados de convertir la energía, desde su forma primaria, a energía eléctrica son los generadores eléctricos. Esta energía eléctrica es inyectada al sistema (oferta). Los destinatarios finales de la energía son los distintos tipos de consumos (demanda) que se encuentran en el sistema.

A continuación se presenta una breve clasificación de los elementos del sistema, que intervienen en la oferta y la demanda de energía eléctrica.

Oferta

Del lado de la oferta de energía se pueden establecer diferentes tipos de sistemas de generación de energía eléctrica, tales como;

- Plantas convencionales.
 - Centrales nucleares, plantas hidroeléctricas, centrales de ciclo combinado, centrales térmicas convencionales, grupos diesel, grupos de turbina de gas, etc...
- Plantas de energías renovables y no convencionales.
 - Solar, eólica, mareomotriz, geotérmica, biomasa, pilas de combustible, etc...

La elección del tipo de sistema de generación está sujeto a diversos factores; económicos, sociales, técnicos, medioambientales, etc. Pero desde el punto de visto técnico las soluciones adoptadas en cada sistema tienen que ser aquellas que mejor se adapten a la demanda energética en ese SEE. La mayoría de los sistemas enumerados generan energía eléctrica con un determinado rango de regulación, en el momento y cantidad fijada. Sin embargo las plantas de energía renovable usualmente sólo son capaces de inyectar energía al sistema de energía eléctrica de manera racheada o sólo en un intervalo de tiempo del total de las horas del día. Esto hace que hoy en día, aún no sean del todo atractivas, para pequeños sistemas de energía eléctrica aislados que no tengan suficiente tamaño.

Demanda

Del lado de la demanda se pueden clasificar en; industriales, domésticos y comerciales.

Cada uno de estos grupos tiene una considerable influencia en el cómputo de la energía demandada. Teniendo cada uno de ellos sus propias características peculiares.

Las estructuras de generación suponen un elevado coste en los SEE. Si como característica añadida se pretende que estas estructuras además posean un elevado rango de operación, hace que éstas aumenten su coste. Debido a que su complejidad resulta elevada y el aprovechamiento energético tiende a disminuir. Pero debido a su flexibilidad tienen la capacidad de adaptarse a la demanda energético de los consumidores del SEE.

Por contra los sistemas de generación simples son diseñados para estrechos márgenes de trabajo, pero con mejor aprovechamiento energético. Presentando el problema de tener una mala respuesta ante consumos fluctuantes fuera de su rango de trabajo, lo que conlleva posibles inestabilidades en el SEE.

En la próxima sección se va a desarrollar el concepto de sistema de almacenamiento de energía en los SEE, gracias a los que se puede plantear una solución intermedia entre los sistemas de generación complejos y simples.

2.3. El almacenamiento de energía

2.3.1. Regímenes de trabajo

En los sistemas de almacenamiento de energía se pueden observar tres tipos de regímenes de trabajo; carga, almacenamiento y descarga.

En cada uno de estos regímenes se debe de mantener un balance de potencia y energía en el SEE, por lo que el sistema de almacenamiento de energía debe de tener la suficiente; capacidad de respuesta dinámica, potencia y capacidad energética.

La duración de cada régimen, su tiempo de conmutación y eficiencia de almacenamiento están sujetos a los requerimientos del SEE.

2.3.2. Modelo de un sistema de almacenamiento

Cualquier modelo de sistema de almacenamiento de energía, dentro de un sistema de energía eléctrica (SEE), comprende los siguientes elementos [1];

- Sistema de almacenamiento de energía(SA).
- Convertidor de potencia (CP).
- Sistema de control de carga y descarga (SCCD).

Un sistema de almacenamiento puede ser definido desde el punto de vista de un sistema de potencia por su capacidad energética E_a , la cantidad de energía almacenable. Otro parámetro a tener en cuenta, en estos sistemas, es la potencia máxima de trabajo P_a .

El convertidor de potencia puede ser definido por la potencia o capacidad de carga P_c y por la potencia o capacidad de descarga P_d . Siendo la potencia máxima de trabajo del sistema de almacenamiento, P_a , igual al valor máximo entre P_c y P_d .

$$P_a = max\{P_c, P_d\} \tag{2.1}$$

El sistema de control de carga y descarga está diseñado normalmente por sistemas digitales. Estos sistemas poseen implementados los algoritmos de control, que serán al fin y al cabo los responsables de tomar las decisiones de actuación en función de la información recibida de las variables medidas del sistema.

Cuando se incluye un sistema de almacenamiento en un sistema de energía eléctrica, éste tiene que trabajar tanto en los regímenes estables, como en los variables. La condición anterior se establece debido a la función principal del sistema de almacenamiento, que no es otra que la de igualar la demanda de energía a la oferta de energía en los sistemas de energía eléctrica, por medio de la carga y la descarga de energía del sistema de almacenamiento. En cualquiera de estos regímenes, los balances de energía y potencia, en el nodo común con el sistema de energía eléctrica, deben de seguir la siguiente ecuación:

$$P_{gen} - P_{dem} + P_a = 0 \tag{2.2}$$

donde P_{gen} = potencia generada por una fuente del SEE. P_{dem} = potencia consumida por la demanda existente en el SEE. P_a = potencia procedente del SA.

Se debe mencionar, que como en todo sistema, la existencia de la pérdida de una cierta cantidad de energía δE_a en el almacenamiento de la misma, como se aprecia en la figura 2.1.

$$E_{gen} - \delta E_a - E_{dem} = 0 \tag{2.3}$$

donde E_{gen} y E_{dem} son la energía generada y consumida en el SEE.

Las pérdidas de energía comprenden las pérdidas durante los regímenes de; carga, almacenamiento y descarga:

$$\delta E_t = \delta E_c + \delta E_a + \delta E_d \tag{2.4}$$

o la diferencia



Figura 2.1: Diagrama de pérdidas.

$$\delta E_t = E_c - E_d \tag{2.5}$$

donde E_c y E_d son las energías de carga y descarga, respectivamente.

Se define la eficiencia de carga η_c como;

$$\eta_c = \frac{E_a}{E_c} \tag{2.6}$$

la eficiencia de almacenamiento $\eta_a(t)$ (depende del tiempo de almacenamiento) como;

$$\eta_a(t) = \frac{E'_a}{E_a} \tag{2.7}$$

y la eficiencia de descarga η_d como;

$$\eta_d = \frac{E_d}{E'_a} \tag{2.8}$$

Siendo la eficiencia total del sistema η_t ;

$$\eta_t = \frac{E_d}{E_c} \tag{2.9}$$

que puede ser definida como el producto;

$$\eta_t = \eta_c \eta_a(t) \eta_d \tag{2.10}$$

Las pérdidas de energía totales δ_t se pueden reescribir de la siguiente manera:

$$\delta E_t = E_c - E_d = \frac{E_c}{\eta_c} - E_d = \frac{E_a}{\eta_c} (1 - \eta_c \frac{E_d}{E_a}) = \frac{E_a}{\eta_c} (1 - \eta_c \eta_a(t) \eta_d)$$
(2.11)

o lo que es lo mismo,

$$\delta E_t = E_a \frac{(1 - \eta_t)}{\eta_c} \tag{2.12}$$

2.4. Sistemas híbridos de energía

Dentro de los distintos tipos de sistemas de energía eléctrica se incluyen los sistemas híbridos de energía, que son aquellos en los que existen diferentes tipos de fuentes de energía como entrada, y un único tipo de energía de salida, la energía eléctrica [4, 12–14]. Estos sistemas generalmente están formados por fuentes de energía de diferente potencia y energía específica. Por ejemplo, un sistema híbrido puede estar compuesto por una fuente con una gran densidad energética y por otra de una elevada densidad de potencia y respuesta dinámica [15–17].

Los sistemas de energía eléctrica en los que intervienen fuentes renovables o limpias suelen estar formados por un conjunto de distintas fuentes de energía eléctrica, tales como; generadores fotovoltaicos, aerogeneradores, pilas de combustible, etc [18]. Por definición estos sistemas son sistemas híbridos de energía. En los que la fuente primaria de energía es renovable, normalmente es necesario la utilización de otras fuentes auxiliares para complementar a la fuente primaria en los regímenes de trabajo en los que no puede aportar energía. Esto último puede ser debido al comportamiento estocástico, por cuestiones de insuficiente energía o potencia específica. En estos sistemas híbridos se utilizan sistemas de almacenamiento para mejorar la respuesta ante esos problemas que caracterizan a las fuentes primarias, tales como; estaciones de bombeo, baterías, supercondensadores, etc.

Una variación brusca en la potencia demandada puede significar una variación en la tensión, lo que implica una disminución de la calidad de la energía eléctrica o en algunos casos el colapso del sistema.

Para evitar esto se puede realizar un sobredimensionamiento de la fuente primaria, para hacer frente a las fluctuaciones de potencia. El sobredimensionamiento supone un encarecimiento del sistema. Además normalmente una fuente de energía es diseñada para que funcione en un rango de funcionamiento nominal pequeño, de máximo rendimiento. Por lo que ante bruscas fluctuaciones de potencia no es una solución adecuada el sobredimensionamiento. Otra posibilidad para satisfacer una demanda variable es utilizar sistemas de almacenamiento auxiliares con la adecuada respuesta dinámica.

Varios autores han propuesto y presentado varios sistemas híbridos de energía en los que se utilizan diversas fuentes de energía y sistemas de almacenamiento [3, 19–22]. También existen varios trabajos en los que se muestra la utilización de supercondensadores como sistemas de almacenamiento; en generación eólica [23], sistemas fotovoltaicos [24], gestión de la calidad de la energía eléctrica [25–28], sistemas con pilas de combustible [29–32], sistemas de aire comprimido [33,34], en aplicaciones de automoción y tracción [35–40], y otros trabajos [41,42].

2.5. El supercondensador

2.5.1. Introducción

Los condensadores electroquímicos de doble capa fueron desarrollados y patentados por primera vez en 1961 por SOHIO (Standard oil company of Ohio). Los condensadores electroquímicos de doble capa son denominados como; supercondensadores, ultracondensadores o condensadores híbridos. Sus aplicaciones potenciales pueden ser; dispositivos portátiles electrónicos, calidad de la energía de los SEE, generación distribuída, vehículos híbridos de baja emisión, autobuses y camiones, etc.

Los supercondensadores son utilizados en aplicaciones en las que se requiere unas elevadas prestaciones, en lo referente a la vida útil y los ciclos de trabajo $(5 \cdot 10^5 - 10 \cdot 10^5 \text{ ciclos con})$ una degradación del 10 - 20% [43,44]. Para este tipo de aplicaciones han sido diseñados los supercondensadores como alternativa a las baterías. La relación entre la energía específica y la constante de tiempo RC es un consideración importante en el diseño. En general, se tiende a sacrificar energía específica para obtener considerables reducciones de la constante de tiempo RC, incrementándose la potencia específica del supercondensador.

Los supercondensadores son dispositivos de almacenamiento adecuado para aplicaciones, en las que se requiera una elevada potencia y una elevada variación de la misma. Generalmente cuando una batería no se utiliza se produce una degradación de la misma, por contra las propiedades de los supercondensadores no sufren alteraciones cuando no son utilizados por largos periodos de tiempo.

La principal desventaja de los supercondensadores es su reducida energía específica (Wh/kg) comparado con las baterías, limitando su uso para determinadas aplicaciones [43].

Los condensadores almacenan la energía por separación de la carga eléctrica [43–45]. Los condensadores convencionales almacenan la energía en una capa delgada de material dieléctrico, que está dispuesto entre unas placas metálicas que actúan como terminales del componente. La energía almacenada en el condensador se expresa en función de la tensión en los extremos de sus terminales;

$$E = \frac{1}{2}CV^2 \tag{2.13}$$

donde la C es la capacidad del condensador (Faradios) y V es la tensión entre los terminales. La máxima tensión en el condensador depende de la característica del material dieléctrico. La carga eléctrica Q (Culombios) almacenada en el condensador se expresa como;

$$Q = CV \tag{2.14}$$

La capacidad del dieléctrico depende de la constante dieléctrica K, del espesor del material D y del área del mismo A;

$$C = \frac{KA}{D} \tag{2.15}$$

El supercondensador es un componente para el almacenamiento de energía que tiene una estructura semejante a la de una batería. Tiene dos electrodos que están inmersos en un electrólito con un separador entre los electrodos, figura 2.2. Los electrodos son fabricados con una elevada superficie, de material poroso con poros del orden de nanómetros. La superficie de los electrodos es mucho mayor que en el caso de los electrodos de las baterías siendo de 200 a $500m^2/g$. La carga eléctrica es almacenada en los microporos o cerca del interfase entre el material sólido del electrodo y el electrólito. La carga eléctrica Q_{sc} y la energía almacenada E_{sc} se expresa de igual manera que en el caso de los condensadores convencionales.

$$E_{sc} = \frac{1}{2} C_{sc} V_{sc}^2 \tag{2.16}$$

$$Q_{sc} = C_{sc} V_{sc} \tag{2.17}$$

Sin embargo, la determinación de la capacidad de los supercondensadores es mucho más complicada, pues depende de fenómenos complejos que ocurren en los microporos del electrodo.



Figura 2.2: Supercondensador.

2.5.2. Tipos de supercondensadores

Se puede diferenciar principalmente entre tres tipos de supercondensadores; de doble capa, con pseudo-capacidad e híbridos. A continuación se hace una breve descripción de los tres tipos.

Supercondensadores de doble capa

En los supercondensadores de doble capa la energía se almacena en forma de cargas separadas en el interfase entre el electrólito y los microporos de los electrodos. En la figura 2.2 se puede ver un detalle. Los iones que conforman la doble capa en los poros se transfieren entre los electrodos por difusión a través del electrólito. La energía y la carga almacenada en el supercondensador son $\frac{1}{2}C_{sc}V_{sc}^2$ y $C_{sc}V_{sc}$, respectivamente. La capacidad depende principalmente de las características del material del electrodo (superficie, tamaño de poro, distribución...). La capacidad específica del material del electrodo se puede expresar;

$$\frac{C}{g} = \left(\frac{F}{cm^2}\right)_{act} \left(\frac{cm^2}{g}\right)_{act}$$
(2.18)

donde la superficie hace referencia a la superficie activa en los poros, en los que se forme la doble capa.

La tensión del supercondensador depende del electrólito utilizado. Para electrólitos acuosos, la tensión es de 1V y para electrólitos orgánicos, la tensión es 3 - 3, 5V.

Supercondensadores con pseudo-capacidad

Para un supercondensador de doble capa ideal, la carga es transferida a la doble capa y no hay reacción entre el material sólido y el electrólito. En este caso, la capacidad (dQ/dV) es constante e independiente de la tensión. Para supercondensadores con pseudo-capacidad, la mayoría de la carga es transferida a la superficie del material del electrodo sólido. En este caso, la interacción entre el electrólito y el material sólido implica una reacción de Faraday, la cual en la mayoría de los casos puede ser descrita por una reacción de transferencia de carga. La carga transferida en estas reacciones depende de la tensión resultante en la pseudo-capacidad, que también depende de la tensión.

$$C = \frac{dQ}{dV} \tag{2.19}$$

Existen tres tipos de procesos electroquímicos en este tipo de supercondensador. Y estos son adsorción superficial de iones del electrólito, reacción redox entre los iones del electrólito, dopado y purificación del material conductor activo del electrodo. Los dos primeros procesos son principalmente mecanismos superficiales, y de hecho dependen en gran parte de la superficie del material del electrodo. El tercer proceso implica a la parte material conductor del polímero de los electrodos siendo más un proceso de conjunto y la capacidad específica depende mucho menos de la superficie. En todos los casos, los electrodos deben tener una elevada conductividad electrónica para distribuir la corriente de electrones. Se establece entonces que la capacidad es dependiente de la tensión en el supercondensador, C(V).

Para evaluar las características de estos supercondensadores, se utiliza una capacidad promedio (C_{pro}) calculada de la siguiente manera;

$$C_{pro} = \frac{Q_{tot}}{V_{tot}} \tag{2.20}$$

donde Q_{tot} y V_{tot} son la carga total y la variación de tensión para una carga o una descarga en un electrodo.

Supercondensadores híbridos

Los supercondensadores pueden ser fabricados combinando los electrodos, pudiendo ser uno de doble capa y el otro con pseudo-capacidad. A estos supercondensadores se les denomina supercondensadores híbridos. La mayoría de estos supercondensadores son construídos con óxido de niquel como material de la pseudo-capacidad en el electrodo positivo. La densidad específica de estos supercondensadores puede ser significativamente más alta que los de doble capa. Los supercondensadores híbridos se caracterizan por tener una característica no lineal.

2.5.3. Circuitos equivalentes

Tal y como se ha establecido la determinación de la capacidad de los supercondensadores resulta ser compleja. Para obtener un modelo equivalente preciso no pueden ser utilizados los parámetros concentrados RC. Normalmente se hace uso de modelos equivalentes en parámetros distribuidos R_iC_i [43] o de distintos elementos de fase que presentan un comportamiento más complejo que simples capacidades y resistencias [46–50], pero reducen el orden de los modelos y se ajustan mejor a los fenómenos de difusión que intervienen en el funcionamiento de los supercondensadores.

En las aplicaciones como almacenamiento de energía, es normal hacer uso del modelo de parámetros concentrados RC (2.21) [36,43]. Esto es debido a que el modelo simple muestra una precisión aceptable para el rango de frecuencias de las aplicaciones.

$$Z(\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} \tag{2.21}$$
La resistencia serie R, en la ecuación 2.21, es asociada principalmente a pérdidas dieléctricas producidas entre el electrólito y los iones que conforman la doble capa.

La importancia de la resistencia serie R en los supercondensadores radica en su eficiencia con respecto a la variación de la potencia de carga y descarga. La presencia de una resistencia considerablemente elevada limita la velocidad de cambio de la potencia de trabajo.

Actualmente los supercondensadores presentan unos valores de resistencia serie del orden de entre fracciones de miliohmios a decenas de miliohmios. Los mayores valores de resistencia se observan cuando los supercondensadores son diseñados para elevadas tensiones de operación usando soluciones de electrólito no acuosas.

2.6. Convertidores de potencia

El sistema de almacenamiento que se propone en esta tesis es el supercondensador, y dado que la energía se almacena en forma de tensión continua. Es necesario la utilización de convertidores de potencia adecuados para adaptar los niveles energéticos del sistema al que se quiere integrar. Las topologías de estos convertidores están compuestas por componentes electrónicos activos y pasivos. Los elementos activos son interruptores formados por transistores de potencia (BJT, MOSFET, IGBT, ...), y los elementos pasivos suelen ser; diodos, bobinas, condensadores y transformadores. Debido a que son utilizados para sistemas de almacenamiento se deben de caracterizar por permitir que los flujos de potencia sean bidireccionales, del sistema de energía eléctrica al sistema de almacenamiento y viceversa.

Básicamente los convertidores de potencia son dispositivos capaces de transformar la energía eléctrica de unos niveles de tensión o corriente a otros, en función de la aplicación en la que se requieren.

Los convertidores son utilizados para la integración de distintos tipos de fuentes de energía con los consumos, y además con elementos intermedios (sistemas de almacenamiento), dentro de los SEE. Estas fuentes de energía pueden ser convencionales y renovables, tales como; solar, eólica, pilas de combustible, etc.

Existen diversos tipos de convertidores [51–54], en función de las características de las variables a convertir a la entrada y a la salida del convertidor;

- CC/CC convertidores de corriente continua a corriente continua.
- CC/CA corriente continua a corriente alterna, convertidores inversores.
- CA/CA corriente alterna a corriente alterna.
- CA/CC corriente alterna a corriente continua, convertidores rectificadores.

Atendiendo a los flujos de potencia los convertidores se pueden clasificar en unidireccionales y bidireccionales. Los convertidores unidireccionales son utilizados en los casos en los que una carga es alimentada por una fuente de energía eléctrica, y los bidireccionales se utilizan para aplicaciones en las que intervienen sistemas de almacenamiento de energía.

También se puede diferenciar entre convertidores de potencia no aislados y aislados, atendiendo a la necesidad de una elevada relación entre la entrada y la salida o aislamiento galbánico. El aislamiento normalmente se realiza mediante el uso de transformadores intermedios.

2.6.1. Convertidores básicos CC-CC bidireccionales no aislados

En función de la disposición del sistema de almacenamiento de energía los convertidores se pueden clasificar básicamente en: reductor (buck), elevador (boost) y reductor-elevador (buck-boost) [55–58]. El convertidor buck se utiliza cuando el sistema de almacenamiento está en el lado de alta tensión. En el convertidor boost está en el lado de baja tensión.

El circuito de la figura 2.3 muestra la configuración del convertidor elevador bidireccional no aislado (boost). La tensión v_o del bus de alta tensión debe de ser mayor que la tensión del lado de baja tensión v_i . Cuando el sistema de almacenamiento está en modo de carga, los interruptores S_1 y S_2 se comportan de tal manera que hacen que el convertidor actúe como un convertidor buck unidireccional, transfiriendo la energía del bus de continua al sistema de almacenamiento. Cuando el sistema de almacenamiento está en modo de descarga, los interruptores S_1 y S_2 actúan para que el convertidor opere como un convertidor boost unidireccional, transfiriendo la energía del sistema de almacenamiento al bus de continua para alimentar la carga.



Figura 2.3: Convertidor elevador bidireccional, no aislado.

Si el sistema de almacenamiento está en el lado de alta tensión, como se muestra en la figura 2.4, el circuito es un convertidor reductor bidireccional CC-CC. Cuando el sistema de almacenamiento está en modo de descarga, los interruptores S_1 y S_2 actúan para que el convertidor funcione como un convertidor buck unidireccional, transfiriendo la energía del sistema de almacenamiento al bus de continua para alimentar la carga. Cuando el sistema de almacenamiento está en modo de carga, los interruptores S_1 y S_2 se comportan de tal manera

que hacen que el convertidor actúe como un convertidor boost unidireccional, transfiriendo la energía del bus de continua al sistema de almacenamiento.



Figura 2.4: Convertidor reductor bidireccional, no aislado.

Para las situaciones en las que se prefiere elevadas tensiones por la característica de la carga, debido a sistemas que requieren altas velocidades o elevados pares en el eje de motores, rara vez la tensión del bus de continua es inferior a la tensión de entrada del sistema de almacenamiento. Sin embargo, en los casos en los que las tensiones son del mismo orden, el convertidor más adecuado es el reductor-elevador (buck-boost). Existen diferentes configuraciones de este tipo de convertidor [56, 59], en la figura 2.5 se muestra una de ellas. Cuando el sistema de almacenamiento está en modo de carga, los interruptores S_2 y S_3 actúan para que el convertidor cargue el sistema de almacenamiento. Si el sistema de almacenamiento está en modo de carga, los interruptores sí en modo de descarga, los interruptores S_1 y S_4 operan de tal manera que el convertidor actúa como un convertidor boost unidireccional, transfiriendo la energía del sistema de almacenamiento al bus de continua para alimentar la carga.



Figura 2.5: Convertidor buck-boost bidireccional, no aislado.

2.6.2. Convertidores básicos CC-CC bidireccionales aislados

En los convertidores CC-CC, el aislamiento se consigue mediante un transformador. Este transformador implica mayores costes y pérdidas. Sin embargo, el aislamiento es necesario en los convertidores bidireccionales cuando:

- 1. Los lados de alta y baja tensión no pueden tener una tierra común.
- 2. La relación de tensión entre el lado de baja y alta tensión es tan alta que hace que el convertidor no sea económicamente viable.

Existen diferentes configuraciones de circuitos aislados para los convertidores bidireccionales CC-CC [56, 60]. Con la fuente de tensión en el lado de alta o de baja tensión, es necesario introducir una fuente de corriente en medio que permita un transferencia suave de la potencia [56]. La figura 2.6 muestra las dos configuraciones básicas de los convertidores bidireccionales CC-CC.



Figura 2.6: Configuraciones convertidores aislados.

El inductor hace las veces de fuente de corriente, que puede ser dispuesta en el lado de baja o alta tensión.

Cada lado del convertidor puede funcionar como rectificador o como inversor. Tanto el lado inversor como el rectificador, puede ser una fuente de tensión que tiene un condensador en paralelo con el bus de continua o una fuente de corriente que tiene una bobina en serie con el bus de continua. La figura 2.7 muestra las configuraciones básicas como fuentes de tensión y corriente [56, 58]: puente completo, semi puente y push-pull.



Figura 2.7: Configuraciones en tensión y en corriente.

La figura 2.8 muestra un ejemplo de convertidor aislado, con fuente de corriente de puente completo del lado del sistema de almacenamiento y fuente de tensión en el otro extremo.



Figura 2.8: Tensión/Corriente.

2.6.3. Convertidores CC-CC bidireccionales multifásicos

Para aplicaciones de alta potencia, se utilizan convertidores con varias ramas o fases. De esta manera se disminuyen los esfuerzos debidos a la tensión o a la corriente [56,61].

No aislados

Para los convertidores no aislados, se pueden utilizar convertidores multifásicos de dos o tres ramas, figura 2.9. Los interruptores de cada fase son controlados de forma desfasada. El rizado de la corriente es mejorado gracias al desfase de la corriente entre las ramas del convertidor.



Figura 2.9: Convertidor multifásico.

Aislados

Los convertidores aislados bidireccionales también pueden ser diseñados con varias ramas. La figura 2.10 muestra un convertidor aislado con tres ramas, por los lados de baja y alta tensión. Al igual que en los convertidores aislados simples los convertidores multifásicos también tienen la configuración en corriente y en tensión, en ambos lados del convertidor. La tensión en el secundario es la tensión del primario multiplicado por la relación de transformación, n.



Figura 2.10: Convertidor multifásico aislado.

2.6.4. Topología utilizada

La topología utilizada para esta tesis es la de un convertidor elevador (boost) bidireccional, no aislado y con una sola rama o fase, figura 2.11. Dado su simplicidad y reducido número de elementos. Es una topología que se ha utilizado en diversas aplicaciones [28, 36, 61–64]. El sistema de almacenamiento se situará en el lado de baja tensión, representado por el condensador C_i , y el lado de alta tensión estará el bus de continua, condensador C_o , que será el nexo de unión con el sistema de energía eléctrica, representado por la intensidad I_o .



Figura 2.11: Topología utilizada.

Capítulo 3

Modelo

3.1. Introducción

Antes de definir la estrategia de control para el convertidor, se debe de establecer el modelo matemático del sistema. Este modelo debe de representar el comportamiento del sistema con la mayor precisión posible en todos los regímenes de funcionamiento del sistema, dado que el sistema de almacenamiento de energía está destinado a cambios bruscos en la carga [16, 19, 29, 30].

Los sistemas que se pueden expresar mediante un modelo lineal, se les puede aplicar diversas técnicas de control expuestas por diversos autores [65–67]. En el caso de los sistemas no lineales, como es el caso de la mayoría de los convertidores de potencia, las técnicas resultan ser más complejas [68, 69]. Esto es debido principalmente a que poseen más de una dinámica continua o estado discreto. Una técnica muy extendida es la obtención de un modelo promedio de las distintos estados discretos, que represente el comportamiento dinámica de funcionamiento del convertidor [70–73]. Uno de los problemas de esta técnica es que su aplicación es principalmente para el régimen permanente de funcionamiento del sistema, y no muestra una buena aproximación al sistema real en los regímenes transitorios. Otro método para la obtención de modelos lineales, útiles para el control, es la linealización alrededor de un punto de trabajo de los modelos no lineales mediante diferentes técnicas como; desarrollos en series de Taylor y otras más elaboradas pero de igual o superior precisión [74–78], según el tipo de convertidor y aplicación.

Como se ha comentado, en las técnicas de modelado anteriores se realiza una aproximación de los sistemas, que es válida dentro de un marco determinado de funcionamiento. Para aplicaciones en las que se requiera un amplio margen de funcionamiento, se puede utilizar modelos en los que no se pierde el comportamiento dinámico no lineal del sistema. Esto se puede conseguir a partir de una aproximación a trozos de las dinámicas continuas del sistema [64,79–85]. El modelo dinámico obtenido a partir de esta aproximación integra las dinámicas continuas del sistema, asociando cada dinámica a un evento determinado. Los convertidores de potencia son sistemas con un número finito de estados discretos, que conmutan entre ellos en función de un evento. Pudiendo ser este evento, por ejemplo alcanzar un conjunto de estados determinado.

El objetivo de este capítulo es establecer un modelo matemático de la dinámica del convertidor, que sea válido para su análisis y control. En primer lugar, se presenta el modelo matemático de los distintos modos de funcionamientos del sistema de almacenamiento de energía. Dado que el sistema va a ser controlado por computador, se procede a la discretización de las soluciones obtenidas. Finalmente, se desarrolla la aproximación a trozos del modelo dinámico de funcionamiento del sistema de almacenamiento de energía.

3.2. Modelo del Sistema de Almacenamiento de Energía

Se presenta aquí la topología del sistema de almacenamiento de energía, que ya ha sido establecido en la sección 2.6.4. La figura 3.1 muestra el esquema del sistema dinámico modelado con sus variables.

$$R_{ci} \underbrace{ \begin{array}{c} R_L & L & S_1 \\ \hline i_L & & \\ v_{ci} & C_i \end{array}}_{S_2} \underbrace{ \begin{array}{c} R_{co} \\ R_{co} \\ v_{co} \\ \hline v_{co} \\ \hline \end{array}}_{C_o} \underbrace{ \begin{array}{c} \downarrow \\ I_o \end{array}}_{I_o}$$

Figura 3.1: Modelo completo.

Como se puede observar en la figura 3.1, el circuito del sistema de almacenamiento de energía lo conforman: dos interruptores de potencia, S_1 y S_2 , un supercondensador de capacidad C_i , junto con su resistencia interna R_{ci} , una bobina de inductancia L, con resistencia parásita R_L , y un condensador C_o , con su resistencia interna R_{co} . Los dos interruptores, S_1 y S_2 , tienen un comportamiento que permite desarrollar las funciones del convertidor. Las variables eléctricas definidas en la figura 3.1 se pueden agrupar en una representación en variables de estado, cuya primera componente es la intensidad que atraviesa la bobina i_L , la segunda variable la tensión del supercondensador v_{ci} y la tercera variable la tensión en el condensador de salida v_{co} . La intensidad I_o representa la perturbación. Esta perturbación puede ser de valor positivo o negativo, en función de si existe una carencia o un excedente de energía en el sistema de energía eléctrico.

A partir de lo establecido, acerca de la topología del sistema de almacenamiento de energía, se determina que representa un sistema de estructura variable. Existiendo para cada estructura

Modo	S_1	S_2	Usado
q_1	0	1	Si
q_2	1	0	Si
q_3	0	0	NO
q_4	1	1	NO

Tabla 3.1: Modos de operación.

una dinámica continua. Esto último se debe a que en función del estado de los interruptores de potencia se tendrán diferentes estructuras o modos de trabajo, tabla 3.1.

La elección de la estructura o modo de trabajo vendrá condicionada por las necesidades del sistema eléctrico, en el que esté incluido el sistema de almacenamiento de energía. Para las situaciones analizadas en esta tesis, se van a utilizar dos estructuras o combinaciones del estado de los interruptores de potencia, S_1 y S_2 . Las que corresponden con las dos primeras filas de la tabla 3.1, modos q_1 y q_2 . Los modos q_3 y q_4 no son utilizados.

En las siguientes secciones se procederá a describir los dos modos de funcionamiento del sistema de almacenamiento.

3.2.1. Modelo. Modo q_1

La figura 3.2 muestra el esquema del sistema, cuando el interruptor S_1 está abierto y el S_2 está cerrado.



Figura 3.2: Modelo completo. Modo q_1 .

Las ecuaciones eléctricas que relacionan las variables de este circuito son las siguientes:

$$\begin{aligned}
v_{ci}(t) &= (R_{ci} + R_L)i_L(t) + L\frac{di_L(t)}{dt} \\
v_{ci}(t) &= v_{ci}(t_0) - \frac{1}{C_i}\int_{t_0}^t i_L(\tau)d\tau \\
v_{co}(t) &= v_{co}(t_0) - \frac{1}{C_o}\int_{t_0}^t I_o(\tau)d\tau
\end{aligned} (3.1)$$

Utilizando la representación en variables de estado, se obtiene;

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_{ci}(t) \\ v_{co}(t) \end{pmatrix}$$
(3.2)

Donde $x_i(t) \in \mathbb{R}$, para $i = \{1, 2, 3\}$. Siendo x(t) el vector de estados. El conjunto de estados posibles en este modo está formado por $X_{q_1}^C$, por lo que $x(t) \in X_{q_1}^C$, $X_{q_1}^C \subset \mathbb{R}^3$

Como se puede observar en las ecuaciones (3.1), la tercera variable de estado queda independiente de las otras dos. Debido a esto, se analiza en una ecuación de forma separada de las otras dos variables de estado. Realizando el análisis por separado, se tiene;

$$\dot{x}'(t) = \begin{pmatrix} -\frac{R_{ci} + R_L}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C_i} & 0 \end{pmatrix} x'(t) = A_{C_1} x'(t)$$
(3.3)

siendo $x'(t) \in \mathbb{R}^2$ el vector de estado que engloba la primera y segunda variable de estado del vector x(t) propuesto inicialmente, y $A_{C_1} \in \mathbb{R}^{2x^2}$ la matriz de estado.

$$x'(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$
(3.4)

Y por otro lado, la ecuación correspondiente a la tercera variable de estado.

$$\dot{x}_3(t) = -\frac{1}{C_o} I_o(t) = P_{C_1} I_o(t)$$
(3.5)

Donde $P_{C_1} \in \mathbb{R}$ es el coeficiente de la perturbación.

3.2.2. Modelo. Modo q_2

La figura 3.3 muestra el esquema del sistema, cuando el interruptor S_2 está abierto y el S_1 está cerrado.



Figura 3.3: Modelo completo. Modo q_2 .

Las ecuaciones eléctricas de este circuito son las siguientes:

$$v_{ci}(t) = (R_{ci} + R_L + R_{co})i_L(t) + L\frac{di_L(t)}{dt} - R_{co}I_o(t)$$

$$v_{ci}(t) = v_{ci}(t_0) - \frac{1}{C_i}\int_{t_0}^t i_L(\tau)d\tau$$

$$v_{co}(t) = v_{co}(t_0) + \frac{1}{C_o}\int_{t_0}^t (i_L(\tau) - I_o(\tau))d\tau$$

(3.6)

Utilizando la representación en el espacio de estado, se obtiene;

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_{ci}(t) \\ v_{co}(t) \end{pmatrix}$$
(3.7)

En este modo el conjunto de estados posibles está formado por $X_{q_2}^C$, por lo que $x(t) \in X_{q_2}^C$, $X_{q_2}^C \subset \mathbb{R}^3$.

Siendo por tanto el sistema de ecuaciones de estado,

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -\frac{R_{ci} + R_L + R_{co}}{L} & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C_i} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_o} & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} \frac{R_{co}}{L} \\ 0 \\ -\frac{1}{C_o} \end{pmatrix} I_o(t) = A_{C_2} x(t) + P_{C_2} I_o(t) \quad (3.8)$$

Donde $A_{C_2} \in \mathbb{R}^{3x3}$ es la matriz de estado y $P_{C_2} \in \mathbb{R}^3$ es el vector perturbación.

3.3. Modelo simplificado del Sistema de Almacenamiento de Energía

Debido a la complejidad de las expresiones matemáticas obtenidos hasta el momento, las técnicas de control serían muy complicadas. Por lo que en esta sección se estudia el modelo simplificado del sistema de almacenamiento de energía. La simplificación del modelo radica en la consideración de los modelos ideales de los condensadores y la bobina, eliminando así las componentes resistivas de estos elementos.

La figura 3.4 muestra el modelo simplificado del estado de la dinámica del sistema de almacenamiento de energía. Como se puede apreciar todos los parámetros y variables en este modelo son idénticos a los del modelo completo, pero con los modelos ideales de los elementos.

Se analizará a continuación los dos modos de trabajo para el modelo simplificado.



Figura 3.4: Modelo simplificado.

3.3.1. Modelo simplificado. Modo q_1

La figura 3.5 muestra el esquema del sistema dinámico para el modo q_1 del sistema de almacenamiento de energía, cuando el interruptor S_1 está abierto y el S_2 está cerrado.



Figura 3.5: Modelo simplificado. Modo q_1 .

Las ecuaciones eléctricas de este circuito son las siguientes:

$$\begin{aligned}
v_{ci}(t) &= L \frac{di_L(t)}{dt} \\
v_{ci}(t) &= v_{ci}(t_0) - \frac{1}{C_i} \int_{t_0}^t i_L(\tau) d\tau \\
v_{co}(t) &= v_{co}(t_0) - \frac{1}{C_o} \int_{t_0}^t I_o(\tau) d\tau
\end{aligned} (3.9)$$

Utilizando la representación en el espacio de estado;

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_{ci}(t) \\ v_{co}(t) \end{pmatrix}$$
(3.10)

Donde $x_i(t) \in \mathbb{R}$, para $i = \{1, 2, 3\}$. Siendo x(t) el vector de estados. El conjunto de estados posibles en este modo está formado por X_{q_1} , por lo que $x(t) \in X_{q_1}$, $X_{q_1} \subset \mathbb{R}^3$

Como se puede observar en las ecuaciones (3.9), la tercera variable de estado queda independiente de las otras dos. Debido a esto, se analiza en una ecuación de forma separada de las otras dos variables de estado. Realizando el análisis por separado, se tiene;

$$\dot{x}'(t) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C_i} & 0 \end{pmatrix} x'(t) = A_1 x'(t)$$
(3.11)

siendo $x'(t) \in \mathbb{R}^2$ el vector de estado que engloba la primera y segunda variable de estado

del vector x(t) propuesto inicialmente para el modelo simplificado, y $A_1 \in \mathbb{R}^{2x^2}$ la matriz de estado.

$$x'(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$
(3.12)

y por otro lado, la ecuación correspondiente a la tercera variable de estado.

$$\dot{x}_3(t) = -\frac{1}{C_o} I_o(t) = P_1 I_o(t)$$
(3.13)

Donde $P_1 \in \mathbb{R}$ es el coeficiente de la perturbación.

3.3.2. Modelo simplificado. Mod
o q_2

La figura 3.6 muestra el esquema del sistema dinámico para el modo q_2 del sistema de almacenamiento de energía, cuando el interruptor S_2 está abierto y el S_1 está cerrado.



Figura 3.6: Modelo simplificado. Modo q_2 .

Las ecuaciones eléctricas de este circuito son las siguientes:

$$\begin{aligned}
v_{ci}(t) &= L \frac{di_L(t)}{dt} \\
v_{ci}(t) &= v_{ci}(t_0) - \frac{1}{C_i} \int_{t_0}^t i_L(\tau) d\tau \\
v_{co}(t) &= v_{ci}(t_0) + \frac{1}{C_o} \int_{t_0}^t (i_L(\tau) - I_o(\tau)) d\tau
\end{aligned} (3.14)$$

Utilizando la representación en el espacio de estado, se obtiene;

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_L(t) \\ v_{ci}(t) \\ v_{co}(t) \end{pmatrix}$$
(3.15)

En este modo el conjunto de estados está formado por X_{q_2} , por lo que $x(t) \in X_{q_2}$, $X_{q_2} \subset \mathbb{R}^3$. Siendo por tanto el sistema de ecuaciones de estado,

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C_i} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_o} & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_o} \end{pmatrix} I_o(t) = A_2 x(t) + P_2 I_o(t)$$
(3.16)

Donde $A_2 \in \mathbb{R}^{3x^3}$ es la matriz de estado y $P_2 \in \mathbb{R}^3$ es el vector perturbación.

3.4. Soluciones de las ecuaciones de estado en tiempo continuo

En esta sección se obtienen las soluciones de los distintos sistemas de ecuaciones diferenciales, de los modelos simplificados.

3.4.1. Solución del modo q_1

En esta subsección se determina la solución, para el modo q_1 de funcionamiento del sistema de almacenamiento de energía, a partir del modelo simplificado obtenido en (3.11) y (3.13).

La relación que liga el instante t con el instante t_0 es:

$$x'(t) = e^{A_1(t-t_0)} x'(t_0) \tag{3.17}$$

Se determina el valor de la matriz de transformación $\Phi'_1(t, t_0) \in \mathbb{R}^{2x^2}$,

$$\Phi_1'(t,t_0) = e^{A_1(t-t_0)} = \mathcal{L}^{-1}[(sI - A_1)^{-1}]$$
(3.18)

quedando,

$$\Phi_1'(t,t_0) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_i(t-t_0)) & \sqrt{\frac{C_i}{L}}\sin(\omega_i(t-t_0)) \\ -\sqrt{\frac{L}{C_i}}\sin(\omega_i(t-t_0)) & \cos(\omega_i(t-t_0)) \end{pmatrix}$$
(3.19)

siendo $\omega_i = 1/\sqrt{LC_i}$.

Para el modo q_1 la tercera variable de estado queda independiente de las otras dos. Debido a esto se obtiene una matriz de transformación $\Phi_1(t, t_0) \in \mathbb{R}^{3x3}$ a partir de la superposición de $\Phi'_1(t, t_0)$ y la tercera variable de estado, quedando;

$$\Phi_{1}(t,t_{0}) = \begin{pmatrix}
\cos(\omega_{i}(t-t_{0})) & \sqrt{\frac{C_{i}}{L}}\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) & 0 \\
-\sqrt{\frac{L}{C_{i}}}\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) & \cos(\omega_{i}(t-t_{0})) & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

$$\Phi_{1}(t,t_{0}) = \begin{pmatrix}
\cos(\omega_{i}(t-t_{0})) & \sqrt{\frac{C_{i}}{L}}\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) & 0 \\
-\sqrt{\frac{L}{C_{i}}}\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) & \cos(\omega_{i}(t-t_{0})) & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$
(3.20)

A partir de la matriz de transformación $\Phi_1(t, t_0)$, para el estado completo $(x_1(t_0), x_2(t_0), x_3(t_0))$, se obtiene la solución del sistema de ecuaciones en variables de estado discretizado,

$$x(t) = \Phi_1(t, t_0)x(t_0) + P_{I_1}(t, t_0)I_o(t_0)$$
(3.21)

siendo $P_{I_1}(t, t_0) \in \mathbb{R}^2$,

$$P_{I_1}(t,t_0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_o}(t-t_0) \end{pmatrix}$$
(3.22)

obteniéndose;

$$x(t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_i(t-t_0)) & \sqrt{\frac{C_i}{L}}\sin(\omega_i(t-t_0)) & 0\\ -\sqrt{\frac{L}{C_i}}\sin(\omega_i(t-t_0)) & \cos(\omega_i(t-t_0)) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t_0) + \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ -\frac{1}{C_o}(t-t_0) \end{pmatrix} I_o(t_0)$$
(3.23)

siendo esta la solución del modelo, para el modo q_1 .

3.4.2. Solución del modo q_2

En esta subsección se determina la solución, para el modo q_2 de funcionamiento del sistema de almacenamiento de energía, utilizando el modelo simplificado obtenido en (3.16).

La relación que liga el instante t con el instante t_0 será:

$$x(t) = e^{A_2(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A_2((t-t_0)-\tau)} P_2 I_o(\tau) d\tau$$

$$x(t) = \Phi_2(t,t_0) \left(x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi_2^{-1}(\tau) P_2 I_o(\tau) d\tau \right)$$
(3.24)

Se determina el valor de la matriz de transformación $\Phi_2(t, t_0) \in \mathbb{R}^{3x3}$,

$$\Phi_2(t,t_0) = e^{A_2(t-t_0)} = \mathcal{L}^{-1}[(sI - A_2)^{-1}]$$
(3.25)

quedando la matriz $\Phi_2(t, t_0)$ (ver anexo A.1). Siendo $\omega_o = 1/\sqrt{LC_o}$, $\omega_{eq} = 1/\sqrt{LC_{eq}}$ y $C_{eq} = C_i C_o/(C_i + C_o)$.

A partir de la matriz de transformación $\Phi_2(t, t_0)$, se obtiene la solución del sistema de ecuaciones en variables de estado,

$$x(t) = \Phi_2(t, t_0) \left(x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi_2^{-1}(\tau) P_2 I_o(\tau) d\tau \right)$$
(3.26)

Si el periodo de integración, $(t_0, t]$, es pequeño, la variable I_o se puede considerar constante durante el intervalo de tiempo, pudiéndose expresar el modelo según la siguiente ecuación:

$$x(t) = \Phi_2(t, t_0) \left(x(t_0) + \left(\int_{t_0}^t \Phi_2^{-1}(\tau) P d\tau \right) I_o(t_0) \right)$$
(3.27)

siendo $P_{I_2}(t, t_0) \in \mathbb{R}^3$, (ver anexo A.1).

Obteniéndose

$$x(t) = \Phi_2(t, t_0) \left(x(t_0) + P_{I_2}(t, t_0) I_o(t_0) \right)$$
(3.28)

siendo esta la solución del modelo, en modo q_2 .

3.5. Discretización de los modelos simplificados

El modelo continuo del apartado anterior tendrá que ser discretizado para proceder a la resolución del control. La implantación del algoritmo de control se realizará sobre un procesador de señales digitales que utilizará el modelo discretizado.

3.5.1. Discretización del modelo en modo q_1

Fijando un periodo de discretización o de muestreo T, para la solución establecida en el campo continuo, se obtiene para el modo q_1 ;

$$x((k+1)T) = \Phi_1(T)x(kT) + P_{I_1}(T)I_o(kT)$$
(3.29)

quedando la solución del modelo discretizada;

$$x((k+1)T) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_i T) & \sqrt{\frac{C_i}{L}}\sin(\omega_i T) & 0\\ -\sqrt{\frac{L}{C_i}}\sin(\omega_i T) & \cos(\omega_i T) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(kT) + \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ -\frac{1}{C_o}T \end{pmatrix} I_o(kT) \quad (3.30)$$

Siendo la matriz $\Phi_1(T) \in \mathbb{R}^{3x3}$ y el vector $P_{I_1}(T) \in \mathbb{R}^3$ constantes.

3.5.2. Discretización del modelo en modo q_2

Utilizando en este modo también un periodo de discretización fijo T, se obtiene para la solución en modo q_2 ;

$$x((k+1)T) = \Phi_2(T) \left(x(kT) + P_{I_2}(T) I_o(kT) \right)$$
(3.31)

Donde $\Phi_2(T)$ y $P_{I_2}(T)$ quedan (ver anexo A.1).

Siendo la matriz $\Phi_2(T) \in \mathbb{R}^{3x3}$ y el vector $P_{I_2}(T) \in \mathbb{R}^3$ constantes.

3.6. Modelo matemático de funcionamiento del SAE

El circuito del sistema de almacenamiento de energía es un sistema de estructura variable. Como se ha establecido en varios trabajos por diversos autores [80, 86–88], el convertidor es un sistema con un conjunto de estados discretos (Modos), que llevan asociados una dinámica continua. Modificándose el estado discreto en función de eventos determinados por las condiciones de control.

Sea $X \subset \mathbb{R}^n$ un espacio de estado continuo y sea $Q = \{q_1, \ldots, q_m\}$ un conjunto finito de estados discretos. El espacio de estado continuo especifica los posibles valores de los estados continuos para todo q, donde $q \in Q$ representará la configuración de los interruptores en el circuito. Para cada valor de $q \in Q$, su comportamiento continuo dinámico es definido por su sistema de ecuaciones diferenciales;

$$\dot{x}(t) = A_{q_i} x(t) + P_{q_i} I_o(t)
t \in (t_{i-1}, t_i)
(i = 1, 2, ...)
q_i \in Q$$
(3.32)

donde $x \in X$ es el vector de estado, $A_{q_i} \in \mathbb{R}^{nxn}$ es la matriz de estado y $P_{q_i} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de perturbación. Se puede definir el conjunto $X_{q_i} \in X$, que agrupa los estados posibles para

el estado discreto q_i . Siendo $I_o(t) \in \mathbb{R}$ la perturbación del sistema. El circuito que se está estudiando sólo tiene entradas discretas, los modos $q_1 \ge q_2$.

Para el funcionamiento del sistema durante los estados discretos, se tiene las distintas dinámicas continuas que conforman la aproximación a trozos de la dinámica general del sistema;

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} A_{q_1}x(t) + P_{q_1}I_o(t) \; ; \; t \in [t_0, t_1) \; ; \\ A_{q_2}x(t) + P_{q_2}I_o(t) \; ; \; t \in [t_1, t_2) \; ; \\ \vdots \\ A_{q_m}x(t) + P_{q_m}I_o(t) \; ; \; t \in [t_{m-1}, t_m) \; ; \end{cases}$$
(3.33)

Se definen los diferentes instantes de conmutación (t_i) , cuando se producen los eventos que provocan que el sistema cambie de estado discreto, como;

$$\begin{cases} t_1 = t_0 + \tau_1 \\ t_2 = t_1 + \tau_2 = t_0 + \tau_1 + \tau_2 \\ \vdots \end{cases}$$
(3.34)

siendo de forma genérica para t_m ,

$$t_m = t_0 + \sum_{i=1}^{m} \tau_i \tag{3.35}$$

En la figura 3.7 se puede ver el comportamiento del sistema a lo largo de un intervalo de tiempo (t_0, t_m) , con una discretización temporal de un periodo T. Se puede apreciar los distintos estados discretos por los que pasa el sistema $(\tau_1^{q_1}, \tau_2^{q_2}, \ldots)$. La duración de actuación de estos estados discretos no tiene que ser múltiplo del periodo de discretización, ni tienen que comenzar en uno de los instantes de muestreo.

Para los distintos tiempos de actuación de los estados discretos, q_i , se define $n_i^* \in \mathbb{Q}^+$, $n_i \in \mathbb{N}$ y $d_i \in [0, 1]$, obteniéndose;

$$\begin{cases}
n_1^* = n_1 + d_1 \\
n_2^* = n_2 + d_2 + (1 - d_1) \\
\vdots \\
n_i^* = n_i + d_i + (1 - d_{i-1})
\end{cases}$$
(3.36)

Definiéndose a partir de n_i , d_i , d_{i-1} y T los tiempos de actuación de cada estado discreto del sistema;



Figura 3.7: Comportamiento temporal.

$$\begin{cases} \tau_1 = (n_1 + d_1)T \\ \tau_2 = (n_2 + d_2 + (1 - d_1))T \\ \vdots \\ \tau_i = (n_i + d_i + (1 - d_{i-1}))T \end{cases}$$
(3.37)

También se puede definir el número de periodos de tiempo (p_i) , T, que han transcurrido, desde t_0 , hasta el primer instante de muestreo, para cada periodo de actuación de los modos de funcionamiento.

$$p_i = \frac{t_{i-1}}{T} + (1 - d_{i-1}) \tag{3.38}$$

por lo que los instantes de tiempo que definen cada periodo de actuación de los modos de funcionamiento son;

$$t_{i-1} = (k + p_i - 1 + d_{i-1})T \Rightarrow \text{Principio del periodo}$$

$$(k + p_i)T \Rightarrow \text{Primer instante de muestreo}$$

$$(k + p_i + n_i)T \Rightarrow \text{Último instante de muestreo}$$

$$t_i = (k + p_i + n_i + d_i)T \Rightarrow \text{Final del periodo}$$

(3.39)

La definición para el periodo de tiempo i de actuación de uno de los modos de funciona-

miento se puede ver en la figura 3.8;



Figura 3.8: Periodo de actuación τ_i .

En la figura 3.8 se pueden diferenciar tres estados, para definir completamente el estado del sistema cuando cambia el modo de funcionamiento. Suponiendo que se conoce el estado, antes de que cambie el modo de funcionamiento (en un instante de muestreo), $x((k+p_{i-1}+n_{i-1})T)$, se puede definir los sucesivos estados en el periodo de actuación del modo de funcionamiento.

Primero se determina el estado al principio del periodo de actuación, en $t_{i-1} = (k + p_i - 1 + d_{i-1})T;$

$$x(t_{i-1}) = \phi_{q_{i-1}}(d_{i-1}T)x((k+p_{i-1}+n_{i-1})T) + P_{q_{i-1}}(d_{i-1}T)I_o((k+p_{i-1}+n_{i-1})T) \quad (3.40)$$

para luego calcular el estado en el primer instante de muestreo,

$$x((k+p_i)T) = \phi_{q_i}((1-d_{i-1})T)x(t_{i-1}) + P_{q_i}((1-d_{i-1})T)I_o(t_{i-1})$$
(3.41)

sustituyendo el valor de $x(t_{i-1})$, en función del estado $x((k + p_{i-1} + n_{i-1})T)$, se obtiene;

$$x((k+p_i)T) = \phi_{q_i}((1-d_{i-1})T)\phi_{q_{i-1}}(d_{i-1}T)x((k+p_{i-1}+n_{i-1})T) + +\phi_{q_i}((1-d_{i-1})T)P_{q_{i-1}}(d_{i-1}T)I_o((k+p_{i-1}+n_{i-1})T) + P_{q_i}((1-d_{i-1})T)I_o(t_{i-1})$$
(3.42)

Habiendo calculado el estado en el instante $(k + p_i)T$, se puede determinar el estado en $(k + p_i + n_i)T$;

$$x((k+p_i+n_i)T) = \phi_{q_i}^{n_i}(T)x((k+p_i)T) + \sum_{j=0}^{n_i-1} \phi_{q_i}^j(T)P_{q_i}(T)I_o((k+n_i-j+1)T) \quad (3.43)$$

y finalmente para determinar el estado al finalizar de actuar el modo i, $t_i = (k + p_i + n_i + d_i)T$;

Tabla 3.2: Estados discretos.

Modo	S_1	S_2
q_1	0	1
q_2	1	0

$$x(t_i) = \phi_{q_i}(d_i T)x((k+p_i+n_i)T) + P_{q_i}(d_i T)I_o((k+p_i+n_i)T)$$
(3.44)

La perturbación I_o , permanece constante para el periodo de discretización, $I_o((k + n - 1)T) = I_o((k + n)T)$.

3.6.1. Operaciones de funcionamiento

Las operaciones de funcionamiento hacen referencia a las dinámicas de funcionamiento del SAE en las siguientes situaciones;

- Cuando se le requiere energía, que está almacenada.
- Cuando se le aporte energía, para ser almacenada.
- Cuando ni se le requiere, ni se almacena energía.

La operación está en función del valor de la perturbación en un regimen normal de funcionamiento.

$$Operación = \begin{cases} I_o(t) > 0 \Rightarrow Descarga\\ I_o(t) < 0 \Rightarrow Carga \end{cases}$$
(3.45)

Para el caso particular del SAE se tiene que el número de estados discretos es sólo de dos, por lo que $Q = \{q_1, q_2\}$, tabla 3.2. Debido a la existencia de dos modos o estados discretos también existen dos dinámicas continuas, definidas por sus matrices de estado y vectores de perturbación.

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} A_{q_1}x(t) + P_{q_1}I_o(t) \Rightarrow q_1 \\ A_{q_2}x(t) + P_{q_2}I_o(t) \Rightarrow q_2 \end{cases}$$
(3.46)

El sistema pasa de un estado discreto a otro en función de las necesidades definidas en el control.

Se pueden definir dos operaciones de funcionamiento para el SAE. La operación de carga y la de descarga del supercondensador.

Las operaciones de funcionamiento se componen de la utilización durante un periodo de tiempo de los dos modos de funcionamiento, primero uno y después el otro. Se define el periodo de operación, T^{op} , como el tiempo en el que actúan los dos modos de funcionamiento, figura 3.9.

Periodo de descarga



Figura 3.9: Periodo de operación.

$$T^{op,D} = \tau^{q_1} + \tau^{q_2} \Longrightarrow Descarga$$

$$T^{op,C} = \tau^{q_2} + \tau^{q_1} \Longrightarrow Carga$$
(3.47)

También se puede definir el tiempo de operación, t^{op} , como el tiempo en el que se utiliza una operación de funcionamiento exclusivamente. Este tiempo será la suma de los periodos de operación. Si de manera sucesiva se mantiene el mismo tipo de operación de funcionamiento, para la carga y la descarga se obtiene, figura 3.10;

$$t_D^{op} = T_1^{op,D} + T_2^{op,D} + \ldots + T_m^{op,D} = (\tau_1^{q_1} + \tau_2^{q_2}) + (\tau_3^{q_1} + \tau_4^{q_2}) + \ldots + (\tau_{2m-1}^{q_1} + \tau_{2m}^{q_2})$$

$$t_C^{op} = T_1^{op,C} + T_2^{op,C} + \ldots + T_m^{op,C} = (\tau_1^{q_2} + \tau_2^{q_1}) + (\tau_3^{q_2} + \tau_4^{q_1}) + \ldots + (\tau_{2m-1}^{q_2} + \tau_{2m}^{q_1})$$

(3.48)

Por lo que los tiempos de operación, para la carga y la descarga, quedan;

$$t_D^{op} = \sum_{h=1}^m T_h^{op,D} = \sum_{h=1}^m (\tau_{2h-1}^{q_1} + \tau_{2h}^{q_2})$$
(3.49)



Figura 3.10: Tiempo de operación.

$$t_C^{op} = \sum_{h=1}^m T_h^{op,C} = \sum_{h=1}^m (\tau_{2h-1}^{q_2} + \tau_{2h}^{q_1})$$
(3.50)

Siendo t_D^{op} el tiempo de operación de descarga, que se corresponde con la suma de m periodos consecutivos de descarga, $T^{op,D}$. Y t_C^{op} el tiempo de operación de carga, que se corresponde con la suma de m periodos consecutivos de carga, $T^{op,C}$.

Capítulo 4

Análisis de la respuesta dinámica en el espacio de estado

4.1. Introducción

Una vez que se ha establecido el modelo dinámico de funcionamiento del SAE, se presenta en este capítulo la respuesta dinámica para los dos modos de funcionamiento. Se obtienen un conjunto de funciones, que relacionan a las variables de estado y a la perturbación, que definen las trayectorias de estado del SAE en el espacio de estado. Las técnicas empleadas son semejantes a las utilizadas por diferentes autores [80,81,88–93], para analizar el comportamiento de distintos sistemas y establecer las adecuadas técnicas de control.

4.2. Análisis en el espacio de estado. Modos de funcionamiento

El análisis de la trayectoria del vector de estado del SAE se realiza para el modo q_1 y q_2 por separado, con distintos valores de la perturbación I_o .

4.2.1. Trayectoria del vector de estado. Modo q_1

A partir de las expressiones matemáticas de la solución del modelo simplificado (3.21) del SAE (modo q_1) obtenidas en el capítulo 3, se puede determinar un conjunto de expressiones o funciones compuestas por las componentes del vector de estado del sistema en el modo q_1 . Las expressiones matemáticas de partida lo conforma el sistema de ecuaciones de estado (4.1), que relaciona el estado en el instante inicial t_0 con el estado en el instante t.

$$x(t) = \Phi_1(t, t_0)x(t_0) + P_{D_1}(t, t_0)I_o(t_0)$$
(4.1)

$$x(t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_i(t-t_0)) & \sqrt{\frac{C_i}{L}}\sin(\omega_i(t-t_0)) & 0\\ -\sqrt{\frac{L}{C_i}}\sin(\omega_i(t-t_0)) & \cos(\omega_i(t-t_0)) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t_0) + \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ -\frac{1}{C_o}(t-t_0) \end{pmatrix} I_o(t_0) \quad (4.2)$$

Para unas condiciones iniciales de las variables de estado en t_0 $(x(t_0))$ se pueden obtener dos funciones que interrelacionan las componentes del vector de estado en el periodo de tiempo (t_0, t) . Manteniéndose constante la perturbación en este periodo de tiempo $(I_o(t_0) = I_o(t))$.

• DEFINICIÓN 4.1 Función E_{q_1} : Esta primera función relaciona las dos primeras variables de estado, $x_1 ext{ y } x_2$. Pudiéndose obtener a partir de (4.2).

Si se multiplica el vector de estado por la matriz $P \in \mathbb{R}^{3x3}$;

$$x^{*}(t) = Px(t) = \begin{pmatrix} \sqrt{L} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{C_{i}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1}(t) \\ x_{2}(t) \\ x_{3}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{L}x_{1}(t) \\ \sqrt{C_{i}}x_{2}(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$
(4.3)

se obtiene el vector $x^*(t) \in \mathbb{R}^3$, en el que sólo aparecen las dos variables que se quieren relacionar. Realizando el producto escalar de este vector por si mismo se obtiene la expresión;

$$E_{q_1} = x^*(t)x^*(t) = Lx_1^2(t) + C_i x_2^2(t)$$
(4.4)

La expresión (4.4) multiplicada por $\frac{1}{2}$ coincide con la expresión de energía almacenada $(E_{q_1}^*)$ en el supercondensador y en la bobina.

$$E_{q_1}^* = \frac{1}{2}E_{q_1} = \frac{1}{2}Lx_1^2(t) + \frac{1}{2}C_ix_2^2(t)$$
(4.5)

De igual manera se realiza el mismo proceso al segundo miembro de la solución del sistema de ecuaciones de estado (4.2), ver grupo de expresiones A.5 en la sección anexo (A.2).

Realizando el producto escalar del segundo miembro por si mismo, se obtiene;

$$K_{q_1} = Lx_1^2(t_0) + C_i x_2^2(t_0)$$
(4.6)

 K_{q_1} es determinado con las dos primeras componentes del vector de estados en el instante $t_0, x_1(t_0) \ge x_2(t_0)$, por lo que K_{q_1} es una constante, para estas condiciones iniciales.

Debido a que el primer miembro de la expresión (4.2) es igual al segundo miembro, el producto de las operaciones escalares propuestas también lo serán,

$$E_{q_1} = K_{q_1}$$
 (4.7)

quedando la igualdad;

$$Lx_1^2(t) + C_i x_2^2(t) = K_{q_1}$$
(4.8)

La constante K_{q_1} asocia un conjunto de estados que cumplen la relación,

$$K_{q_1} = Lx_1^2(t) + C_i x_2^2(t) \tag{4.9}$$

que ha sido determinada para un estado inicial $x(t_0)$. Para cualquier estado inicial o de referencia, x_n , se obtiene;

$$K_{q_1}^{(n)} = Lx_1^2(t) + C_i x_2^2(t)$$
(4.10)

La trayectoria de la proyección del vector de estado, en el plano x_1x_2 , quedará definida por,

$$T_{q_1}^* = \{ (x_1(t), x_2(t)) \in \mathbb{R}^2 : Lx_1^2(t) + C_i x_2^2(t) = K_{q_1} \}$$
(4.11)

 $T_{q_1}^* \subset \mathbb{R}^2$ representa la trayectoria o conjunto de estados seguida, en dinámica continua, por el sistema en modo q_1 , para las variables $x_1(t) \ge x_2(t)$. Tal y como se puede apreciar en la expresión (4.11) todos los estados de la trayectoría están relacionados con el estado inicial, K_{q_1} .

• DEFINICIÓN 4.2 Función x_3 : La segunda función de estado relaciona la tercera variable de estado, x_3 , con la primera variable, x_1 . Esta relación matemática se puede obtener a partir de (4.2);

$$x_{1}(t) = x_{1}(t_{0})\cos(\omega_{i}(t-t_{0})) + x_{2}(t_{0})\sqrt{\frac{C_{i}}{L}}\sin(\omega_{i}(t-t_{0}))$$

$$x_{3}(t) = x_{3}(t_{0}) - \frac{I_{o}(t_{0})}{C_{o}}(t-t_{0})$$
(4.12)

Las expresiones anteriores expresan la variación de la intensidad en la bobina y la tensión del condensador de salida con el tiempo, desde un tiempo t_0 hasta t. Para conseguir

una expresión que relacione la intensidad de la bobina, x_1 , con la tensión de salida, x_3 , se debe de despejar el periodo de tiempo de la segunda expresión

$$(t - t_0) = \frac{C_o}{I_o(t_0)} (x_3(t_0) - x_3(t))$$
(4.13)

y sustituir el periodo de tiempo en la primera expresión,

$$x_{1}(t) = x_{1}(t_{0})\cos\left(\omega_{i}C_{o}\frac{(x_{3}(t_{0}) - x_{3}(t))}{I_{o}(t_{0})}\right) + x_{2}(t_{0})\sqrt{\frac{C_{i}}{L}}\sin\left(\omega_{i}C_{o}\frac{(x_{3}(t_{0}) - x_{3}(t))}{I_{o}(t_{0})}\right)$$
(4.14)

Esta expresión presenta una relación no lineal entre la variable x_1 y la x_3 . Esta relación se puede linealizar para valores pequeños del ángulo α ;

$$\alpha = \omega_i(t - t_0) = \omega_i C_o \frac{(x_3(t_0) - x_3(t))}{I_o(t_0)}$$
(4.15)

Las razones trigonométricas de la expresión (4.14), se pueden sustituir por sus desarrollos en series de Taylor;

$$\cos(\alpha) = 1 + \epsilon_{\cos}$$

$$\sin(\alpha) = \alpha + \epsilon_{\sin}$$
(4.16)

Siendo ϵ_{\cos} y ϵ_{\sin} los términos complementarios para las dos razones trigonométricas. El error asumido por la aproximación, es el siguiente;

$$\epsilon_{\cos} = \frac{\alpha^2}{2} \cos(\xi + \pi)$$

$$\epsilon_{\sin} = \frac{\alpha^2}{2} \sin(\xi + \pi)$$

$$\xi \in (0, \alpha)$$

(4.17)

Teniendo en cuenta que las razones trigonométricas seno y coseno están acotadas por los valores ± 1 , se tiene que;

$$\begin{aligned} |\epsilon_{\cos}| &= \left|\frac{\alpha^2}{2}\cos(\xi + \pi)\right| \le \left|\frac{\alpha^2}{2}\right| \\ |\epsilon_{\sin}| &= \left|\frac{\alpha^2}{2}\sin(\xi + \pi)\right| \le \left|\frac{\alpha^2}{2}\right| \end{aligned} \tag{4.18}$$

Por lo que se obtiene el ángulo máximo α_{max} en función del error ϵ establecido;

$$\alpha_{max} = \sqrt{2\epsilon} \tag{4.19}$$

A partir de α_{max} se determina el periodo de tiempo máximo $\tau_{max}^{q_1}$, para el que el error de la aproximación propuesta sea igual al error fijado ϵ .

$$\tau_{max}^{q_1} = \frac{\sqrt{2\epsilon}}{\omega_i} \tag{4.20}$$

Periodos de tiempo, de actuación del modo q_1 , inferiores a $\tau_{max}^{q_1}$ producirán un error inferior a ϵ .

Por lo que la expresión (4.14) queda de la siguiente manera;

$$x_1(t) = x_1(t_0) + x_2(t_0) \sqrt{\frac{C_i}{L}} \left(\omega_i C_o \frac{(x_3(t_0) - x_3(t))}{I_o(t_0)} \right)$$
(4.21)

teniendo en cuenta que $\omega_i = 1/\sqrt{LC_i}$ y operando en la expresión anterior,

$$x_3(t) = x_3(t_0) - \frac{I_o(t_0)L}{x_2(t_0)C_o}(x_1(t) - x_1(t_0))$$
(4.22)

Como se puede apreciar queda una función que asocia la componente $x_1(t)$ con la componente $x_3(t)$, definida por el estado de referencia o inicial $x(t_0)$. Para cualquier estado de referencia x_n , se obtendría;

$$x_3^{(n)}(t) = x_3^{(n)}(t_0) - \frac{I_o(t_0)L}{x_2(t_0)C_o}(x_1(t) - x_1^{(n)}(t_0))$$
(4.23)

Quedando en este caso la proyección, en el plano x_1x_3 , de la trayectoria del vector de estado definida por,

$$T_{q_1}^{**} = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : x_3(t) = x_3(t_0) - \frac{I_o(t_0)L}{x_2(t_0)C_o} (x_1(t) - x_1(t_0)) \}$$
(4.24)

 $T_{q_1}^{**} \subset \mathbb{R}^2$ representa la trayectoria o conjunto de estados seguida, en dinámica continua, por el sistema en modo q_1 , para las variables $x_1(t) \ge x_3(t)$.

Esta función presenta una relación lineal entre la tercera variable de estado y la primera, siendo k la pendiente de la relación lineal.

$$k = -\frac{I_o(t_0)L}{x_2(t_0)C_o} \tag{4.25}$$

Hay que tener en cuenta que el valor de la pendiente está en función del valor de la perturbación, I_o , y de la segunda variable de estado, x_2 . Tomando los siguientes valores en función de la perturbación:

$$k = \begin{cases} -\frac{I_o(t_0)L}{x_2(t_0)C_o} < 0 & si & I_o(t_0) > 0\\ 0 & si & I_o(t_0) = 0\\ -\frac{I_o(t_0)L}{x_2(t_0)C_o} > 0 & si & I_o(t_0) < 0 \end{cases}$$
(4.26)

Teniendo en cuenta las dos proyecciones definidas, $T_{q_1}^* \ge T_{q_1}^{**}$, para el modo q_1 , se puede obtener la trayectoria del vector de estado en el espacio de estado $x_1x_2x_3$;

$$T_{q_1} = \{ (x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^3 : T_{q_1}^* \cup T_{q_1}^{**} \}$$
(4.27)

 $T_{q_1} \subset \mathbb{R}^3$ representa la trayectoria seguida por el vector de estado, en dinámica continua en modo q_1 , en el intervalo de tiempo (t_0, t) .

4.2.2. Representación gráfica. Modo q_1

En la figura 4.1 se puede ver la trayectoria descrita por el estado del SAE en dinámica continua, para $I_o = 0$ en modo q_1 , tanto en el espacio de estado $x_1x_2x_3$, como en las proyecciones de los planos x_1x_2 , x_1x_3 y x_2x_3 .

Esta trayectoria de estado se define para unas condiciones iniciales $x(t_0)$.

En la gráfica superior de la figura 4.1 se puede apreciar que la trayectoria que describe el estado del SAE en el Modo q_1 es una elipse en un plano que es paralelo al plano de estado x_1x_2 , esta elipse tiene centro en el punto del espacio de estado $(0, 0, x_3(t))$. En las gráficas inferiores de la figura 4.1 se pueden ver las proyecciones de la trayectoria seguida por el estado en los planos de estado x_1x_3 , x_1x_2 y x_2x_3 . Tanto en la proyección x_1x_3 , como en la x_2x_3 se puede apreciar que la tensión del condensador de salida, x_3 , no se modifica aunque varíe la intensidad en la bobina, x_1 , y la tensión en el supercondensador, x_2 . Esto es debido a que el condensador de salida en modo q_1 está desacoplado de la bobina y el supercondensador, y su estado sólo depende del valor de la perturbación I_o . Por otro lado el sistema formado por la bobina y el supercondensador se comportan como un sistema en el que toda la energía se intercambia de forma alternada entre ellos, tal y como se observa en la proyección x_1x_2 .

Las trayectorias para una perturbación de valor $I_o > 0$ se pueden observar en la figura 4.2, con unas condiciones iniciales del estado $x(t_0)$.

En la gráfica superior de la figura 4.2 se puede apreciar que la trayectoria que describe el estado del SAE en el modo q_1 es una curva helicoidal, en la que el valor de la tensión del condensador de salida va disminuyendo, x_3 . Esta curva helicoidal esta en la superficie de



Figura 4.1: Espacio y planos de estado, $I_o = 0$. Modo q_1 .

un cilíndrico elíptico, perpendicular al plano de estado x_1x_2 . En las gráficas inferiores de la figura 4.2 se pueden ver las proyecciones de la trayectoria seguida por el estado en los planos de estado x_1x_3 , x_1x_2 y x_2x_3 . Se observa en la proyección x_1x_3 y en la x_2x_3 que la tensión del condensador de salida, x_3 , disminuye ante una perturbación mayor que cero. Por lo que si $I_o > 0$ el condensador de salida se descargará, disminuyendo así su tensión, x_3 .

Las trayectorias para una perturbación de valor $I_o < 0$ se pueden observar en la figura 4.3, con unas condiciones iniciales del estado $x(t_0)$.

En la gráfica superior de la figura 4.3 se puede apreciar que la trayectoria que describe el estado del SAE en el modo q_1 es una curva helicoidal, en la que el valor de la tensión del condensador de salida va aumentando, x_3 . Esta curva helicoidal esta en la superficie de un cilíndrico elíptico, perpendicular al plano de estado x_1x_2 . En las gráficas inferiores de la figura 4.3 se pueden ver las proyecciones de la trayectoria seguida por el estado en los planos de estado x_1x_3 , x_1x_2 y x_2x_3 . Se observa en la proyección x_1x_3 y en la x_2x_3 que la tensión del condensador de salida, x_3 , aumenta ante una perturbación menor que cero. Por lo que si $I_o < 0$ el condensador de salida se cargará, aumentando así su tensión, x_3 .

4.2.3. Trayectorias de estado. Modo q_2

A partir de las expresiones matemáticas de la solución del modelo simplificado (3.28) del SAE (modo q_2) obtenidas en el capítulo 3, se pueden determinar las trayectorias o conjuntos



Figura 4.2: Espacio y planos de estado, $I_o > 0$. Modo q_1 .

de estado que describen el estado del sistema en el modo q_2 . Esas expresiones matemáticas conforman el sistema de ecuaciones de estado (4.28), que relaciona el instante inicial t_0 con el instante t.

$$x(t) = \Phi_2(t, t_0) \left(x(t_0) + P_{D_2}(t, t_0) I_o(t_0) \right)$$
(4.28)

• DEFINICIÓN 4.3 Función E_{q_2} : Para unas condiciones iniciales de las variables de estado en t_0 ; $x(t_0)$, se puede obtener una expresión de la trayectoria del vector de estado durante el periodo de tiempo (t_0, t) . En esta expresión están implicadas las tres variables de estado, y la perturbación permanece constante para el recorrido de trabajo $(I_o(t_0) = I_o(t))$.

Para la obtención de esta expresión se realiza una simplificación, que radica en la relación de capacidades de los condensadores implicados en el sistema. La capacidad del supercondensador, C_i , es muy superior a la capacidad del condensador de salida, C_o , $C_i >> C_o$. Debido a esto se puede asumir que la capacidad equivalente del sistema, C_{eq} $(C_{eq} = C_i C_o / (C_i + C_o))$, es aproximadamente igual a la capacidad C_o $(C_{eq} \approx C_o)$.

En la determinación de la expresión de la trayectoria se utiliza un proceso semejante al utilizado en la DEFINICIÓN 4.1. En este caso se usará el sistema de ecuaciones (4.28), para obtener el resultado de la siguiente operación;



Figura 4.3: Espacio y planos de estado, $I_o > 0$. Modo q_1 .

$$E_{q_2} = L(x_1(t) - Io(t))^2 + C_o(x_3(t) - x_2(t))^2$$
(4.29)

El resultado de la operación anterior queda en función del estado inicial,

$$L(x_1(t) - Io(t))^2 + C_o(x_3(t) - x_2(t))^2 = L(x_1(t_0) - Io(t_0))^2 + C_o(x_3(t_0) - x_2(t_0))^2$$
(4.30)

Siendo constante la suma;

$$K_{q_2} = L(x_1(t) - Io(t))^2 + C_o(x_3(t) - x_2(t))^2$$
(4.31)

la constante K_{q_2} asocia un conjunto de estados que cumplen la relación (4.31). Para cualquier estado inicial o de referencia x_n , se obtiene;

$$K_{q_2}^{(n)} = L(x_1(t) - Io(t))^2 + C_o(x_3(t) - x_2(t))^2$$
(4.32)

El conjunto de estados que pertenecen a la trayectoria en el Modo q_2 se representa como;

$$T_{q_2} = \{(x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^3 : L(x_1(t) - Io(t))^2 + C_o(x_3(t) - x_2(t))^2 = K_{q_2}\}$$
(4.33)

 $T_{q_2} \subset \mathbb{R}^2$ representa la trayectoria o conjunto de estados seguida, en dinámica continua por el sistema en modo q_2 , para las variables $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_3(t)$ en el intervalo de tiempo (t_0, t) . Tal y como se puede apreciar en la expresión (4.33) todos los estados de la trayectoría están relacionados con el estado inicial.

4.2.4. Representación gráfica. Modo q_2

En la figura 4.4 se pueden ver las trayectorias descritas por el estado del SAE en dinámica continua, para $I_o = 0$ en modo q_2 , tanto en el espacio de estado $x_1x_2x_3$, como en las proyecciones de los planos x_1x_2 , x_1x_3 y x_2x_3 .

Estas gráficas son para una perturbación de valor $I_o = 0$, y con unas condiciones iniciales del estado $x(t_0)$.



Figura 4.4: Espacio y planos de estado, $I_o = 0$. Modo q_2 .

En la gráfica superior de la figura 4.4 se puede apreciar que la trayectoria que describe el estado del SAE en el modo q_2 es una elipse en un plano que corta los tres ejes principales del espacio de estado. En las gráficas inferiores de la figura 4.4 se pueden ver las proyecciones de la trayectoria seguida por el estado en los planos de estado x_1x_3 , x_1x_2 y x_2x_3 .

Las trayectorias para una perturbación de valor $I_o > 0$ se pueden observar en la figura 4.5, con unas condiciones iniciales del estado $x(t_0)$.



Figura 4.5: Espacio y planos de estado, $I_o > 0$. Modo q_2 .

En la gráfica superior de la figura 4.5 se puede apreciar que la trayectoria que describe el estado del SAE en el modo q_2 es una curva helicoidal, en la que se puede observar que tanto el valor medio de la tensión del supercondensador, x_2 , como el valor medio de la tensión del condensador de salida, x_3 , sufren una disminución de su valor. El centro de esta curva helicoidal se desplaza con el punto $(I_o(t), x_2(t), x_2(t))$ a medida que evoluciona el estado temporalmente. En las gráficas inferiores de la figura 4.5 se pueden ver las proyecciones de la trayectoria seguida por el estado en los planos de estado x_1x_3, x_1x_2 y x_2x_3 .

Las trayectorias para una perturbación de valor $I_o < 0$ se pueden observar en la figura 4.6, con unas condiciones iniciales del estado $x(t_0)$.

En la gráfica superior de la figura 4.4 se puede apreciar que la trayectoria que describe el estado del SAE en el modo q_2 es una curva helicoidal, en la que se observa que tanto el valor medio de la tensión del supercondensador, x_2 , como el valor medio de la tensión del condensador de salida, x_3 , sufren un aumento de su valor. El centro de esta curva helicoidal se desplaza con el punto $(I_o(t), x_2(t), x_2(t))$ a medida que evoluciona el estado temporalmente. En las gráficas inferiores de la figura 4.4 se pueden ver las proyecciones de la trayectoria seguida por el estado en los planos de estado x_1x_3, x_1x_2 y x_2x_3 .



Figura 4.6: Espacio y planos de estado, $I_o < 0$. Modo q_2 .

4.3. Análisis en el espacio de estado. Operaciones de funcionamiento

El análisis de las trayectorias de las variables de estado del SAE se realizará para las dos operaciones de funcionamiento, la de descarga $(I_o > 0)$ y la de carga $(I_o < 0)$.

4.3.1. Trayectorias de estado. Operación de descarga

Para unas condiciones iniciales de las variables de estado en t_0 ; $x(t_0)$ se puede determinar el conjunto de estados,

$$\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,D} \subset \mathbb{R}^3 \tag{4.34}$$

que define la trayectoria del vector de estado en el periodo de tiempo (t_0, t) . Manteniéndose constante la perturbación en este periodo de tiempo $(I_o(t_0) = I_o(t) > 0)$.

Para obtener el conjunto $\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,D}$ primero hay que determinar el conjunto de estados que define un periodo de operación de descarga,

$$\mathbb{T}^{op,D} \subset \mathbb{R}^3 \tag{4.35}$$
ya que el tiempo de operación de descarga es una sucesión de periodos de operación, según se estableció en el capítulo 3;

$$t_D^{op} = \sum_{h=1}^m T_h^{op,D} = \sum_{h=1}^m (\tau_{2h-1}^{q_1} + \tau_{2h}^{q_2})$$
(4.36)

y el periodo de operación de descarga a su vez está determinado por τ^{q_1} y τ^{q_2} ,

$$T^{op,D} = \tau^{q_1} + \tau^{q_2} \tag{4.37}$$

El subconjunto de estados del periodo de operación de descarga, $\mathbb{T}^{op,D}$, se establece a partir de los subconjuntos de estado $\mathbb{T}_1^D \subset \mathbb{R}^3$ y $\mathbb{T}_2^D \subset \mathbb{R}^3$. Estos subconjuntos están incluidos dentro de los subconjuntos que definen las trayectorias de estado para el modo q_1 de funcionamiento, T_{q_1} (4.27), durante el tiempo de actuación, $t \in (t_i, t_i + \tau^{q_1})$. Y para el modo q_2 , es el subconjunto T_{q_2} , (4.33), el que corresponde durante el periodo $t \in (t_i + \tau^{q_1}, t_f)$. Por lo que los subconjuntos \mathbb{T}_1^D y \mathbb{T}_2^D quedan definidos por;

$$\mathbb{T}_1^D = \left\{ (x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^3 : T_{q_1} , \ t \in (t_i, t_i + \tau^{q_1}) \right\}$$
(4.38)

$$\mathbb{T}_2^D = \left\{ (x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^3 : T_{q_2} , \ t \in]t_i + \tau^{q_1}, t_f) \right\}$$
(4.39)

quedando el subconjunto $\mathbb{T}^{op,D}$ definido, como;

$$\mathbb{T}^{op,D} = \left\{ (x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^3 : \mathbb{T}_1^D \bigcup \mathbb{T}_2^D \right\}$$
(4.40)

y finalmente $\mathbb{TI}^{op,D}$ que da de la siguiente manera,

$$\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,D} = \left\{ (x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^3 : \bigcup_{i=1}^m \mathbb{T}_i^{op,D} \right\}$$
(4.41)

Siendo $\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,D}$, para la operación de descarga, la trayectoria del vector de estado en el periodo (t_0, t) ; la cual está compuesta por la unión de los *m* subconjuntos de estado sucesivos $\mathbb{T}_i^{op,D}$.

4.3.2. Trayectorias de estado. Operación de carga

Para unas condiciones iniciales de las variables de estado en t_0 ; $x(t_0)$ se puede determinar el conjunto de estados,

$$\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,C} \subset \mathbb{R}^3 \tag{4.42}$$

que define la trayectoria del vector de estado en el periodo de tiempo (t_0, t) . Manteniéndose constante la perturbación en este periodo de tiempo $(I_o(t_0) = I_o(t) < 0)$.

Para obtener el conjunto $\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,C}$ primero hay que determinar el conjunto de estados que define un periodo de operación de carga,

$$\mathbb{T}^{op,C} \subset \mathbb{R}^3 \tag{4.43}$$

ya que el tiempo de operación de carga es una sucesión de periodos de operación, como se estableció en el capítulo 3;

$$t_C^{op} = \sum_{h=1}^m T_h^{op,C} = \sum_{h=1}^m (\tau_{2h-1}^{q_2} + \tau_{2h}^{q_1})$$
(4.44)

y el periodo de operación de carga a su vez está determinado por τ^{q_2} y τ^{q_1} ,

$$T^{op,C} = \tau^{q_2} + \tau^{q_1} \tag{4.45}$$

El subconjunto de estados del periodo de operación de carga, $\mathbb{T}^{op,C}$, se establece a partir de los subconjuntos de estado $\mathbb{T}_1^C \subset \mathbb{R}^3$ y $\mathbb{T}_2^C \subset \mathbb{R}^3$. Estos subconjuntos están incluidos dentro de los subconjuntos que definen las trayectorias de estado para el modo q_2 de funcionamiento, T_{q_2} (4.33), durante el tiempo de actuación del modo, $t \in (t_i, t_i + \tau^{q_2})$. Y para el modo q_1 , es el subconjunto T_{q_1} , (4.27), el que corresponde durante el periodo $t \in (t_i + \tau^{q_2}, t_f)$. Por lo que los subconjuntos \mathbb{T}_1^C y \mathbb{T}_2^C quedan definidos por;

$$\mathbb{T}_{1}^{C} = \left\{ (x_{1}(t), x_{2}(t), x_{3}(t)) \in \mathbb{R}^{3} : T_{q_{2}} , t \in (t_{i}, t_{i} + \tau^{q_{2}}) \right\}$$
(4.46)

$$\mathbb{T}_{2}^{C} = \left\{ (x_{1}(t), x_{2}(t), x_{3}(t)) \in \mathbb{R}^{3} : T_{q_{1}}, t \in]t_{i} + \tau^{q_{2}}, t_{f}) \right\}$$
(4.47)

quedando el subconjunto $\mathbb{T}^{op,C}$ definido, como;

$$\mathbb{T}^{op,C} = \left\{ (x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^3 : \mathbb{T}_1^C \bigcup \mathbb{T}_2^C \right\}$$

$$(4.48)$$

y finalmente $\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,C}$ que da de la siguiente manera,

$$\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,C} = \left\{ (x_1(t), x_2(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^3 : \bigcup_{i=1}^m \mathbb{T}_i^{op,C} \right\}$$
(4.49)

Siendo $\mathbb{T}\mathbb{I}^{op,C}$, para la operación de carga, la trayectoria del vector de estado en el periodo (t_0, t) ; la cual está compuesta por la unión de los *m* subconjuntos de estado sucesivos $\mathbb{T}_i^{op,C}$.

Capítulo 5

Control

5.1. Introducción

Como ya se ha indicado en el capítulo 3, para la elaboración de una técnica de control en los sistemas con modelos no lineales se puede optar por dos vías; la primera es utilizar métodos lineales de control mediante la linealización del modelo alrededor del punto de trabajo [74,77,78,94,95], y la segunda es la utilización de técnicas no lineales de control [94–98]. La variabilidad dinámica del sistema de almacenamiento resulta ser elevada debido a los requerimientos de la aplicación. Debido a este factor, las técnicas lineales de control convencionales son insuficientes para la correcta regulación del sistema.

Existen muchas técnicas de control no lineal, y dentro de ellas se puede exponer; el control por regímenes deslizantes [94,99–103], como un método utilizado ampliamente para el control de los convertidores de potencia. Básicamente en este método se determina una superficie de deslizamiento en la que el sistema evoluciona hasta alcanzar el estado de equilibrio, mediante el uso alternado de los estados discretos.

La estrategia de control propuesta, para el SAE, se fundamenta en la determinación de una curva de conmutación que divide el plano de estados x_1x_3 en dos conjuntos [80,81]. Con la particularidad de que en cada conjunto se aplica un modo de funcionamiento. Esta técnica de control se elabora mediante el análisis del comportamiento del sistema en el espacio de estado, capítulo 4. Con esta técnica se logra alcanzar el estado de referencia en tiempo mínimo. La técnica de control que se desarrolla es semejante al control por regímenes deslizantes, pero con una superficie de deslizamiento definida por una restricción algebraica compuesta por dos funciones escalares. La técnica de control propuesta se caracteriza por ser válida para el funcionamiento bidireccional de energía, la carga y la descarga.

En este capítulo en primer lugar, se define la referencia o el estado deseado que se pretende alcanzar. Seguidamente se expone la técnica de control, sin restricciones en las variables de estado. A continuación, se adapta el control para un conjunto de restricciones en las variables de estado. Y finalmente se elabora el control para las situaciones de funcionamiento en las que el sistema no actúa en regimen de trabajo normal.

5.2. Estado deseado y conjuntos de estados de trabajo

En esta sección se establece el marco de trabajo de las variables de estado del sistema de almacenamiento de energía. Éste está compuesto por el estado deseado y por el conjunto de estados posibles de trabajo para el sistema, dentro del plano de estado.

En este capítulo se hace uso casi exclusivamente del plano fase x_1x_3 , por lo que las referencias que se hagan al vector de estado serán referidas a su proyección en el plano x_1x_3 .

$$x = (x_1, x_3) = Proy_{x_1x_3}(x_1, x_2, x_3)$$
(5.1)

5.2.1. Estado deseado

El estado de referencia o deseado, $x_d(t) = (x_{d1}(t), x_{d3}(t)) \in \mathbb{R}^2$, en cada instante es determinado por; la tensión que se quiere fijar en el condensador de salida $(x_{d3} = v_{coref})$, la perturbación $I_o(t)$ y la tensión en el supercondensador $x_2(t)$.

El flujo de potencia eléctrica intercambiado con el sistema de almacenamiento es determinado por;

$$P_o = I_o(t)x_3(t) \tag{5.2}$$

si se considera que durante el funcionamiento normal del sistema se debe cumplir que la tensión del condensador de salida sea constante $x_3(t) = v_{coref}$, la expresión anterior queda,

$$P_o = I_o(t) v_{coref} \tag{5.3}$$

Para lograr mantener la tensión de salida constante $x_3(t) = v_{coref}$ el flujo de potencia P_o debe de ser igual al flujo de potencia intercambiado con el supercondensador P_i ;

$$P_i = P_o$$

$$x_1(t)x_2(t) = I_o(t)v_{coref}$$
(5.4)

Se puede determinar a partir de la expresión 5.4 la intensidad deseada en la bobina;

$$x_{d1} = \frac{I_o(t)}{x_2(t)} v_{coref} \tag{5.5}$$

Quedando entonces el estado deseado;

$$x_d(t) = (x_{d1}(t), x_{d3}(t)) = \left(\frac{I_o(t)}{x_2(t)}v_{coref}, v_{coref}\right)$$
(5.6)

Se observa que para una tensión v_{coref} fija, el estado deseado depende de la perturbación $I_o(t)$ y del nivel de carga del supercondensador $x_2(t)$.

En la figura 5.1 se observa gráficamente la relación de la expresión 5.5, en el plano x_1x_3 . El punto A^* está definido por la perturbación I_o y por el estado de carga del supercondensador x_2 . Mientras que el punto A está definido por la intensidad deseada en la bobina x_{d1} y la tensión deseada en el condensador de salida v_{coref} . Para el par de puntos B^* y B se observa otro estado de carga del supercondensador.



Figura 5.1: Relación entre las variables de estado y la perturbación.

En la expresión 5.4 no se han tenido en cuenta las posibles pérdidas debidas a las resistencias parásitas de los distintos elementos del sistema. Si se tienen en cuenta las pérdidas, la expresión queda de la siguiente manera:

$$P_i = P_o + P^r \quad \text{Descarga} P_o = P_i + P^r \quad \text{Carga}$$
(5.7)

Siendo las pérdidas,

$$P^{r} = x_{1}^{2}(t)R_{T} = x_{1}^{2}(t)(R_{ci} + R_{L} + R_{co})$$
(5.8)

Las expresiones obtenidas en 5.7 quedan de la siguiente manera habiendo introducido las pérdidas,

$$x_{1}(t)x_{2}(t) = I_{o}(t)x_{3}(t) + x_{1}^{2}(t)R_{T} \quad \text{Descarga}$$

$$I_{o}(t)x_{3}(t) = x_{1}(t)x_{2}(t) + x_{1}^{2}(t)R_{T} \quad \text{Carga}$$
(5.9)

de estas expresiones se obtienen los valores de la intensidad deseada en la bobina para la descarga y la carga;

$$x_{d1}(t) = \frac{x_2(t) + \sqrt{x_2^2(t) - 4R_T I_o(t)v_{coref}}}{2R_T} \quad \text{Descarga}$$

$$x_{d1}(t) = \frac{-x_2(t) - \sqrt{x_2^2(t) + 4R_T I_o(t)v_{coref}}}{2R_T} \quad \text{Carga}$$
(5.10)

5.2.2. Conjunto de estados de trabajo

No todo los estados del plano de estado x_1x_3 pertenecen al conjunto de estados, en los que el convertidor podrá trabajar de forma normal (conjunto de estados permitidos). En principio el conjunto de estados de trabajo del convertidor serán aquellos en los que se cumpla que la tensión del condensador de salida, x_3 , sea mayor que la tensión del supercondensador, x_2 ;

$$\Omega^* = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : x_3(t) > x_2(t) \}$$
(5.11)

Cumpliéndose que $\Omega^* \subset \mathbb{R}^2$.

5.3. Método de control

La técnica de control que se plantea en esta sección va a permitir obtener el estado deseado $x_d(t) \in \Omega^*$, en tiempo mínimo desde cualquier estado inicial $x(t_0) \in \Omega^*$.

El control propuesto en este capítulo se fundamenta en el análisis en el espacio de estado. Se determina una curva de conmutación, que divide el espacio de estado en diferentes conjuntos. En cada uno de estos conjuntos se utiliza un control específico.

5.3.1. Señales de control

Las señales de control establecidas para el SAE son los distintos modos de funcionamiento o estados discretos $Q = \{q_1, q_2\}$, definidos en el capítulo 3.

5.3.2. Curva de conmutación

La curva de conmutación $\Gamma \subset \Omega^*$, para un estado deseado, se define como el conjunto de estados, desde los que aplicando una sola señal de control o estado discreto $(q_i \in Q)$, durante un tiempo $\tau_i \in \mathbb{R}$, se puede forzar al sistema hacia el estado deseado $x_d \in \Omega^*$ [80].

En la figura 5.2 se puede ver la proyección de las trayectorias de ambos modos en el plano x_1x_3 , para distintas condiciones iniciales. En trazo continuo se pueden observar las trayectorias del modo q_2 , y en trazo discontinuo las del modo q_1 . Siendo $x_d = (x_{d1}, x_{d3})$ el estado deseado.



Figura 5.2: Proyecciones de las trayectorias en el plano x_1x_3 .

Si se consideran las trayectorias que pasan por el estado deseado $(x_{d1}(t), x_{d3}(t))$, una es obtenida a partir del modo q_1 y la otra es obtenida a partir del modo q_2 , figura 5.3.



Figura 5.3: Curva de conmutación.

El conjunto de estados que define la curva de conmutación es la formada por la unión de los subconjuntos de estados de los dos modos de funcionamiento, para el estado deseado $(x_{d1}(t), x_{d3}(t))$.

Para el modo q_1 , quedaría;

$$\gamma_{q_1} = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : x_3(t) = x_{d3}(t) - \frac{I_o(t)L}{x_2(t)C_o} (x_1(t) - x_{d1}(t)), \ x_1(t) < x_{d1}(t) \}$$
(5.12)

siendo $\gamma_{q_1} \subset \Omega^*$ el conjunto de estados que fuerza al sistema al estado deseado, actuando con el modo q_1 . Cumpliéndose también que $\gamma_{q_1} \subset Proy_{x_1x_3}(T_I)$, para la trayectoria de estados que pasa por $x_d(t)$. Para el modo q_2 , se ha de establecer que la perturbación sea constante,

$$I_o(t_0) = I_o(t) (5.13)$$

y la tensión en el supercondensador también se mantenga constante,

$$x_2(t_0) = x_2(t) \tag{5.14}$$

También se debe de determinar el conjunto de estados de la trayectoria, haciendo uso de la constante $K_{q_2}^{(d)}$ (definida en la sección 4.2.3), que se obtiene a partir del estado deseado, $x_d(t)$.

$$K_{q_2}^{(d)} = L(x_{d1}(t) - Io(t))^2 + C_o(x_{d3}(t) - x_2(t))^2$$
(5.15)

con lo que el subconjunto γ_{q_2} , queda;

$$\gamma_{q_2} = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : L(x_1(t) - Io(t))^2 + C_o(x_3(t) - x_2(t))^2 = K_{q_2}^{(d)}, \ x_1(t) > x_{d1}(t) \}$$
(5.16)

siendo $\gamma_{q_2} \subset \Omega^*$ el conjunto de estados que fuerza al sistema al estado deseado, actuando con el modo q_2 .

La unión de los conjuntos anteriores, γ_{q_1} y γ_{q_2} , forma lo que se ha definido como la curva de conmutación para una perturbación constante I_o , figura 5.4;



Figura 5.4: Curva de conmutación.

5.3.3. Partición del plano de estados

La curva de conmutación, determinada en la sección anterior, divide el conjunto de estados $\Omega^* \subset \mathbb{R}^2$ en dos conjuntos de estados.

Sean $\Psi_{q_1} \subset \Omega^*$ y $\Psi_{q_2} \subset \Omega^*$ (para I_o constante) los dos conjuntos de estados, que se obtienen de la partición del plano de trabajo con la curva de conmutación $\Gamma \subset \Omega^*$, figura 5.5. Estos dos conjuntos cumplen las siguientes relaciones;

$$\Omega^* = ((\Psi_{q_1} \bigcup \Psi_{q_2}) \bigcup \Gamma) \bigcup x_d(t)$$

$$\phi = ((\Psi_{q_1} \bigcap \Psi_{q_2}) \bigcap \Gamma) \bigcap x_d(t)$$
(5.18)

Siendo Ψ_{q_1} definido como la unión de otros dos conjuntos de estado, $\psi_{q_1}^{q_1} \subset \Omega^*$ y $\psi_{q_2}^{q_1} \subset \Omega^*$;

$$\psi_{q_1}^{q_1} = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : x_3(t) < x_{d3}(t) - \frac{I_o(t)L}{x_2(t)C_o} (x_1(t) - x_{d1}(t)), \ x_1(t) < x_{d1}(t) \}$$

$$\psi_{q_2}^{q_1} = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : L(x_1(t) - Io(t))^2 + C_o(x_3(t) - x_2(t))^2 < K_{q_2}^{(d)}, \ x_1(t) \ge x_{d1}(t) \}$$

(5.19)

quedando,

$$\Psi_{q_1} = \psi_{q_1}^{q_1} \bigcup \psi_{q_2}^{q_1} \tag{5.20}$$

El conjunto Ψ_{q_2} se define como la unión de dos conjuntos de estado, $\psi_{q_1}^{q_2} \subset \mathbb{R}^2$ y $\psi_{q_2}^{q_2} \subset \mathbb{R}^2$;

$$\psi_{q_1}^{q_2} = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : x_3(t) > x_{d3}(t) - \frac{I_o(t)L}{x_2(t)C_o} (x_1(t) - x_{d1}(t)), \ x_1(t) < x_{d1}(t) \}$$

$$\psi_{q_2}^{q_2} = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : L(x_1(t) - Io(t))^2 + C_o(x_3(t) - x_2(t))^2 > K_{q_2}^{(d)}, \ x_1(t) \ge x_{d1}(t) \}$$
(5.21)

quedando,

$$\Psi_{q_2} = \psi_{q_1}^{q_2} \bigcup \psi_{q_2}^{q_2} \tag{5.22}$$



Figura 5.5: Curva de conmutación.

5.3.4. Secuencias de señales de control

Las señales de control y el tiempo que serán aplicadas, será definido por el estado del sistema. Hasta el momento se han definido cuatro conjuntos de estados; Γ , Ψ_{q_1} , Ψ_{q_2} y $x_d(t)$.

Las técnicas o reglas de control a utilizar son, en relación al conjunto al que pertenezca el estado del sistema;

1. Conjunto Γ : para los estados de este conjunto sólo es necesario aplicar un estado discreto o modo de funcionamiento para conseguir el estado deseado, durante un periodo de tiempo τ_1 . El modo q_1 para los estados que pertenezcan a γ_{q_1} y el modo q_2 para los que pertenezcan a γ_{q_2} , figura 5.6.

$$x(t_0) \in \begin{cases} \gamma_{q_1} \to \{\tau_1^{q_1}\} \\ \gamma_{q_2} \to \{\tau_1^{q_2}\} \end{cases}$$
(5.23)

Siendo τ_1 el periodo de tiempo para que el sistema pase del estado inicial $x(t_0)$ al estado deseado $x_d(t_1)$, para cualquiera de los dos modos de funcionamiento.

$$x(t_0) \to x_d(t_1) \Rightarrow \begin{cases} \gamma_{q_1} \to x_d(t_1) = \Phi_1(\tau_1)x(t_0) + P_{I_1}(\tau_1)I_o(t_0) \\ \gamma_{q_2} \to x_d(t_1) = \Phi_2(\tau_1)\left(x(t_0) + P_{I_2}(\tau_1)I_o(t_0)\right) \end{cases}$$
(5.24)



Figura 5.6: Secuencias de control. Conjunto Γ .

2. Conjunto Ψ_{q_1} : para los estados de este conjunto se aplicará en primer lugar el modo q_1 de funcionamiento hasta alcanzar la curva de conmutación Γ , durante un tiempo τ_1 , y luego se aplicará el modo q_2 de funcionamiento hasta alcanzar el estado deseado, durante un tiempo τ_2 , figura 5.7.

$$x(t_0) \in \Psi_{q_1} \to \{\tau_1^{q_1}, \tau_2^{q_2}\}$$
(5.25)

Siendo τ_1 el periodo de tiempo para que el sistema pase del estado inicial $x(t_0)$ al estado

 $x_c(t_1)$, estado que pertenece a la curva de conmutación ($\gamma_{q_2} \subset \Gamma$) y a la trayectoria de estados seguida por el sistema desde el estado $x(t_0)$ en el modo q_1 de funcionamiento hasta alcanzar la curva de conmutación,

$$x_c(t_1) = Proy_{x_1x_3}(T_{q_1}) \bigcap \gamma_{q_2}$$

y τ_2 el tiempo que actuación del modo q_2 para obtener el estado deseado $x_d(t_2)$, desde $x_c(t_1)$.

$$x(t_0) \to x_d(t_2) \Rightarrow \begin{cases} x_c(t_1) = \Phi_1(\tau_1)x(t_0) + P_{I_1}(\tau_1)I_o(t_0) \\ x_d(t_2) = \Phi_2(\tau_2)(x_c(t_1) + P_{I_2}(\tau_2)I_o(t_0)) \end{cases}$$
(5.26)

3. Conjunto Ψ_{q_2} : para los estados de este conjunto se aplicará en primer lugar el modo q_2 de funcionamiento hasta alcanzar a la curva de conmutación Γ , durante un tiempo τ_1 , y luego se aplicará el modo I de funcionamiento hasta alcanzar el estado deseado, durante un tiempo τ_2 , figura 5.7.

$$x(t_0) \in \Psi_{q_2} \to \{\tau_1^{q_2}, \tau_2^{q_1}\}$$
(5.27)

Siendo τ_1 el periodo de tiempo para que el sistema pase del estado inicial $x(t_0)$ al estado $x_c(t_1)$, estado que pertenece a la curva de conmutación ($\gamma_{q_1} \subset \Gamma$) y a la trayectoria de estados seguida por el sistema desde el estado $x(t_0)$ en el modo q_2 de funcionamiento hasta alcanzar la curva de conmutación,

$$x_c(t_1) = Proy_{x_1x_3}(T_{q_2}) \bigcap \gamma_{q_1}$$

y τ_2 el tiempo que actuación del modo q_1 para obtener el estado deseado $x_d(t_2)$, desde $x_c(t_1)$.

$$x(t_0) \to x_d(t_2) \Rightarrow \begin{cases} x_c(t_1) = \Phi_2(\tau_1)(x(t_0) + P_{I_2}(\tau_1)I_o(t_0)) \\ x_d(t_2) = \Phi_1(\tau_2)x_c(t_1) + P_{I_1}(\tau_2)I_o(t_0) \end{cases}$$
(5.28)

5.3.5. Función de secuencias de control

A partir de las técnicas o reglas de control establecidas se define una función de secuencias de control a trozos, donde el dominio está formado por los distintos conjuntos de estado (Γ , Ψ_{q_1} , Ψ_{q_2} y $x_d(t)$). Y el recorrido es el conjunto de las distintas secuencias de control.



Figura 5.7: Secuencias de control. Conjuntos Ψ_{q_1} y Ψ_{q_2} .

$$Dominio = x_d(t) \bigcup \Gamma \bigcup \Psi_{q_1} \bigcup \Psi_{q_2}$$

$$Recorrido = Q^* = \{\{q_1\}, \{q_2\}, \{q_1, q_2\}, \{q_2, q_1\}\}$$
(5.29)

quedando la función definida como;

$$\mathbb{Q}(x(t)) = \begin{cases}
\{q_1\} & \text{para } x(t) \in \gamma_{q_1} \\
\{q_2\} & \text{para } x(t) \in \gamma_{q_2} \\
\{q_1, q_2\} & \text{para } x(t) \in \Psi_{q_1} \\
\{q_2, q_1\} & \text{para } x(t) \in \Psi_{q_2}
\end{cases} (5.30)$$

Obteniéndose a partir de la función $\mathbb{Q} \subset Q^*$ la secuencia de modos de funcionamiento que se tienen que aplicar para alcanzar el estado deseado, en función del estado x(t).

5.4. Proceso de carga-descarga del supercondensador

Las operaciones de carga y descarga del supercondensador fueron establecidas en la sección 3.6. Para estas operaciones se planteaba la utilización alternada de los dos modos de funcionamiento (q_1, q_2) , durante periodos de tiempo determinados (τ_i) .

Los periodos de tiempo τ_i han sido definidos en este capítulo. El periodo τ_1 , como el tiempo necesario para alcanzar la curva de conmutación. Y el periodo τ_2 , como el tiempo para alcanzar el estado desde el estado x_c .

El proceso que se produce en la carga-descarga del supercondensador debe permitir que la tensión del condensador de salida se mantenga lo más constante posible. Esto se consigue variando la misma cantidad de energía del condensador de salida durante la utilización de ambos modos de funcionamientos, dado que la energía almacenada en el condensador es directamente proporcional al cuadrado de la tensión del mismo.

$$\Delta E_{co}^{(q_1)} = \Delta E_{co}^{(q_2)} \tag{5.31}$$

La potencia de intercambio con el sistema quedará en función del valor de la perturbación I_o , siempre que la tensión del condensador de salida se mantenga constante, v_{coref} .



Figura 5.8: Proceso de carga-descarga.

La figura 5.8 muestra las proyecciones en el plano x_1x_3 de las trayectorias seguidas en el espacio de estado por el sistema en las operaciones de carga (derecha) y descarga (izquierda) con perturbación constante y con tensión de referencia v_{coref} . Se considera que las perturbaciones son constantes. Las operaciones se realizan a potencia constante.

$$P_i = P_o = v_{coref} I_o \tag{5.33}$$

A medida que el supercondensador modifique su estado de carga de energía, la intensidad deseada en la bobina se modificará tal y como se observa en la figura 5.8; tanto para la carga, como para la descarga.

$$x_{d1}(t_j) = \frac{v_{coref}}{x_2(t_j)} I_o$$
(5.34)

Como se observa en el detalle ampliado de la izquierda de la figura 5.8 mediante la utilización de la técnica de control establecida $(\tau_1^{q_2}, \tau_2^{q_1}, \tau_1^{q_2}, \tau_2^{q_1}, \ldots)$ el estado del sistema alcanza sucesivamente el estado deseado que varía en función del estado de carga del supercondensador, consiguiendo de esta manera la carga del mismo, manteniendo la tensión del condensador de salida constante.

En el detalle ampliado de la derecha de la figura 5.8 mediante la utilización de la técnica de control establecida $(\tau_1^{q_1}, \tau_2^{q_2}, \tau_1^{q_1}, \tau_2^{q_2}, \ldots)$ se consigue la descarga del supercondensador, manteniendo la tensión del condensador de salida constante.

Tal y como se observa en la figura 5.8 existe una relación entre el estado de carga del supercondensador x_2 y la intensidad en la bobina x_1 . A cada nivel de carga del supercondensador $x_2(t_j)$ le corresponde una intensidad en la bobina $x_1(t_j)$.

5.5. Control discreto

5.5.1. Introducción

La técnica de control se debe adaptar a un modelo discretizado del sistema para su utilización en un sistema digital de control.

Se establece un periodo de muestreo T, en el que la perturbación se considera constante, $I_o(kT) = I_o((k+1)T)$, por lo que el estado deseado permanece también constante, $x_d(kT) = x_d((k+1)T)$.

Se considera que durante el periodo T, la curva de conmutación se mantiene constante.

$$\Gamma(x_d(kT)) = \Gamma(x_d((k+1)T)) \tag{5.35}$$

Manteniéndose constante los demás subconjuntos definidos a partir de la curva de conmutación $\Gamma(x_d(kT))$.

Además en cada instante de muestreo kT, se actualizará la función de señales de control en relación a las nuevas condiciones del estado del sistema.

5.5.2. Secuencias de control

En cada instante de muestreo kT, se debe determinar la secuencia de control que se va a aplicar durante el siguiente periodo de discretización T.

Si $\tau_1 \ge T$ se utiliza un solo modo, si $\tau_1 < T$ se utiliza ambos modos de funcionamiento.

$$\mathbb{Q}_D(x(kT)) = \begin{cases} \{q_i\} & \text{para } \tau_1 \ge T \\ \\ \{q_i, q_j\} & \text{para } \tau_1 < T \end{cases}$$
(5.36)

La función $\mathbb{Q}_D(x(kT)) \subset \mathbb{Q}^*$ es la función equivalente a $\mathbb{Q}(x(t))$, pero para el control discreto.

$$d = \begin{cases} 1 & \text{para} \quad \tau_1 \ge T \\ \frac{\tau_1}{T} & \text{para} \quad \tau_1 < T \end{cases}$$
(5.37)

Para valores de τ_1 menores que T, durante el periodo T actúa de forma consecutiva ambos modos. Durante una primera fracción del periodo, $\frac{\tau_1}{T}$, uno de los modos y el resto del periodo actúa el otro modo, $(1 - \frac{\tau_1}{T})T$. En el caso de que $\tau_1 + \tau_2 < T$, se aplica lo establecido para $\tau_1 < T$.

Utilizando la variable d, el primer modo se aplicará durante un tiempo dT y el otro modo durante (1 - d)T.

A partir de lo expuesto hasta el momento se define la siguiente función;

$$\mathbb{F}_Q(t) = \begin{cases} q_i, \quad para \quad kT \le t < (k+d)T\\ q_j, \quad para \quad (k+d)T \le t \le (k+1)T \end{cases}$$
(5.38)

Siendo $\mathbb{F}_Q(t)$ una función continua, en el tiempo, que definirá a lo largo del periodo T el modo de funcionamiento a utilizar.

5.5.3. Función de secuencias para el control discreto

En el control continuo se establecen los periodos de tiempo τ_1 y τ_2 , que se ajustan exactamente a las necesidades. En el control discreto se utiliza un periodo fijo de discretización T.

Debido a que el estado deseado no es un estado de equilibrio, el sistema debe de estar permanentemente utilizando sus dos modos de funcionamiento para entrar en un ciclo límite que contenga el estado deseado.

Aunque sea alcanzado el estado buscado, se debe de seguir actuando, para que el sistema siga el ciclo límite. Para esto se debe de obtener las secuencias de control adecuadas.

La técnica de control discreto debe de permitir seguir las trayectorias definidas, para alcanzar los estados x_c y x_d en cada instante de muestreo, kT.

Para determinar la secuencia de control se debe establecer a que zona del plano de estado pertenece el estado del sistema, y con ello el tiempo necesario para alcanzar el estado x_c o el estado x_d .

Se puede establecer dos conjuntos de estados $\Lambda_{T < \tau_1}$ y $\Lambda_{T > \tau_1}$. Uno para los estados desde los que se tarda más de un periodo T, en alcanzar la curva de conmutación Γ o el estado deseado x_d , y otro en el que se tarda menos de un periodo T.

• Conjunto $\Lambda_{T < \tau_1}$: para seguir la trayectoria establecida por el control continuo se aplica el modo correspondiente durante un periodo T.

$$x(kT) \xrightarrow{\Phi_i(T)} x((k+1)T)$$
(5.39)

Se actúa de esta manera porque en un periodo de tiempo Tno se alcanza el estado x_d ó $x_c.$

Este conjunto de estados se divide en dos conjuntos, en función del modo de funcionamiento.

El primero para el modo de funcionamiento q_1 ;

$$x(kT) \in \gamma_{q_1} \bigcup \Psi_{q_1} \longrightarrow q_1 \tag{5.40}$$

Definiéndose el conjunto de estados λ_1^1 , que pertenecen a la unión $\gamma_{q_1} \bigcup \Psi_{q_1}$ desde los que se necesita más de un periodo de tiempo T en alcanzar el estado x_c o el x_d , utilizando el modo q_1 .

$$\lambda_1^1 = \{\gamma_{q_1} \bigcup \Psi_{q_1} : \tau_1 > T\}$$
(5.41)

El segundo para el modo de funcionamiento q_2 ;

$$x(kT) \in \gamma_{q_2} \bigcup \Psi_{q_2} \longrightarrow q_2 \tag{5.42}$$

Definiéndose el conjunto de estados λ_1^2 , que pertenecen a la unión $\gamma_{q_2} \bigcup \Psi_{q_2}$ desde los que se necesita más de un periodo de tiempo T en alcanzar el estado x_c o el x_d , utilizando el modo q_2 .

$$\lambda_1^2 = \{\gamma_{q_2} \bigcup \Psi_{q_2} : \tau_1 > T\}$$
(5.43)

- Conjunto $\Lambda_{T>\tau_1}$: para este conjunto hay que diferenciar entre los estados que pertenecen a la curva de conmutación y los que no pertenecen a la curva.
 - $x(kT) \notin \Gamma$, en esta situación se aplica primero uno de los modos de funcionamiento durante un periodo dT, que coincide con τ_1 (con respecto al estado x(kT)), hasta alcanzar el estado $x_c((k+d)T)$. Luego se aplica el otro modo de funcionamiento durante el resto del periodo (1-d)T.

$$x(kT) \xrightarrow{\Phi_i(dT)} x_c((k+d)T) \xrightarrow{\Phi_j((1-d)T)} x((k+1)T)$$
(5.44)

Secuencia	Io	γ_i
1	+	γ_{q_1}
2	+	γ_{q_2}
3	-	γ_{q_1}
4	-	γ_{q_2}

Tabla 5.1: Secuencias en función de la perturbación y el estado.

Este conjunto de estados se divide en dos conjuntos, parte del conjunto Ψ_{q_1} y parte del Ψ_{q_2} .

Para el conjunto Ψ_{q_1} ;

$$x(kT) \in \Psi_{q_1} \longrightarrow \{q_1, q_2\} \tag{5.45}$$

Definiéndose el conjunto de estados λ_1^3 , que pertenecen a Ψ_{q_1} desde los que se necesita menos de un periodo de tiempo T para alcanzar el estado x_c .

$$\lambda_1^3 = \{\Psi_{q_1} : \tau_1 < T\} \tag{5.46}$$

Para el conjunto Ψ_{q_2} ;

$$x(kT) \in \Psi_{q_2} \longrightarrow \{q_2, q_1\} \tag{5.47}$$

Definiéndose el conjunto de estados λ_1^4 , que pertenecen a Ψ_{q_2} desde los que se necesita menos de un periodo de tiempo T para alcanzar el estado x_c .

$$\lambda_1^4 = \{\Psi_{q_2} : \tau_1 < T\} \tag{5.48}$$

• $x(kT) \in \Gamma$, en esta situación se aplica primero uno de los modos de funcionamiento durante un periodo dT, que coincide con τ_1 (con respecto al estado x(kT)), hasta alcanzar el estado $x_d((k+d)T)$.

Una vez alcanzado el estado deseado hay que determinar que modo de funcionamiento se debe de utilizar durante el resto del periodo (1-d)T, para favorecer que el sistema siga en el ciclo límite.

La secuencia en esta caso depende del valor de la perturbación $I_o(kT)$ y de a que conjunto pertenece x(kT), γ_{q_1} ó γ_{q_2} . Debido a esto se pueden dar cuatro casos, tabla 5.1:

 $\circ~$ Secuencia 1: en esta situación se aplica primero el modo q_1 de funcionamiento

durante un periodo dT, que coincide con τ_1 (con respecto al estado x(kT)), hasta alcanzar el estado $x_d((k+d)T)$. Luego se aplica el modo q_1 de funcionamiento durante el resto del periodo (1-d)T.

$$x(kT) \xrightarrow{\Phi_1(dT)} x_d((k+d)T) \xrightarrow{\Phi_1((1-d)T)} x((k+1)T)$$
(5.49)

Por lo que para;

$$x(kT) \in \gamma_{q_1} \longrightarrow \{q_1\} \tag{5.50}$$

Definiéndose el conjunto de estados λ_2^1 , que pertenecen a γ_{q_1} desde los que se necesita menos de un periodo de tiempo T para alcanzar el estado x_d .

$$\lambda_2^1 = \{\gamma_{q_1} : \tau_1 < T, I_o > 0\}$$
(5.51)

• Secuencia 2: en esta situación se aplica primero el modo q_2 de funcionamiento durante un periodo dT, que coincide con τ_1 (con respecto al estado x(kT)), hasta alcanzar el estado $x_d((k+d)T)$. Luego se aplica el modo q_1 de funcionamiento durante el resto del periodo (1-d)T.

$$x(kT) \xrightarrow{\Phi_2(dT)} x_d((k+d)T) \xrightarrow{\Phi_1((1-d)T)} x((k+1)T)$$
(5.52)

Por lo que para;

$$x(kT) \in \gamma_{q_2} \longrightarrow \{q_2, q_1\} \tag{5.53}$$

Definiéndose el conjunto de estados λ_2^4 , que pertenecen a γ_{q_2} desde los que se necesita menos de un periodo de tiempo T para alcanzar el estado x_d .

$$\lambda_2^4 = \{\gamma_{q_2} : \tau_1 < T, I_o > 0\}$$
(5.54)

• Secuencia 3: en esta situación se aplica primero el modo q_1 de funcionamiento durante un periodo dT, que coincide con τ_1 (con respecto al estado x(kT)), hasta alcanzar el estado $x_d((k+d)T)$. Luego se aplica el modo q_2 de funcionamiento durante el resto del periodo (1-d)T.

$$x(kT) \xrightarrow{\Phi_1(dT)} x_d((k+d)T) \xrightarrow{\Phi_2((1-d)T)} x((k+1)T)$$
(5.55)

Por lo que para;

$$x(kT) \in \gamma_{q_1} \longrightarrow \{q_1, q_2\} \tag{5.56}$$

Definiéndose el conjunto de estados λ_2^3 , que pertenecen a γ_{q_1} desde los que se necesita menos de un periodo de tiempo T para alcanzar el estado x_d .

$$\lambda_2^3 = \{\gamma_{q_1} : \tau_1 < T, I_o < 0\}$$
(5.57)

• Secuencia 4: en esta situación se aplica primero el modo q_2 de funcionamiento durante un periodo dT, que coincide con τ_1 (con respecto al estado x(kT)), hasta alcanzar el estado $x_d((k+d)T)$. Luego se aplica el modo q_2 de funcionamiento durante el resto del periodo (1-d)T.

$$x(kT) \xrightarrow{\Phi_2(dT)} x_d((k+d)T) \xrightarrow{\Phi_2((1-d)T)} x((k+1)T)$$
(5.58)

Por lo que para;

$$x(kT) \in \gamma_{q_2} \longrightarrow \{q_2\} \tag{5.59}$$

Definiéndose el conjunto de estados λ_2^2 , que pertenecen a γ_{q_2} desde los que se necesita menos de un periodo de tiempo T para alcanzar el estado x_d .

$$\lambda_2^2 = \{\gamma_{q_1} : \tau_1 < T, I_o < 0\}$$
(5.60)

Se deben obtener los conjuntos de estado para todas las condiciones establecidas anteriormente; para los estados desde los que se deben de aplicar las mismas secuencias de control. Estos conjuntos de estados son representados por Λ_p , siendo p = 1, 2, ...

Se definen los conjuntos de estados $\Lambda_1 \subset \Omega^*$ y $\Lambda_2 \subset \Omega^*$, para las secuencias de control $\{q_1\}$ y $\{q_2\}$;

$$\Lambda_1(x(kT)) = \lambda_1^1 \bigcup \lambda_2^1 \tag{5.61}$$

$$\Lambda_2(x(kT)) = \lambda_1^2 \bigcup \lambda_2^2 \tag{5.62}$$

Se definen los conjuntos de estados Λ_3 y Λ_4 , para las secuencias de control $\{q_1, q_2\}$ y $\{q_2, q_1\}$;

$$\Lambda_3(x(kT)) = \lambda_1^3 \bigcup \lambda_2^3 \tag{5.63}$$

$$\Lambda_4(x(kT)) = \lambda_1^4 \left[\begin{array}{c} \lambda_2^4 \end{array} \right]$$
(5.64)

Con lo que se redefine la función $\mathbb{Q}(x(t))$, para trabajar en el campo discreto;

$$\mathbb{Q}_D(x(kT)) = \begin{cases}
\{q_1\} & \text{para } x(kT) \in \Lambda_1(x(kT)) \\
\{q_2\} & \text{para } x(kT) \in \Lambda_2(x(kT)) \\
\{q_1, q_2\} & \text{para } x(kT) \in \Lambda_3(x(kT)) \\
\{q_2, q_1\} & \text{para } x(kT) \in \Lambda_4(x(kT))
\end{cases}$$
(5.65)

5.6. Determinación de la variable de control d

Para el cálculo de la variable de control d se ha de comparar el estado x((k+1)T) con los estados $x_d(t_1)$ (cuando $x(kT) \in \Gamma$) o $x_c(t_1)$ (cuando $x(kT) \notin \Gamma$).

El estado x((k+1)T) se determina aplicando el modo de funcionamiento que corresponde al conjunto de estados al que pertenece el estado actual x(kT).

$$x((k+1)T) = f(\Phi_i(T), x(kT), I_o(kT))$$
(5.66)

Se utiliza la denominación $x(t_1)$ de forma genérica para los estados $x_d(t_1)$ y $x_c(t_1)$, dado que el método de cálculo es idéntico en ambos casos.

5.6.1. Introducción

La variación del estado ante una transformación de tiempo T, presenta un comportamiento lineal cuando T es lo suficientemente pequeño.

Debido a este comportamiento lineal, existe una proporcionalidad entre el tiempo transcurrido, T, y la distancia entre los estados x(kT) y x((k+1)T), δ_{x,τ_1} .

$$\delta_{x,T} \propto T \tag{5.67}$$

La proporcionalidad existe para intervalos de tiempo inferiores a T ($\tau_1 < T$). No pudiéndose asegurar para valores de τ_1 superiores a T ($\tau_1 > T$).

En cambio, se puede establecer que para intervalos de tiempo τ_1 superiores a T, la distacia δ_{x,τ_1} es superior a la distancia $\delta_{x,T}$.

5.6.2. Distancia entre estados

Para determinar la expresión de la variable d se hace uso del cálculo de las distancias del estado x(kT) hasta los estados $x((k+1)T) \ge x(t_1)$.

Siendo la distancia entre los estados x(kT) y $x(t_1)$ el módulo del vector diferencia entre los dos estados;

$$\delta_{x,\tau_1} = ||x(t_1) - x(kT)|| \tag{5.68}$$

Se debe determinar el estado alcanzado por el sistema en un periodo de discretización T, aplicando el modo de funcionamiento correspondiente,

$$x((k+1)T) = f(\Phi_i(T), x(kT), I_o(kT))$$
(5.69)

Siendo la distancia entre los dos estados;

$$\delta_{x,T} = ||x((k+1)T) - x(kT)|| \tag{5.70}$$

5.6.3. La variable de control d

Mediante la comparación de las distancias $\delta_{x,T}$ y δ_{x,τ_1} , se pueden dar dos situaciones;

1. El periodo tiempo T no es suficiente para alcanzar el estado $x(t_1)$, lo que implica que el periodo de discretización T es menor que τ_1 . Por lo que la distancia alcanzada en un tiempo T es inferior a la obtenida en un tiempo τ_1 ,

$$\delta_{x,T} < \delta_{x,\tau_1} \tag{5.71}$$

Con estas condiciones se da la siguiente relación de distancias,

$$\frac{\delta_{x,\tau_1}}{\delta_{x,T}} > 1 \tag{5.72}$$

En esta situación durante todo el periodo T se ha de aplicar el modo de funcionamiento correspondiente al estado actual. Por lo que se define una d;

$$d = 1 \tag{5.73}$$

2. El estado obtenido tras la aplicación del periodo T supera el estado $x(t_1)$, lo que supone que el periodo de tiempo τ_1 es menor que el periodo T. Por lo que la distancia alcanzada en un tiempo T es superior o igual a la obtenida en un tiempo τ_1 ,

$$\delta_{x,T} \ge \delta_{x,\tau_1} \tag{5.74}$$

Con estas condiciones la relación de distancias queda,

$$\frac{\delta_{x,\tau_1}}{\delta_{x,T}} \le 1 \tag{5.75}$$

Se ha de aplicar uno de los modos durante una fracción de tiempo dT, obteniéndose el valor de la variable de control d, a partir de;

$$d = \frac{\delta_{x,\tau_1}}{\delta_{x,T}} \tag{5.76}$$

esta igualdad se obtiene debido a la proporcionalidad existente entre los intervalos de tiempo y las distancias, para intervalos de tiempos inferiores o iguales a T.

Definiéndose de nuevo la variable de control d obtenida en (5.37), de la siguiente manera;

$$d = \begin{cases} 1 & para \quad \delta_{x,\tau_1} \ge \delta_{x,T} \\ \\ \frac{\delta_{x,\tau_1}}{\delta_{x,T}} & para \quad \delta_{x,\tau_1} < \delta_{x,T} \end{cases}$$
(5.77)

5.7. Algoritmo de control

En esta sección se presenta el algoritmo de control simplificado para la determinación de la variable de control d(kT), en cada instante de conmutación, kT. Este algoritmo determinará las acciones de control para cada periodo T.

También se muestra la adaptación del algoritmo para la implementación en tiempo real.

5.7.1. Proceso de control básico

En este proceso de cálculo no se tienen en cuenta las limitaciones en la velocidad de cómputo del sistema de control.

- 1. Se obtiene el valor de las variables de estado x(kT), y de la perturbación $I_o(kT)$.
- 2. Se determina el estado de referencia o deseado $x_d(kT) = f(x(kT), I_o(kT))$, subsección 5.2.1.
- 3. Se fija la curva de conmutación $\Gamma(x_d(kT))$, subsección 5.3.2.
- 4. Se establece las señales de control mediante la función $\mathbb{Q}_D(x(kT))$ (5.65), subsección 5.5.3.
- 5. Se calcula la variable de control d(kT), según lo establecido en la sección 5.6.

5.7.2. Proceso de control para tiempo real

La captura de datos de las variables del sistema y la realización de los cálculos para la determinación de las señales de control, requieren una fracción de tiempo (βT) del periodo de discretización T. Por lo que se realizará una estimación del estado del sistema para el instante kT de conmutación, $\hat{x}(kT)$ (5.78), a partir del valor de las mismas en el instante $(k - \beta)T$. Se utilizan los modelos matemáticos linealizados de los dos modos de funcionamiento, $\hat{\Phi}_{q_1}(\beta_1 T)$ y $\hat{\Phi}_{q_2}(\beta_2 T)$. Siendo $\beta_1 T$ y $\beta_2 T$ los tiempos de aplicación de los modos de funcionamiento durante el periodo de tiempo βT , por lo que $\beta = \beta_1 + \beta_2$.

$$\hat{x}(kT) = f(\hat{\Phi}_{q_1}(\beta_1 T), \hat{\Phi}_{q_2}(\beta_2 T), x((k-\beta)T))$$
(5.78)

Por lo que el proceso de cálculo queda de la siguiente forma;

- 1. Se obtiene el valor de las variables de estado y de la perturbación en el instante $(k-\beta)T$.
- 2. Se estima el estado para el instante kT, $\hat{x}(kT)$.
- 3. Se determina el estado de referencia o deseado $x_d(kT) = f(\hat{x}(kT), \hat{I}_o(kT))$, subsección 5.2.1.
- 4. Se fija la curva de conmutación $\Gamma(x_d(kT))$, subsección 5.3.2.
- 5. Se establece las señales de control mediante la función $\mathbb{Q}_D(\hat{x}(kT))$ (5.65), subsección 5.5.3.
- 6. Se calcula la variable de control d(kT), según lo establecido en la sección 5.6.

5.8. Método de control con restricciones

En la sección 5.3 se ha establecido el método de control óptimo para el sistema, pero sin establecer restricciones en las variables de estado. Sin embargo se deben de establecer una serie de restricciones en las mismas, que harán que el estado deseado no siempre pueda ser alcanzado en el mismo tiempo.

5.8.1. Los conjuntos frontera

La tensión del supercondensador x_2 no puede superar el valor máximo de trabajo debido a las limitaciones físicas, $v_{ci_{max}}$. En lo que se refiere al valor mínimo o nivel inferior de descarga, $v_{ci_{min}}$, hay que tener en cuenta la cantidad de energía con la que el sistema va a operar. Si se establece la tensión mínima v_{cmin} en relación a v_{cimax} ,

$$v_{cimin} = \varsigma v_{cimax}$$

$$\varsigma \in (0, 1)$$
(5.79)

con lo que la cantidad de energía con la que opera el sistema es la siguiente;

$$\Delta E = \frac{1}{2}C_i(v_{ci}^2_{max} - v_{ci}^2_{min}) = \frac{1}{2}C_i v_{ci}^2_{max}(1 - \varsigma^2)$$
(5.80)

Para la intensidad en la bobina, x_1 , se establecen un conjunto de restricciones en lo que se refiere a la intensidad máxima que se permite en el sistema, debido a limitaciones físicas, $\{i_{L_{min}}, i_{L_{max}}\}.$

La tensión del condensador de salida también estará limitada con un valor mínimo y otro máximo, $\{v_{co_{min}}, v_{co_{max}}\}$, estableciéndose de esta manera un rizado máximo de la misma.

Se consideran los siguientes conjuntos que definen las fronteras de trabajo del sistema;

• Sea $R_{v_{ci}} \subset \mathbb{R}$ el conjunto que define el intervalo de funcionamiento de la tensión del supercondensador, representado como;

$$R_{v_{ci}} = \{ x_2 \in \mathbb{R} : v_{cimin} > x_2, v_{cimax} < x_2 \}$$
(5.81)

• Sea $R_{i_L}^{min} \subset \mathbb{R}^2$ el conjunto de estados que define la frontera de trabajo para la intensidad i_{Lmin} , representado como;

$$R_{i_L}^{min} = \{ (i_{Lmin}, x_3) \in \mathbb{R}^2 : v_{comin} < x_3 < v_{comax} \}$$
(5.82)

• Sea $R_{i_L}^{max} \subset \mathbb{R}^2$ el conjunto de estados que define la frontera de trabajo para la intensidad i_{Lmax} , representado como;

$$R_{i_L}^{max} = \{ (i_{Lmax}, x_3) \in \mathbb{R}^2 : v_{comin} < x_3 < v_{comax} \}$$
(5.83)

• Sea $R_{v_{co}}^{min} \subset \mathbb{R}^2$ el conjunto de estados que define la frontera de trabajo para la tensión v_{comin} , representado como;

$$R_{v_{co}}^{min} = \{ (x_1, v_{comin}) \in \mathbb{R}^2 : i_{Lmin} < x_1 < i_{Lmax} \}$$
(5.84)

• Sea $R_{v_{co}}^{max} \subset \mathbb{R}^2$ el conjunto de estados que define la frontera de trabajo para la tensión v_{comax} , representado como;

$$R_{v_{co}}^{max} = \{ (x_1, v_{comax}) \in \mathbb{R}^2 : i_{Lmin} < x_1 < i_{Lmax} \}$$
(5.85)

La unión de estos conjuntos forma lo que sería la frontera de trabajo del sistema;

$$R = R_{i_L}^{min} \bigcup R_{i_L}^{max} \bigcup R_{v_{co}}^{min} \bigcup R_{v_{co}}^{max}$$
(5.86)

La tensión mínima del condensador de salida debe de ser siempre superior a la máxima de supercondensador.

$$v_{co_{min}} > v_{ci_{max}} \tag{5.87}$$

También existen restricciones a la perturbación I_o , que son establecidas por la siguiente expresión;

$$I_{omin} \rightarrow I_{omin} = \frac{v_{cimin}i_{Lmin}}{v_{coref}}$$

$$I_{omax} \rightarrow I_{omax} = \frac{v_{cimax}i_{Lmax}}{v_{coref}}$$
(5.88)

Por lo que se establece un rango entre una intensidad máxima $I_{o_{max}}$ y una intensidad mínima $I_{o_{min}}$.

$$I_o \in (I_{omin}, I_{omax}) \tag{5.89}$$

Por lo que se puede definir el conjunto de posibles estados deseados;

$$X_d = \{ (i_{Lref}, v_{coref}) \in \mathbb{R}^2 : i_{Lmin} < i_{Lref} < i_{Lmax} \}$$

$$(5.90)$$

5.8.2. Conjunto de estados de trabajo

Debido a las restricciones expuestas se debe de redefinir los conjuntos de estados de trabajo. En la subsección 5.2.2 fue definido el conjunto de estados de trabajo Ω^* , de la siguiente manera;

$$\Omega^* = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : x_3(t) > x_2(t) \}$$
(5.91)

siendo redefinido, en principio, por;

$$\Omega = \{ (x_1(t), x_3(t)) \in \mathbb{R}^2 : i_{L_{min}} < x_1(t) < i_{L_{max}}, v_{co_{min}} < x_3(t) < v_{co_{max}} \}$$
(5.92)

Cumpliéndose que $\Omega \subset \Omega^* \subset \mathbb{R}^2$. Los estados que pertenecen a Ω están delimitados por el conjunto R que define la frontera o los límites de trabajo. Estando el conjunto R incluído en Ω , $R \subset \Omega$. En la figura 5.9 se puede observar el rectángulo en trazo discontinuo, que define el conjunto R. También en la misma figura el rectángulo en trazo de puntos muestra el conjunto de estados que contiene el centro de giro $(I_o(t), x_2(t))$ de la trayectoria en modo q_2 del sistema, para cualquier estado de carga del supercondensador y perturbación.



Figura 5.9: Conjunto de estados de trabajo.

5.8.3. Técnica de control con restricciones

La existencia de restricciones en el estado del sistema implica que no siempre se puedan seguir el conjunto de trayectorias óptimas para alcanzar los estados deseados. Por lo que existen dos subconjuntos de estados deseados; uno que es alcanzable por la técnica de control establecida hasta el momento, y otro subconjunto de estados al que no se le puede aplicar.

Para alcanzar el segundo subconjunto de estados deseados se tendría que describir trayectorias de estado que parcialmente no pertenezcan al conjunto de estados de trabajo del sistema. Las restricciones no lo permiten, pues hacen de frontera de trabajo. En la figura 5.10 se puede observar dos situaciones; una para la que no es necesario superar las fronteras de trabajo ABC y otra en la que si es necesario DEFG. En las dos situaciones se parten de estados ($A \ge D$) en los que el proceso es de descarga ($I_o > 0$) y se cambia al proceso de carga ($I_o < 0$), correspondiéndoles los estados ($C \ge G$).

Como se observa en la figura 5.10 el estado del sistema, para la primera situación, describe primero una trayectoria con el modo q_2 hasta el estado B, y luego otra trayectoria con el modo q_1 hasta el estado deseado C. Para la segunda situación el estado del sistema describe una trayectoria (modo q_2) hasta alcanzar la frontera de trabajo (i_{Lmin}). Siguiendo la misma técnica que para la situación anterior se debería seguir actuando con el modo q_2 , pero las restricciones no lo permiten. Debido a esto se propone bordear la frontera hasta alcanzar una trayectoria con el modo q_1 que lleve al sistema al estado deseado. El la figura 5.10 se puede observar este proceso en el tramo EF. Esta evolución del estado por la frontera de trabajo estará compuesta por un conjunto de trayectorias en forma de zig-zig, tal y como se observa en el detalle de la figura 5.10. Cuando al calcular la secuencia de señales de control, correspondiente para el periodo de control actual kT, se determina que se supera la frontera de trabajo, se recalcula la secuencia de señales de control de tal manera que no se supere la frontera de trabajo. Esta se determina de manera semejante al cálculo de la variable d. Una vez que el estado llega a F, se actúa con el modo q_1 hasta alcanzar el estado deseado G.



Figura 5.10: Control con restricciones $(I_o < 0)$.

En la figura 5.11 se puede observar dos situaciones; una para la que no es necesario superar las fronteras de trabajo HYJ y otra en la que si es necesario KLMN. En las dos situaciones

se parten de estados $(H \ y \ K)$ en los que el proceso es de carga $(I_o < 0)$ y se cambia a descarga del sistema $(I_o > 0)$, correspondiéndoles los estados $(J \ y \ N)$.

Como se observa en la figura 5.11 el estado del sistema, para la primera situación, describe primero una trayectoria con el modo q_1 hasta el estado Y, y luego otra trayectoria con el modo q_2 hasta el estado deseado J. Para la segunda situación el estado del sistema describe una trayectoria (modo q_1) hasta alcanzar la frontera de trabajo (i_{Lmax}). Siguiendo la misma técnica que para la situación anterior se debería seguir actuando con el modo q_1 , pero las restricciones no lo permiten. Debido a esto se propone bordear la frontera hasta alcanzar una trayectoria con el modo q_2 que lleve al sistema al estado deseado. El la figura 5.11 se puede observar este proceso en el tramo LM. Esta evolución del estado por la frontera de trabajo está compuesta por un conjunto de trayectorias en forma de zig-zig, tal y como se observa en el detalle de la figura 5.11. Una vez que el estado llega a M, se actúa con el modo q_2 hasta alcanzar el estado deseado N.



Figura 5.11: Control con restricciones $(I_o > 0)$.

Ahora queda comprobar si esta técnica de control en la frontera de trabajo hace que el estado del sistema evolucione como se pretende.

Para analizar la evolución del estado hay que determinar la variación de la variable de estado x_3 con respecto a x_1 , para los dos modos de funcionamiento;

$$\frac{\partial x_3^{q_1}(t)}{\partial x_1} = -\frac{L}{C_o} \frac{I_o}{x_2(t)}$$

$$\frac{\partial x_3^{q_2}(t)}{\partial x_1} = -\frac{L}{C_o} \frac{x_1(t) - I_o}{x_3(t) - x_2(t)}$$
(5.93)

estas expresiones se obtienen a partir de las ecuaciones (4.22) y (4.31).

La variación de la variable x_3 con respecto a x_1 queda en función de x_3 en el modo q_2 , mientras que en el modo q_1 es constante.

Hay que tener en cuenta que para el modo q_1 siempre la evolución es hacia la derecha en el plano de estado (aumento de la intensidad en la bobina), y la tensión x_3 aumentará si $I_o < 0$ y disminuirá si $I_o > 0$.

En el caso del modo q_2 al tratarse de una trayectoria elíptica con centro en $(I_o(t), x_2(t))$, hay que determinar en que cuadrante se encuentra el estado con respecto a su centro. Sólo se considera los cuadrantes 1 y 2, pues los otros son para el caso $x_3(t) < x_2(t)$. Para los cuadrantes 1 y 2 el estado siempre evoluciona disminuyendo la intensidad en la bobina $x_1(t)$, giro antihorario. Mientras que la tensión de salida $x_3(t)$ crece en el cuadrante 1 y disminuye en el 2.

Para unos valores constantes de $x_1 = i_L$, $x_2 \in I_o$ se tiene;

$$\frac{\partial x_3^{q_1}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_L,x_3(t))} = -\frac{L}{C_o} \frac{I_o}{x_2}$$

$$\frac{\partial x_3^{q_2}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_L,x_3(t))} = -\frac{L}{C_o} \frac{i_L - I_o}{x_3(t) - x_2}$$
(5.94)

cumpliéndose además que $|i_L| > |I_o|$.

Se pueden dar distintas situaciones;

1. que el valor de la tensión del condensador de salida sea tal $(x_3 = x_3^*)$, que haga que las derivadas para ambos modos, (5.94), sean iguales,

$$\frac{\partial x_3^{q_1}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_L,x_3^*)} = \left.\frac{\partial x_3^{q_2}(t)}{\partial x_1}\right|_{x(t)=(i_L,x_3^*)}$$
(5.95)

en este caso ante una misma variación de la intensidad en la bobina (x_1) la tensión en el condensador de salida (x_3) no se modifica.

2. que la tensión x_3 sea distinta de x_3^* , lo que conlleva que las dos derivadas sean diferentes, (5.94).

$$\frac{\partial x_3^{q_1}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_L,x_3)} \neq \left. \frac{\partial x_3^{q_2}(t)}{\partial x_1} \right|_{x(t)=(i_L,x_3)} \tag{5.96}$$

en este caso ante una misma variación de la intensidad en la bobina (x_1) , la variación de la tensión en el condensador de salida (x_3) es distinta.

Hay que analizar las situaciones para las dos operaciones del sistema; la carga y la descarga, para los valores de la tensión x_3 distintos a x_3^* .

- **Carga:** Para $I_o < 0$ y $x_1 = i_{Lmin}$. Como el estado se sitúa en el segundo cuadrante con respecto al centro de giro de la trayectoria elíptica del modo q_2 , la tensión x_3 para este modo disminuye. Para el modo q_1 la tensión x_3 aumenta, debido a que su derivada es positiva, y en este modo el sentido de la trayectoria es siempre el de aumentar la intensidad en la bobina. Con lo que se obtiene;
 - 1. para $x_3 < x_3^*$,

$$\frac{\partial x_3^{q_1}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_{L_{min}},x_3)} < \frac{\partial x_3^{q_2}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_{L_{min}},x_3)}$$
(5.97)

Teniendo en cuenta, que para una intensidad $x_1 = i_{Lmin}$ la derivada de la tensión x_3 es mayor para el modo q_2 que para el modo q_1 , entonces la tensión x_3 disminuye.

2. para $x_3 > x_3^*$,

$$\frac{\partial x_3^{q_1}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_{L_{min}},x_3)} > \frac{\partial x_3^{q_2}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_{L_{min}},x_3)}$$
(5.98)

Teniendo en cuenta, que para una intensidad $x_1 = i_{Lmin}$ la derivada de la tensión x_3 es menor para el modo q_2 que para el modo q_1 , entonces la tensión x_3 aumenta.

- **Descarga:** Para $I_o > 0$ y $x_1 = i_{Lmax}$. Debido a que el estado se sitúa en el primer cuadrante con respecto al centro de giro de la trayectoria elíptica del modo q_2 , la tensión x_3 para este modo aumenta. Para el modo q_1 la tensión x_3 disminuye, debido a que su derivada es negativa, y en este modo el sentido de la trayectoria es siempre el de aumentar la intensidad en la bobina. Con lo que se obtiene;
 - 1. para $x_3 < x_3^*$,

$$\frac{\partial x_3^{q_1}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_{L_{max}},x_3)} > \frac{\partial x_3^{q_2}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_{L_{max}},x_3)}$$
(5.99)

Teniendo en cuenta, que para una intensidad $x_1 = i_{Lmax}$ la derivada de la tensión x_3 es menor para el modo q_2 que para el modo q_1 , entonces la tensión x_3 aumenta.

Tensión	Carga	Descarga
$x_3 > x_3^*$	Aumenta	Disminuye
$x_3 = x_3^*$	No varía	No varía
$x_3 < x_3^*$	Disminuye	Aumenta

Tabla 5.2: Comportamiento de la tensión x_3 .

2. para $x_3 > x_3^*$,

$$\frac{\partial x_3^{q_1}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_{L_{max}},x_3)} < \frac{\partial x_3^{q_2}(t)}{\partial x_1}\Big|_{x(t)=(i_{L_{max}},x_3)}$$
(5.100)

Teniendo en cuenta, que para una intensidad $x_1 = i_{Lmax}$ la derivada de la tensión x_3 es mayor para el modo q_2 que para el modo q_1 , entonces la tensión x_3 disminuye.

Estas modificaciones en la tensión del condensador de salida ocurren al aplicar de manera alternada ambos modos, para iguales variaciones de intensidad en la bobina.

En la tabla 5.2 se puede observar un resumen de lo establecido anteriormente, con respecto al comportamiento de la tensión del condensador x_3 .

Se puede concluir a partir de esta información,

- que para la operación del sistema a intensidad constante en la bobina i_{Lmin} en el proceso de carga, siempre que el sistema alcance una tensión inferior a x_3^* podrá disminuir su tensión mediante la técnica propuesta en la frontera de trabajo y alcanzar una trayectoria que lo lleve al estado deseado.
- que para la operación del sistema a intensidad constante en la bobina i_{Lmax} en el proceso de descarga, siempre que el sistema alcance una tensión inferior a x_3^* podrá aumentar su tensión mediante la técnica propuesta en la frontera de trabajo y alcanzar una trayectoria que lo lleve al estado deseado.

Se ha comprobado que la técnica de control es apta, siempre y cuando la tensión x_3 sea inferior a x_3^* , y el valor de esta tensión se obtiene a partir de la igualdad (5.95), para las dos fronteras i_{Lmin} e i_{Lmax} ;

$$x_{3Carga}^* = \frac{x_{2}i_{Lmin}}{I_o}$$

$$x_{3Descarga}^* = \frac{x_{2}i_{Lmax}}{I_o}$$
(5.101)

5.9. Control de operaciones especiales

5.9.1. Introducción

En esta sección se va a proponer una técnica de control para el proceso de carga y descarga del supercondensador, para estados de carga del mismo inferiores a los de operación normal $(x_2 < v_{cimin})$. Esto resulta de aplicación, para las situaciones de arranque o paro del sistema.

El proceso de carga o descarga está fuera de los procesos normales de operación por lo que la perturbación I_o , deja de considerarse una perturbación y se convierte en una entrada controlable y fijada en un valor constante.

Estos procesos se realizan a intensidad constante en la bobina x_1 , siendo superior a la intensidad I_o , en valor absoluto $|x_1| > |I_o|$. Realizando estas operaciones especiales manteniendo la intensidad $|x_1|$ superior a $|I_o|$ se consigue que la potencia efectiva de funcionamiento sea superior a que las dos intensidades fuesen iguales, y por lo tanto el tiempo de operación es inferior.

Para la carga del supercondensador se utiliza una fuente de corriente, a intensidad constante durante todo el proceso. Y la descarga se realiza con una carga que mantenga la intensidad constante de descarga.

5.9.2. Estado deseado

El estado deseado en cada instante es determinado por; la intensidad que se quiere tener en la bobina x_{d_1} , la intensidad I_o y por la tensión en el supercondensador, x_2 .

Para determinar el valor de la tensión de referencia en el condensador de salida $x_{d3} = v_{coref}$, se utiliza la expresión del balance de potencias;

$$x_2(t)x_1 = x_3(t)I_o (5.102)$$

por lo que se obtiene,

$$v_{coref} = \frac{x_1}{I_o} x_2(t) \tag{5.103}$$

Debido a esto se puede establecer la definición del estado deseado, para la carga o la descarga;

$$x_d(t) = (x_{d1}(t), x_{d3}(t)) = (x_1, \frac{x_1}{I_o} x_2(t))$$
(5.104)

5.9.3. Técnica de control

Para el proceso de carga y descarga especial se puede utilizar, la misma técnica de control, que para las operaciones normales de funcionamiento. La única diferencia es que el estado deseado es diferente. En la figura 5.12 se puede observar el comportamiento de ambos procesos, el de carga a la izquierda y el de descarga a la derecha.

Tal y como se observa en la figura 5.12 existe una proporcionalidad directa entre el estado de carga del supercondensador x_2 y la tensión en el condensador de salida x_3 . A cada nivel de carga del supercondensador $x_2(t_j)$ le corresponde un estado de carga del condensador de salida $x_3(t_j)$.



Figura 5.12: Carga y descarga. Operaciones especiales.

Capítulo 6

Prototipo

6.1. Introducción

En este capítulo se describe el prototipo del convertidor, realizado para analizar el comportamiento real del sistema.

En líneas generales, el prototipo está formado por los siguientes elementos;

• Circuito de potencia

Está compuesto por: los interruptores de potencia, los elementos pasivos, el modulo del supercondensador y el circuito para producir la perturbación.

Sensores

Su tarea consiste en tomar los valores de tensión y corriente en el circuito de potencia, y transformarlos en señales aptas para ser convertidas por el DSC.

• Circuitos de adaptación

Son los encargados de transformar el nivel de tensión de las señales de control que proporciona el controlador de señales digitales en un nivel apto para accionar los interruptores de potencia.

• Sistema de control

El sistema de control está compuesto por un controlador de señales digitales (Digital Signal Controller, DSC) y por el programa de control. El controlador de señales digitales actúa como el director y coordinador de todos los circuitos integrantes del convertidor. Es el encargado de leer los datos, realizar los cálculos, enviar la salida al sistema y comprobar que todo se desarrolla dentro de los cauces previstos. El programa de control es la implementación del algoritmo de control en el DSC. A lo largo de este capítulo se describen los diferentes elementos del prototipo.

6.2. Circuitos de potencia

El circuito de potencia está compuesto por los interruptores estáticos, el circuito utilizado para generar la perturbación, los elementos pasivos y el módulo del supercondensador. Además el sistema tiene un sistema de paro mediante pulsador.

6.2.1. Elementos pasivos y módulo del supercondensador

Los elementos pasivos del circuito son: una bobina de hilo de cobre L y un condensador de salida C_o (Se utilizan distintos valores). Las características de la bobina y los condensadores son las siguientes:

- Inductancia de la bobina: L = 3, 18mH.
- Resistencia de la bobina $R = 0, 2\Omega$.
- Intensidad máxima de trabajo: $i_{Lmax} = 10A$.
- Capacidad de los condensadores: $C_o = \{100\mu F, 560\mu F, 2, 2mF\}.$
- Tensión máxima de trabajo: $v_{comax} = 50V$.

El sistema de almacenamiento utilizado es el módulo BMOD0250 - P016 de supercondensadores asociados en serie de Maxwell Technologies, figura 6.1, cuyas características son las siguientes:

- Capacidad del módulo de supercondensadores: $C_i = 250F$.
- Resistencia serie del supercondensador: $R_{C_i} = 4, 1m\Omega$ (Corriente continua).
- Intensidad máxima de trabajo: $i_{sc} = 3900A$.
- Tensión máxima de trabajo: $v_{cimax} = 16, 2V.$
- Energía máxima: $E_{max} = 2,05Wh/kg$.
- Potencia máxima: $P_{max} = 4400W/kg$.
- Dimensiones: Largo = 416mm, Ancho = 70mm, Alto = 108mm.
- Masa: m = 4,45kg.


Figura 6.1: Modulo del supercondesador.

6.2.2. Interruptor de potencia

Los interruptores estáticos para el prototipo deben de ser bidireccionales, es decir, capaces de conducir corriente en ambos sentidos. El tipo de transistor utilizado para los interruptores es el MOSFET, modelo IRFP450 (resistencia dinámica drenador-fuente $R_{DS} = 0, 4\Omega$).

La configuración utilizada es la de dos transistores en serie, figura 6.2.



Figura 6.2: Interruptor de potencia.

Las condiciones de trabajo más desfavorables del transistor se presentan durante la conmutación. Con el fin de proteger el transistor de posibles sobretensiones, así como para mejorar los tiempos de encendido y apagado, de forma que se eviten fenómenos transitorios indeseables, se dispone una red amortiguadora o acicaladora (snubber) figura 6.3.



Figura 6.3: Red acicaladora.

6.2.3. Circuito generador de la perturbación

El sistema generador de la perturbación debe de producir tanto intensidades constantes de carga y de descarga, como intensidades variables en el tiempo. Este sistema está compuesto por;

- Dos trasistores bipolares (BTJ), modelos 2N3055 y MJ2955.
- Dos resistencias una de descarga R_D y otra para la activación de los transistores R_G .
- Una fuente de tensión continua V_S , cuya tensión debe ser superior a la del bus de continua.
- Un generador de onda V_G .

El circuito está formado por dos ramas. Una para generar perturbaciones de descarga y otra para las de carga. Nunca operan a la vez, debido a que los dos transistores son complementarios (NPN y PNP) y tienen la base común siendo polarizados con la misma fuente, figura 6.4. La intensidad de la perturbación será proporcional a la tensión del generador de onda V_G .



Figura 6.4: Circuito de perturbación.

6.2.4. Sistema de paro

Se ha provisto el sistema de un mecanismo de seguridad de desconexión del módulo del supercondensador, de los demás elementos y del generador de perturbaciones. Este mecanismo está compuesto por un contactor accionado por un pulsador de parada de emergencia. En las figuras 6.5 y 6.6 se puede observar los esquemas de conexiones del sistema.

6.3. Sensores

Para la determinación de las señales de control, es necesario evaluar en los instantes de muestreo los valores de las componentes del vector de estado y la perturbación. Para esto es



Figura 6.5: Circuito del convertidor.



Figura 6.6: Pulsador de emergencia.

necesario la utilización de circuitos sensores para medir los valores de las variables del circuito.

Los sensores están formados por dos etapas; una de medición y acondicionamiento de la señal, y otra de protección para los puertos de entrada del conversor analógico/digital del DSC.

Los sensores se encargan de proporcionar al canal conversor analógico/digital (ADC) del DSC una tensión proporcional a la medida correspondiente, aislada galvánicamente del circuito de potencia.

Estos circuitos sensores están compuestos por un transductor y una etapa de acondicionamiento de la señal de salida del transductor.

La etapa de protección para el ADC del DSC está indicada para limitar valores de tensión fuera del rango de trabajo de diseño del mismo (0 - 3V).

6.3.1. Sensores de intensidad

El sensor de intensidad es un circuito que genera una tensión proporcional a la intensidad medida.

Como transductor se emplea un módulo captador de corriente multi - calibre, el LEM LA 25 - NP. Su principio de funcionamiento es el efecto Hall, y está capacitado para medir intensidades continuas, alternas, pulsantes y mixtas, proporcionando además aislamiento galvánico.

En la figura 6.7 se observa el esquema del sensor de intensidad:



Figura 6.7: Sensor de intensidad.

En la resistencia dispuesta a la salida del modulo LEM, 150Ω , se obtiene una tensión proporcional a la intensidad medida, aislada del circuito de potencia. A continuación se acopla una etapa con la posibilidad de graduar el offset, y una última etapa para regular la amplitud de la señal de salida.

En el sistema se utilizan dos circuitos sensores de intensidad; uno para medir la corriente en la bobina i_L y otro para la corriente de la perturbación I_o .

6.3.2. Sensores de tensión

Los sensores de tensión proporcionan una tensión proporcional a la tensión medida.

El transductor de tensión empleado es el LEM LV 25 - P, que es un módulo captador de tensión capaz de medir tensiones alternas, continuas y pulsantes. Basa su funcionamiento en el efecto Hall, y el circuito de adaptación de señal es el mismo al empleado para el módulo de intensidad. Proporciona también aislamiento galvánico.

El esquema de dicho sensor se muestra en la figura 6.8.



Figura 6.8: Sensor de tensión.

La resistencia R_{carga} se debe fijar en un valor que permita una intensidad de 10mA en el primario del modulo LEM, para la tensión nominal que se establezca.

En el sistema se utilizan dos circuitos sensores de tensión; uno para medir la tensión del supercondensador v_{ci} y otro para la tensión del condensador de salida v_{co} .

6.3.3. Etapa de protección del DSC

La función de la etapa de protección es evitar que los canales del ADC del DSC se expongan a niveles de tensión fuera del margen de diseño de los mismos. Este circuito limita la tensión de entrada al ADC a una tensión de 3V, como valor superior, y a 0V como valor inferior.

El esquema de la etapa de protección se muestra en la figura 6.9.



Figura 6.9: Circuito limitador.

En el sistema se utilizan cuatro circuitos limitadores de tensión; uno por cada circuito sensor.

6.4. Circuitos de adaptación

Entre el dispositivo de control (DSC) y los interruptores de potencia son necesarios una serie de circuitos que transformen la señal emitida por el sistema de control (d) para la apertura y cierre de los interruptores de potencia, de tal forma que todo el conjunto funcione de acuerdo a lo dictado por el programa de control.

Estos circuitos son las etapas de: decodificación y amplificación. Proporcionan también aislamiento óptico, imprescindible para el funcionamiento seguro de los transistores.

Circuito del decodificador

La señal de control d, de salida del sistema de control, determina el estado de los interruptores de potencia, y con ello el modo de funcionamiento. Debido a esto, la señal debe de ser decodificada, para accionar los dos interruptores. Además se establece una señal de habilitación de funcionamiento del sistema F. La tabla de verdad para el decodificador define dos funciones digitales: S_1 y S_2 , en función de la variable de control d, y de la señal de habilitación F, tabla 6.1.

d	F	S_1	S_2
X	0	0	0
x	0	0	0
0	1	1	0
1	1	0	1

Tabla 6.1: Tabla de verdad.

Siendo las funciones S_1 y S_2 , representadas por (6.1).

$$S_1 = \overline{d + \bar{F}}$$

$$S_2 = \overline{d} + \overline{F}$$
(6.1)

Este decodificador asíncrono se diseña a partir del integrado 74LS02 (NOR). El circuito del decodificador se muestra en la figura 6.10.



Figura 6.10: Decodificador.

Circuito de acoplamiento óptico

La base del circuito de acoplamiento óptico es el opto
acoplador HCPL - 2212, indicado para el aislamiento de sistemas lógicos de transmisión de alta velocidad. El esquema de este circuito se muestra en la figura 6.11

En la salida del optoacoplador se han introducido dos etapas: un emisor común y "push -pull". Estas etapas tienen la función de suministrar la intensidad requerida para la excitación de los MOSFET. Finalmente, se ha colocado una red RC para amortiguar los pulsos de alta frecuencia.



Figura 6.11: Optoacoplador.

6.5. Sistema de control

El sistema de control, como ya se ha establecido, está compuesto por un controlador de señales digitales y por el programa de control. A continuación se hace una descripción de ambos componentes.

6.5.1. Controlador de señales digitales

El controlador de señales digitales es el modelo **TMS320F2812** de Texas Instruments, que está incluído en el kit **ezdsp 2812** de Spectrum Digital. Las características principales de este kit se resumen a continuación;

• Tecnología CMOS.

- Frecuencia de trabajo: 150 MHz (6,67ns).
- Alimentación: 1,8V @ 135MHz, 1,9V @ 150MHz, 3,3V I/O.
- Estándares de depuración JTAG (IEEE Standard 1149.1-1990, IEEE Standard Test-Access Port).
- **CPU:** 32 bit, Operaciones MAC 16x16 y 32x32 bit, Operaciones duales MAC 16x16 bit, Arquitectura Harvard, Operaciones atómicas.
- Chip de memoria: Flash (128k x 16), ROM (128k x 16), OTP ROM (1k x 16), L0 y L1 (2 bloques de 4k x 16) (SARAM), H0 (1 bloque de 8k x 16) (SARAM), M0 y M1 (2 bloques de 1k x 16) (SARAM).
- Boot ROM: 4k x 16.
- Interrupciones externas: 3.

- Bloque de interrupciones periféricos: 45.
- Temporizadores: CPU (3 x 32 bit), EVA y EVB (4 x 32 bit).
- Dos gestores de eventos: EVA y EVB (PWM).
- Puertos serie: SPI, 2 x SCI, eCAN, McBSP.
- Canales ADC: 12 bit, 16 canales.

6.5.2. Programa de control

El programa de control está formado por un conjunto de instrucciones ordenadas cuya función principal es generar periódicamente la variable de control d.

El entorno de trabajo utilizado para la implementación del algoritmo de control es la aplicación informática **Code Composer Studio** de Texas Instruments. Este entorno permite realizar todas las labores de diseño e implementación de proyectos, tales como; edición de código fuente (lenguaje C/C++), compilación cruzada y construcción de ejecutables, depuración, análisis en tiempo real, etc.

Se ha utilizado la librería **TMS320C28x IQmath**, que es una colección de librerías de funciones matemáticas optimizadas y de alta precisión para dispositivos de coma fija. Mediante el uso de estas rutinas se puede conseguir velocidades de computación superiores a las equivalentes escritas en lenguaje C estándar ANSI.

Estructura del programa de control

A continuación se muestra la estructura básica del programa de control, en el anexo B se presenta el código en lenguaje C del programa de control;

Declaración de funciones.

Declaración de variables globales.

Función principal.

Configuración de los dispositivos. Activación de los dispositivos. Bucle de espera.

Definición de funciones de configuración de los dispositivos. Definición de la función de servicio a interrupción.

Obtención del valor del estado, $x((k - \beta)T)$.

Estimación de $\hat{x}(kT)$. Cálculo de la referencia, $x_d(kT)$. Determinación del conjunto al que pertenece $\hat{x}(kT)$. Cálculo de la variable de control d(kT). Actualización de los dispositivos, con el nuevo valor de d(kT).

Definición de las funciones de medida y cálculo.

Configuración de dispositivos

Para la implementación del algoritmo de control se utilizan; dos temporizadores del gestor de eventos A ($EVA\ Timer_1\ y\ Timer_2$), y cuatro canales del conversor analógico/digital para medir la variables de estado del sistema.

• Gestor de eventos A (EVA):

El gestor de eventos posee dos timers de propósito general de 16*bit*, con sus propias señales de salida T1PWM/T1CMP y T2PWM/T2CMP. Estos timers tienen dos registros asociados, para producir salidas PWM; uno para el ancho del pulso TxCMPR y otro para determinar el periodo de trabajo TxPR.

Para la aplicación de esta tesis se utilizan los dos timer del gestor de eventos A;

• El $Timer_1$ se utiliza para enviar la señal de la variable de control d(kT) a los interruptores de potencia del sistema, mediante la salida T1PWM/T1CMP. El registro de periodo (T1PR) del $Timer_1$ se configura al principio del programa, teniendo en cuenta que la frecuencia de reloj del DSC es $f_{DSC} = 150MHz$, siguiendo la siguiente expresión se obtiene el valor para las dos frecuencias de trabajo:

$$T1PR = \frac{f_{DSC}}{f_s} = \begin{cases} \frac{150MHz}{5kHz} = 30000 & f_s = 5kHz\\ \\ \frac{150MHz}{10kHz} = 15000 & f_s = 10kHz \end{cases}$$
(6.2)

El registro T1CMPR se actualizará en cada periodo de trabajo con la parte entera del producto de la variable de control $d \in (0, 1)$ y el valor del registro T1PR, como se muestra en la siguiente expresión;

$$T1CMPR = ent(d * T1PR) \tag{6.3}$$

El Timer₂ se utiliza para generar una interrupción en los instantes (k – β)T. Una vez que se produce la interrupción; se toman los datos de los registros del conversor analógico/digital, se estiman las variables del circuito para el instante kT, se calcula la variable de control d, y se actualiza el registro de ancho de pulso (T1CMPR) del Timer₁ para el siguiente periodo.

El registro T2PR se configura con el mismo valor que para T1PR al principio del programa, T2PR = T1PR. Y el registro T2CMPR se fija permanentemente al valor;

$$T2CMPR = ent((1 - \beta) * T1PR)$$
(6.4)

Cuando el $Timer_2$ alcanza el valor contenido en el registro T2CMPR se dispara la interrupción, en cada periodo de trabajo.

• Conversor analógico digital (ADC):

El conversor ADC se configura con las siguientes características;

- Base de tiempos: 25MHz, de 80 a 160ns por conversión.
- Modo secuencial: Se convierte cada canal de uno en uno.
- Conversión en cascada: Sólo existe una secuencia de conversión.
- Conversión continua: la secuencia de conversión se realiza permanentemente.

Capítulo 7

Resultados

7.1. Introducción

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos a partir del prototipo del sistema de almacenamiento. Se han realizado ensayos para diversos tipos de perturbación, para dos valores de la frecuencia de trabajo o conmutación. Los parámetros de los componentes del circuito son los definidos en la sección 6.2.

7.1.1. Simulaciones

Las simulaciones se han realizado utilizando la aplicación informática Matlab de Mathworks. La simulación del sistema real se ha efectuado mediante la utilización de un modelo discreto del sistema para una frecuencia mucho más elevada que la frecuencia de muestreo $(f_s = 5 \circ 10kHz)$, para así obtener una respuesta lo más aproximada a un sistema continuo.

7.1.2. Resultados experimentales

Los resultados presentados son imágenes capturadas con un osciloscopio digital (Bus GP-IB), y datos obtenidos del controlador de señales digitales (1000 valores por variable y tiempo de funcionamiento).

7.1.3. Tipos de ensayos realizados

El prototipo del sistema se ha expuesto a diferentes situaciones que se relacionan a continuación;

- En vacío con tensión v_{coref} de referencia variable, perturbación $I_o = 0$.
- Perturbación I_o constante, de carga y descarga.

- Perturbación *I_o* variable en el tiempo.
- Operaciones especiales, de carga y descarga.

7.2. Ensayos en vacío

En estos ensayos se establece una tensión de referencia v_{coref} variable, en forma de onda cuadrada de tensión de 15 a 20V, con una frecuencia de 2, 5Hz. Se han realizado los ensayos para 5kHz y 10kHz de frecuencia de trabajo o muestreo.

En la figura 7.1 se observa la evolución de la tensión de salida, v_{co}^{1} , en la parte superior y en la inferior la intensidad en la bobina, i_{L}^{2} . Se puede apreciar como la tensión de salida sigue la forma de onda establecida por la referencia. Este ensayo se ha realizado para una frecuencia de trabajo de 5kHz y con una capacidad en el condensador de salida de $100\mu F$.



Figura 7.1: Ensayo en vacio (5kHz).

En la figura 7.2 se muestra un detalle ampliado del ensayo presentado en la figura 7.1. La tensión de salida, v_{co} , parte de un valor de 15V hasta un valor de 20V. En la parte inferior de la figura se aprecia la evolución de la intensidad en la bobina, i_L , en el cambio de tensión en el condensador de salida. Se puede apreciar en la intensidad, como en el cambio de tensiones se aplica primero el modo q_1 hasta alcanzar la curva de conmutación, y luego el modo q_2 hasta llegar al estado deseado.

En la figura 7.3 se observa en detalle un ensayo semejante al anterior a 10kHz para la frecuencia de trabajo, con condensador $C_o = 100\mu F$. En esta figura se observa un cambio en la tensión de salida v_{co} de 20 a 15V. En la intensidad de la bobina, i_L , se puede apreciar en el

¹Las mediciones con el osciloscopio, se han realizado con una sonda diferencial directamente en la salida del sistema. Esta sonda diferencial tiene una relación 50/1 y el canal de entrada del osciloscopio 1/100.

 $^{^{2}}$ La medida ha sido tomada a la salida del sensor, que posee una relación que no puede ser estimada directamente de una manera sencilla. Por lo que la información extraída tiene un valor orientativo, para determinar el correcto funcionamiento del sistema.



Figura 7.2: Ensayo en vacío, de 15 a 20V (5kHz).

cambio de tensiones como primero actúa el modo q_2 hasta llegar a la curva de conmutación y después se utiliza el modo q_1 para alcanzar el estado deseado.



Figura 7.3: Ensayo en vacío, de 20 a 15V (10kHz).

7.3. Ensayos con perturbación constante

En estos ensayos se fija una intensidad de perturbación constante, con una tensión de referencia $v_{coref} = 16V$ de salida, condensador de salida $C_o = 560 \mu F$ y una frecuencia de trabajo de 5kHz.

7.3.1. Perturbación menor que cero (Carga)

En la figura 7.4(a) se muestra el comportamiento del sistema ante una perturbación menor que cero $I_o = -0, 5A$ (carga). Se observa que la tensión v_{co} permanece en el valor establecido por la referencia, mientras el estado de carga del supercondensador aumenta. Partiendo inicialmente la tensión v_{ci} de unos 8,5V y llegando a aumentar unos 2V, en 500s que es lo que dura el ensayo.



En la figura 7.4(b) se observa que la intensidad en la bobina, i_L , disminuye muy ligeramente (en valor absoluto) a medida que se carga el supercondensador.

(a) Tensión de salida v_{co} y estado de carga del super- (b) Intensidad en la bobina i_L y perturbación I_o . condensador v_{ci} .

Figura 7.4: Perturbación $I_o < 0$, carga.

7.3.2. Perturbación mayor que cero (descarga)

En la figura 7.5(a) se muestra el comportamiento del sistema ante una perturbación mayor que cero $I_o = 0,25A$ (descarga). Se observa que la tensión v_{co} permanece en el valor establecido por la referencia, mientras el estado de carga del supercondensador disminuye. Partiendo inicialmente la tensión v_{ci} de unos 10V y llegando a disminuir unos 3V, siendo la duración del ensayo de 1000s.

En la figura 7.5(b) se observa que la intensidad en la bobina, i_L , aumenta ligeramente a medida que se descarga el supercondensador.



(a) Tensión de salida v_{co} y estado de carga del supercondensador v_{ci} .

(b) Intensidad en la bobina i_L y perturbación I_o .

Figura 7.5: Perturbación $I_o > 0$, descarga.

7.4. Perturbación Io variable

En estos ensayos se establece una intensidad de perturbación variable en el tiempo, con una tensión de referencia $v_{coref} = 16V$ de salida, condensador de salida $C_o = 560 \mu F$ y $100 \mu F$, con frecuencia de trabajo de 5kHz y 10kHz.

7.4.1. Perturbación en forma de onda cuadrada

En la figura 7.6 se puede apreciar la respuesta del sistema ante una onda cuadrada de amplitud $I_o = 0, 5A$ de 5Hz, como perturbación. En la parte superior se observa que la tensión de salida v_{co} sigue la referencia v_{coref} , y lo mismo se puede ver en la parte inferior con respecto a la intensidad de la bobina i_L . Este ensayo se ha realizado con un condensador $C_o = 560\mu F$ y frecuencia de trabajo de 5kHz.



Figura 7.6: Perturbación variable, onda cuadrada 5Hz.

Los ensayos que se muestran a continuación, en las figuras 7.7 y 7.9, se han realizado con un condensador $C_o = 100 \mu F$ y una frecuencia de trabajo de 10kHz.

La figura 7.7(a) muestra el comportamiento del convertidor ante una perturbación en forma de onda cuadrada alterna de amplitud $I_o = \pm 0,5$ de frecuencia 10Hz. En la parte superior se observa como la intensidad en la bobina i_L sigue la evolución de la perturbación I_o , en la parte inferior.

En la figura 7.7(b) se aprecia como la tensión de salida v_{co} se mantiene en la referencia. Y además se observan las variaciones de tensión bruscas debidas a los transitorios en los cambios de perturbación. En la parte inferior se muestra la evolución de la tensión en el supercondensador v_{ci} .

En la figura 7.8 se presenta, mediante simulación, el comportamiento del sistema ante la misma situación que el ensayo de laboratorio de la figura 7.7. En esta figura se observa la evolución de las variables de estado i_L y v_{co} en el plano de estado.

En la figura 7.9(a) se observa el comportamiento del convertidor ante una perturbación



(a) Intensidad en la bobina i_L y perturbación I_o .

(b) Tensión de salida v_{co} y estado de carga del supercondensador v_{ci} .

Figura 7.7: Perturbación, onda cuadrada.



Figura 7.8: Simulación plano de estado $i_L v_{co}$.

en forma de onda cuadrada alterna, con un ciclo efectivo del 20%, de amplitud $I_o = \pm 0, 25$ de frecuencia 10*Hz*. En la parte superior se observa como la intensidad en la bobina i_L sigue la evolución de la perturbación I_o , en la parte inferior.

En la figura 7.9(b) se ve como la tensión de salida v_{co} se mantiene en la referencia. Y además se observan variaciones de tensión bruscas, debido a los periodos transitorios durante los cambios en la perturbación. En la parte inferior se muestra la evolución de la tensión en el supercondensador v_{ci} .

7.4.2. Perturbación tipo diente de sierra

En la figura 7.10(a) se observa el comportamiento del convertidor ante una perturbación en forma de diente de sierra, con una amplitud máxima de $I_o = 0,5$ de frecuencia 5Hz. Los ensayos se han realizado con un condensador $C_o = 100\mu F$ y una frecuencia de trabajo de 10kHz. En la parte superior se observa como la intensidad en la bobina i_L sigue la evolución de la perturbación I_o , en la gráfica inferior.

En la figura 7.10(b) se puede ver la evolución de la intensidad en la bobina i_L y la tensión



(b) Tensión de salida v_{co} y estado de carga del supercondensador v_{ci} .

Figura 7.9: Perturbación, tren de pulsos (ciclo efec= 20%).

de salida v_{co} en el plano de estado. Se observa como la tensión v_{co} se mantiene en la referencia. Y además se aprecian variaciones de tensión bruscas, debido a los periodos transitorios durante los cambios en la perturbación.



Figura 7.10: Perturbación, diente de sierra.

7.4.3. Perturbación tipo senoidal

En la figura 7.11(a) se observa el comportamiento del convertidor ante una perturbación de tipo senoidal, con una amplitud máxima de $I_o = -0, 5$ de frecuencia 5Hz. Los ensayos se han realizado con un condensador $C_o = 560\mu F$ y una frecuencia de trabajo de 5kHz. En la parte superior se observa como la intensidad en la bobina i_L sigue la evolución de la perturbación I_o , en la gráfica inferior.

En la figura 7.11(b) se puede ver la evolución de la intensidad en la bobina i_L y la tensión de salida v_{co} en el plano de estado. Se observa como la tensión v_{co} se mantiene en la referencia.



Figura 7.11: Perturbación senoidal.

7.5. Operaciones especiales

En esta sección se exponen dos ensayos, que muestran las operaciones especiales de carga y descarga propuestas en esta tesis.

7.5.1. Operación de descarga

En la figura 7.12 se observa el resultado de dos ensayos de descarga del supercondensador; el primero fijando la intensidad de la perturbación en $I_o = 0,75A$ y la de referencia de la bobina en $i_{Lref} = 0,75A$ y el segundo ensayo con el mismo valor para la perturbación con una intensidad de referencia en la bobina $i_{Lref} = 1,5A$. Se puede observar que para el mismo tiempo de operación se obtiene una mayor variación en la tensión del supercondensador para el ensayo con una intensidad en la bobina mayor. Los ensayos se han realizado con un condensador $C_o = 560\mu F$ y una frecuencia de trabajo de 5kHz.



Figura 7.12: Operación especial de descarga.

En la figura 7.13 se observa el resultado de dos ensayos de carga del supercondensador; el primero fijando la intensidad de la perturbación en $I_o = -0, 3A$ y la de referencia de la bobina en $i_{Lref} = -0, 3A$ y el segundo ensayo con el mismo valor para la perturbación con una intensidad de referencia en la bobina $i_{Lref} = -1A$. Se puede observar que para el mismo tiempo de operación se obtiene una mayor variación en la tensión del supercondensador para el ensayo con una intensidad en la bobina mayor (en valor absoluto). Los ensayos se han realizado con un condensador $C_o = 100\mu F$ y una frecuencia de trabajo de 10kHz.



Figura 7.13: Operación especial de carga.

Capítulo 8

Conclusiones y líneas futuras

8.1. Conclusiones

En la presente tesis se ha desarrollado un convertidor de potencia bidireccional con almacenamiento de energía capaz de mejorar la estabilidad dinámica de sistemas eléctricos de reducida potencia, en los que existe una fuerte descompensación entre los flujos de potencia eléctrica demandados y generados. Siendo el elemento de almacenamiento de energía el condensador de doble capa o supercondensador. Este dispositivo se sitúa en el conjunto de sistemas de almacenamiento de energía, con; alta respuesta dinámica (elevada potencia específica), baja energía específica y elevada eficiencia.

A continuación se presentan las contribuciones aportadas en esta tesis;

- Establecimiento del modelo matemático dinámico de funcionamiento del sistema de almacenamiento.
- Análisis del comportamiento de este tipo de sistemas de almacenamiento, mediante el estudio de la evolución de los modos de funcionamiento del sistema en el plano de estados.
- Desarrollo de una técnica de control no lineal básica y con restricciones para la gestión de los flujos de potencia en el sistema de almacenamiento, basada en el análisis del plano de estados.
- Desarrollo e implementación de un prototipo del sistema de almacenamiento, con sistema digital de control, para comprobar la bondad de la técnica de control establecida.

A partir de los resultados obtenidos del prototipo del sistema, se puede concluir que: la técnica de control propuesta tiene una respuesta dinámica elevada ante variaciones bruscas

en los flujos de potencia, a costa de una considerable amplitud en las variables en el periodo transitorio.

8.2. Líneas futuras

A continuación se señalan las posibles líneas futuras a partir del presente trabajo;

- Análisis e integración del sistema de almacenamiento en un sistema híbrido de energía eléctrica. Para así poder comprobar el comportamiento con la técnica de control propuesta. Las aplicaciones a tener en cuenta podrían ser;
 - Transporte y tracción: tranvías, automóviles híbridos y eléctricos, ascensores, etc. En el área del transporte la incorporación de supercondensadores implica mejoras en la regeneración de la energía en los periodos de frenado. Además de una respuesta dinámica superior a otros sistemas de almacenamiento de energía, en los instantes de arranque o en cambios bruscos de régimen.
 - Sistemas de energía renovable: energía fotovoltaica, energía eólica, etc. Pudiendo redundar en la mayor integración de las fuentes de energía renovable, mediante la mejora de su respuesta dinámica ante cambios bruscos en la potencia demandada.
 - Mejora de la calidad de la energía eléctrica. Mediante la inclusión de los supercondensadores en diferentes topologías de filtros activos, tanto de tensión como de intensidad.
 - Sistemas de alimentación ininterumpida (S.A.I.). Para mejorar la respuesta dinámica de estos sistemas.
- Desarrollo de mejoras en la técnica de control que reduzca la amplitud de los transitorios, aún disminuyendo la capacidad de respuesta.
- Generalizar la técnica de análisis y control para los convertidores boost bidireccionales; multifásicos, aislados y aislados multifásicos.
- Utilizar un modelo matemático del supercondensador más preciso, en el que se muestre el comportamiento dinámico del mismo.

Apéndice A

Expresiones de los capítulos 3 y 4

$$\Phi_{2}(t,t_{0}) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_{eq}(t-t_{0})) & \sqrt{\frac{C_{eq}}{L}}\sin(\omega_{eq}(t-t_{0})) & -\sqrt{\frac{C_{eq}}{L}}\sin(\omega_{eq}(t-t_{0})) \\ -\frac{1}{C_{i}\omega_{eq}}\sin(\omega_{eq}(t-t_{0})) & \cos(\omega_{eq}(t-t_{0})) + \frac{\omega_{o}^{2}}{\omega_{eq}^{2}}(1-\cos(\omega_{eq}(t-t_{0}))) & \frac{\omega_{i}^{2}}{\omega_{eq}^{2}}(1-\cos(\omega_{eq}(t-t_{0}))) \\ \frac{1}{C_{o}\omega_{eq}}\sin(\omega_{eq}(t-t_{0})) & \frac{\omega_{o}^{2}}{\omega_{eq}^{2}}(1-\cos(\omega_{eq}(t-t_{0}))) & \cos(\omega_{eq}(t-t_{0})) + \frac{\omega_{i}^{2}}{\omega_{eq}^{2}}(1-\cos(\omega_{eq}(t-t_{0}))) \\ & (A.1) \end{pmatrix}$$

$$P_{I_2}(t,t_0) = \int_{t_0}^t \Phi_2^{-1}(\tau) P d\tau = \begin{pmatrix} \frac{C_{eq}}{C_o} (\cos(\omega_{eq}(t-t_0)) - 1) \\ -\frac{C_{eq}}{C_o C_i} \left((t-t_0) - \frac{1}{\omega_{eq}} \sin(\omega_{eq}(t-t_0)) \right) \\ -\frac{1}{C_o \omega_{eq}} \sin(\omega_{eq}(t-t_0)) - \frac{C_{eq}}{C_o C_i} \left(T - \frac{1}{\omega_{eq}} \sin(\omega_{eq}(t-t_0)) \right) \end{pmatrix}$$
(A.2)

$$\Phi_2(T) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_{eq}T) & \sqrt{\frac{C_{eq}}{L}}\sin(\omega_{eq}T) & -\sqrt{\frac{C_{eq}}{L}}\sin(\omega_{eq}T) \\ -\frac{1}{C_i\omega_{eq}}\sin(\omega_{eq}T) & \cos(\omega_{eq}T) + \frac{\omega_o^2}{\omega_{eq}^2}(1 - \cos(\omega_{eq}T)) & \frac{\omega_i^2}{\omega_{eq}^2}(1 - \cos(\omega_{eq}T)) \\ \frac{1}{C_o\omega_{eq}}\sin(\omega_{eq}T) & \frac{\omega_o^2}{\omega_{eq}^2}(1 - \cos(\omega_{eq}T)) & \cos(\omega_{eq}T) + \frac{\omega_i^2}{\omega_{eq}^2}(1 - \cos(\omega_{eq}T)) \end{pmatrix}$$
(A.3)

$$P_{I_2}(T) = \begin{pmatrix} \frac{C_{eq}}{C_o} (\cos(\omega_{eq}T) - 1) \\ -\frac{C_{eq}}{C_o C_i} \left(T - \frac{1}{\omega_{eq}} \sin(\omega_{eq}T)\right) \\ -\frac{1}{C_o \omega_{eq}} \sin(\omega_{eq}T) - \frac{C_{eq}}{C_o C_i} \left(T - \frac{1}{\omega_{eq}} \sin(\omega_{eq}T)\right) \end{pmatrix}$$
(A.4)

$$x^{*}(t) = \begin{pmatrix} \sqrt{L} & 0 & 0\\ 0 & \sqrt{C_{i}} & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\omega_{i}(t-t_{0})) & \sqrt{\frac{C_{i}}{L}}\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) & 0\\ -\sqrt{\frac{L}{C_{i}}}\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) & \cos(\omega_{i}(t-t_{0})) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t_{0}) + \begin{pmatrix} 0\\ 0\\ -\frac{1}{C_{o}}(t-t_{0}) \end{pmatrix} I_{o}(t_{0}) \end{bmatrix}$$

$$x^{*}(t) = \begin{pmatrix} \sqrt{L}\cos(\omega_{i}(t-t_{0})) & \sqrt{C_{i}}\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) & 0\\ -\sqrt{L}\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) & \sqrt{C_{i}}\cos(\omega_{i}(t-t_{0})) & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1}(t_{0}) \\ x_{2}(t_{0}) \\ x_{3}(t_{0}) \end{pmatrix}$$

$$x^{*}(t) = \begin{pmatrix} \sqrt{L}x_{1}(t) \\ \sqrt{C_{i}}x_{2}(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{L}x_{1}(t_{0})\cos(\omega_{i}(t-t_{0})) + \sqrt{C_{i}}x_{2}(t_{0})\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) \\ -\sqrt{L}x_{1}(t_{0})\sin(\omega_{i}(t-t_{0})) + \sqrt{C_{i}}x_{2}(t_{0})\cos(\omega_{i}(t-t_{0})) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cap. A. Expresiones de los capítulos 3 y 4

(A.5)

Apéndice B

Código fuente del programa de control

B.1. Archivo principal

```
11
11
    Tesis: Convertidor de potencia con almacenamiento energético,
11
    para la interconexión de sistemas eléctricos de reducida potencia.
11
    (C) A. Ramos
//
11
// Archivo: Tesis_IQ.c
11
// Titulo: Codigo fuente del programa de control, del convertidor
// de potencia para el supercondensador.
11
11
// Ver | dd mmm aaaa | Quien | Descripcion de cambios
// 4.0 | 15 Sept 2007 | A.R.M. | Codigo definitivo
// Seleccionar el valor de Q:
11
#define GLOBAL_Q 23
```

```
long GlobalQ = GLOBAL_Q; // Usado por GEL & Graph Debug.
#include <stdio.h> /* fprintf(), puts() */
#include <stdlib.h> /* abort() */
#include "DSP281x_Device.h"
#include "IQmathLib.h"
#include <rtdx.h> /* RTDX */
#include "target.h" /* TARGET_INITIALIZE() */
#include "tesis.h" /*Inicialización de constantes*/
```

// Prototipos establecidos para las funciones contenidas en esta aplicación.

```
void Gpio_select(void); // Inicialización entrada/salida digital.
void SpeedUpRevA(void); //
void InitSystem(void); // Inicialización del sistema (Clock, periféricos,
// watchdog).
```

```
// Declaracion de funciones.
//
//
void medir_variables(void);
void conjunto(void);
void calculo_d(void);
void calcula_X_T(void);
void constantes_delay(void);
void delay_medida(void);
void calculo_referencia(void);
void curvas_calibracion(void);
//
```

```
//
// Declaracion de variables.
11
11
_iq T=_IQ(T_d),Tt=_IQ(Tt_d);
_iq vcoref=_IQ(VCOREF),vcoreff=_IQ(VCOREF);
_iq iLref=_IQ(VCOREF*Ioo/VCIREF),vvcoref=_IQ(VCOREF);
_iq Eref,E1;
11
11
// Vectores de estado.
11
11
_iq X[]={0,_IQ(iLo),_IQ(vcio),_IQ(vcoo)};
                                           //El elemento 0 es nulo,
                                            //para utilizar
                                            //la misma nomenglatura
                                            //que en las simulaciones.
_iq Xs[]={0,_IQ(iLo),_IQ(vcio),_IQ(vcoo)};
_iq X_T[]={0,_IQ(iLo),_IQ(vcio),_IQ(vcoo)};
                                            //El elemento 0 es nulo,
                                            //para utilizar
                                            //la misma nomenglatura
                                            //que en las simulaciones.
11
//
_iq Io=_IQ(Ioo);
_iq vcorecta=_IQ(vcoo);
_iq d1=_IQ(0);
_iq Dist_tau1,Dist_T,difer;
_iq m,a,b,d,e,f,c;
_iq Xc1,Xc3;
```

```
_iq Ade112, Ade121, Ide13, Ade212, Ade213, Ade221, Ade231, Ide23;
_iq temp,temp1,temp2,temp3,temp4;
11
int zona=0,conf=0,i=0;
int IO=0, vco=0, iL=0, vci=0, pru, j=0;
int jj=0,rr=0;
_iq IOO,vcOO,iLL,vcii;
11
11
11
11
void main(void)
ſ
// Inicialización del sistema.
11
11
InitSystem(); // Inicializacion de los
      // registros del DSP (DSP's core Registers)
SpeedUpRevA();
Gpio_select(); // Inicializacion de registros de GPIO.
InitPieCtrl(); // Inicializacion de la unidad PIE.
InitAdc(); // Inicialización de la conversion.
```

```
InitPieVectTable(); // Inicializacion del vector de interrupcion.
// Redireccionamiento de las interrupciones
//para GP Timer 1 and 2 Compare.
EALLOW;
PieVectTable.T1PINT = &T1_Period_isr;
PieVectTable.T2CINT = &T2_Compare_isr;
EDIS;
// Habilita la interrupcion de periodo de T1:
// PIE-Group2 , interrupt 4
PieCtrlRegs.PIEIER2.bit.INTx4=1;
// Habilita la interrupcion de comparacion de T2:
// PIE-Group3 , interrupt 2
PieCtrlRegs.PIEIER3.bit.INTx2=1;
// Habilita CPU INT2 and INT3,
// que estan conectadas a GP Timer1 y Timer2.
IER = 6; //0x0006
// Habilitar interrupciones globales
// y eventos de depuracion de prioridad mas alta.
EINT;
ERTM;
11
11
// Fin de la inicialización del sistema.
// Configuración del Event Manager A
//
//
```

```
// El clock del EVA ha sido habilitado en InitSysCtrl();
// Habilita la lógica para T1PWM / T2PWM.
EvaRegs.GPTCONA.bit.TCMPOE = 1;
// Polaridad de GP Timer 1 Compare = Activo bajo
// Pulso desplazado a la izquierda.
EvaRegs.GPTCONA.bit.T1PIN = 1;
EvaRegs.T1CON.bit.FREE = 0; // Stop on emulation suspend
EvaRegs.T1CON.bit.SOFT = 0; // Stop on emulation suspend
EvaRegs.T1CON.bit.TMODE = 2; // Continuous up count mode
                             // PWM Asimétrico
                             // Son dos bits
EvaRegs.T1CON.bit.TPS = 0; // prescaler = divide por 1
                             // Frec = 150 MHz
                             // Son tres bits
EvaRegs.T1CON.bit.TENABLE = 0; // desabilitado temporalmente
                             // GP Timer 1
EvaRegs.T1CON.bit.TCLKS10 = 0; // internal clock
                             // Son dos bits
EvaRegs.T1CON.bit.TCLD10 = 0; // Compare Reload when zero
                             // Son dos bits
EvaRegs.T1CON.bit.TECMPR = 1; // Enable Compare operation
// Polaridad del GP Timer 2 Compare = Activo bajo.
// Pulso desplazado a la izquierda.
EvaRegs.GPTCONA.bit.T2PIN = 2;
EvaRegs.T2CON.bit.FREE = 0; // Stop on emulation suspend
EvaRegs.T2CON.bit.SOFT = 0; // Stop on emulation suspend
EvaRegs.T2CON.bit.TMODE = 2; // Continuous up count mode
                             // PWM Asimétrico
```

```
// Son dos bits
EvaRegs.T2CON.bit.TPS = 0;
                        // prescaler = divide por 1
                      // Frec = 150 MHz
                      // Son tres bits
EvaRegs.T2CON.bit.TENABLE = 0; // desabilitado temporalmente
                      // GP Timer 1
EvaRegs.T2CON.bit.TCLKS10 = 0; // internal clock
                      // Son dos bits
EvaRegs.T2CON.bit.TCLD10 = 0; // Compare Reload when zero
                      // Son dos bits
EvaRegs.T2CON.bit.TECMPR = 1; // Enable Compare operation
EvaRegs.T1PR = T1pr;
EvaRegs.T1CMPR = T1cmpr; // Ancho del pulso "d".
EvaRegs.T2PR = T2pr;
EvaRegs.T2CMPR = T2cmpr;
11
// Fin de la configuración del Event Manager A.
// Configuración del Conversor Analógico Digital.
// Se miden Io, vco, iL, vci. En ese orden.
// Se utilizan 4 canales AO <- Io, BO <- vco, A1 <- iL, B1 <- vci.
// Las conversiones se almacenan en;
   11
        ADCRESULTO <- AO
   11
        ADCRESULTO <- BO
   11
        ADCRESULTO <- A1
   //
        ADCRESULTO <- B1
//
```

```
//
AdcRegs.ADCTRL1.bit.SEQ_CASC=1; // Modo en cascada
AdcRegs.ADCTRL1.bit.CONT_RUN=1; // Continuous run
AdcRegs.ADCTRL1.bit.CPS=0; // Conversion prescaler=CLK/1
AdcRegs.ADCMAXCONV.all=0x0001; // 2 Dobles conversiones
                        //(Io, vco, iL, vci).
AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.bit.CONV00=0x0; // Se asigna
                             // Io -> AO -> ADCRESULTO
                             // vco -> BO -> ADCRESULT1 .
AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.bit.CONV01=0x1; // Se asigna
                            // iL -> A1 -> ADCRESULT2
                             // vci -> B1 -> ADCRESULT3 .
AdcRegs.ADCTRL3.bit.ADCCLKPS=3; // Prescaler.
                             // FCLK = 150 MHz / (2*3) = 25 MHz.
                             // FCLK tiene que ser menor
                             // o igual a 25 MHz.
AdcRegs.ADCTRL3.bit.SMODE_SEL=1; // Modo de muestreo simultaneo.
//
11
// Fin de la configuración del Conversor Analógico Digital.
EvaRegs.EVAIMRA.bit.T1PINT = 1;
  EvaRegs.EVAIMRB.bit.T2CINT = 1;
```

```
EvaRegs.T1CON.bit.TENABLE = 1; // Habilitar GP Timer 1.
  EvaRegs.T2CON.bit.TENABLE = 1; // Habilitar GP Timer 2.
  AdcRegs.ADCTRL2.all=0x2000; // Dispara el SEQ1.
  // Bucle infinito.
  11
  //
  while(1)
  {
  }
  11
  //
  11
  // Fin de bucle infinito.
}
11
11
void Gpio_select(void)
{
EALLOW;
  GpioMuxRegs.GPAMUX.all = 0x0;
  GpioMuxRegs.GPAMUX.bit.T1PWM_GPIOA6 = 1; // T1PWM activo
  GpioMuxRegs.GPAMUX.bit.T2PWM_GPIOA7 = 1; // T2PWM activo
  GpioMuxRegs.GPBMUX.all = 0x0;
  GpioMuxRegs.GPDMUX.all = 0x0;
  GpioMuxRegs.GPFMUX.all = 0x0;
```

```
GpioMuxRegs.GPEMUX.all = 0x0;
    GpioMuxRegs.GPGMUX.all = 0x0;
    GpioMuxRegs.GPADIR.all = 0x0; // Puerto como entrada.
    GpioMuxRegs.GPBDIR.all = 0x00FF; // Puerto como entrada/salida.
    GpioMuxRegs.GPDDIR.all = 0x0; // Puerto como entrada.
    GpioMuxRegs.GPEDIR.all = 0x0; // Puerto como entrada.
    GpioMuxRegs.GPFDIR.all = 0x00FF; // Puerto como entrada/salida.
    GpioMuxRegs.GPGDIR.all = 0x0; // Puerto como entrada.
    GpioMuxRegs.GPAQUAL.all = 0x0;
    GpioMuxRegs.GPBQUAL.all = 0x0;
    GpioMuxRegs.GPDQUAL.all = 0x0;
    GpioMuxRegs.GPEQUAL.all = 0x0;
   EDIS;
}
void SpeedUpRevA(void)
{
   EALLOW;
   DevEmuRegs.MORAMDFT = 0x0300;
   DevEmuRegs.M1RAMDFT = 0x0300;
   DevEmuRegs.LORAMDFT = 0x0300;
   DevEmuRegs.L1RAMDFT = 0x0300;
   DevEmuRegs.HORAMDFT = 0x0300;
   EDIS;
}
void InitSystem(void)
{
   EALLOW;
    SysCtrlRegs.WDCR= 0x00E8; // Setup the watchdog
                              // 0x00E8 to disable the Watchdog ,
                              // Prescaler = 1
                              // OxOOAF to NOT disable the Watchdog,
                              // Prescaler = 64
```
```
SysCtrlRegs.SCSR = 0; // El Watchdog genera un RESET
    SysCtrlRegs.PLLCR.bit.DIV = 10; // Setup the Clock PLL to multiply by 5
                              // Frecuencia interna igual a
                              // Frec_int = 10/2*Frec_ext
                              // Frec_int = 10/2*30 MHz = 150 MHz.
    SysCtrlRegs.HISPCP.all = 0x0; // Setup Highspeed Clock Prescaler
                              // to divide by 1
                              // Frecuencia disponible para
                              // Event Manager y ADC
                              // Frec = 150 MHz.
    SysCtrlRegs.LOSPCP.all = 0x2; // Setup Lowspeed CLock Prescaler
                              // to divide by 4
    // Bits de habilitacion de los clocks para los periféricos seleccionados.
    SysCtrlRegs.PCLKCR.bit.EVAENCLK=1; //Clock del Event Manager A habilitado.
    SysCtrlRegs.PCLKCR.bit.EVBENCLK=0;
    SysCtrlRegs.PCLKCR.bit.SCIAENCLK=0;
    SysCtrlRegs.PCLKCR.bit.SCIBENCLK=0;
    SysCtrlRegs.PCLKCR.bit.MCBSPENCLK=0;
    SysCtrlRegs.PCLKCR.bit.SPIENCLK=0;
    SysCtrlRegs.PCLKCR.bit.ECANENCLK=0;
    SysCtrlRegs.PCLKCR.bit.ADCENCLK=1; //Clock del ADC habilitado.
   EDIS;
}
/*****Funciones de servicio a interrupción******/
//
//
interrupt void T2_Compare_isr(void)
{
   medir_variables();
    curvas_calibracion();
```

```
medir_variables();
   curvas_calibracion();
   calculo_referencia();
   conjunto();
   calculo_d();
   PWM();
  // Reset T2 Compare Interrupt Flag
  EvaRegs.EVAIFRB.bit.T2CINT = 1;
  // Acknowledge this interrupt to receive more interrupts from group 3
  PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP3;
}
/*****Funciones para el calculo de la senal de control******/
//
11
/**Determinacion del conjunto**/
11
//
void conjunto(void)
{
/************Variables que calcula********/
//
11
      //zona; Conjunto al que pertenece el estado.
      //E1; Energia del estado actual.
      //Eref; Energia del estado de referencia.
      //vcorecta; Modo I.
11
//
/******Subconjuntos.*********/
//
11
```

```
11
     zona_0 --> Fuera de limites
11
     zona_1 --> gamma_I (iLmin, iLref)
11
     zona_2 --> gamma_II (iLref,iLmax)
11
     zona_3 --> Psi_I (iLmin,iLmax)
11
     zona_4 --> Psi_II (iLmin,iLmax)
11
11
zona=0; // Asignacion por defecto.
//Calculo de la energia del estado de referencia.
   Eref=_IQmpy(_IQ(Co),_IQmpy((vcoref-X[2]),(vcoref-X[2])))+
   +_IQmpy(_IQ(L),_IQmpy((iLref-Io),(iLref-Io)));
//Calculo de la energia del estado actual.
   E1=_IQmpy(_IQ(Co),_IQmpy((X[3]-X[2]),(X[3]-X[2])))+
   +_IQmpy(_IQ(L),_IQmpy((X[1]-Io),(X[1]-Io)));
//Variable para el modo I.
   if (X[2]!=_IQ(0)){
       vcorecta=_IQmpy(_IQdiv(Io,X[2]),
       _IQmpy(_IQdiv(_IQ(L),_IQ(Co)),(iLref-X[1])))+vcoref;
   }
   else {
       vcorecta=_IQmpy(_IQ(1.3001),X[3]);
   }
/*****Determinacion del conjunto*******/
   if ((X[1]>=_IQ(iLmin))&&(X[1]<=iLref)){</pre>
```

```
if (X[3]<vcorecta)
           zona=3;
       if (X[3]>vcorecta)
          zona=4;
   }
   if ((X[1]<=_IQ(iLmax))&&(X[1]>iLref)){
       if (E1<Eref)
          zona=3;
       if (E1>Eref)
          zona=4;
   }
   if (zona==0){
       if ((X[1]>=_IQ(iLmin))&&(X[1]<iLref))</pre>
          zona=1;
       if ((X[1]<=_IQ(iLmax))&&(X[1]>=iLref))
          zona=2;
   }
}
11
//
/*******************************/
/**Determinacion de la senal d**/
11
11
void calculo_d(void)
{
/**********Variables calculadas********/
//
```

```
//
          //d1; Senal de control.
          //conf; Operacion de trabajo.
11
//
/*******Subconjuntos.************/
//
//
   //zona_0 --> Fuera de limites
   //zona_1 --> gamma_I (iLmin,iLref)
   //zona_2 --> gamma_II (iLref,iLmax)
   //zona_3 --> Psi_I
                      (iLmin,iLmax)
   //zona_4 --> Psi_II
                       (iLmin, iLmax)
   11
   11
   //Configuraciones.
   11
   11
   //conf_0 --> {q2,q1}
   //conf_1 --> {q1,q2}
   11
   11
   switch (zona){
    case 1:
       //%%%%% ZONA 1 --> gamma_I %%%%%
       //%%%Configuracion 1
       //
       conf=1;
       Dist_tau1=_IQmag((X[1]-iLref),(X[3]-vcoref));
       calcula_X_T();
```

```
Dist_T=_IQmag((X[1]-X_T[1]),(X[3]-X_T[3]));
   if (Dist_tau1>=Dist_T){
       d1=_IQ(0);
   else{
       d1=_IQ(1)-_IQdiv(Dist_tau1,Dist_T);temp0=d1;
   }
break;
case 2:
   //%%%%% ZONA 2 --> gamma_II %%%%%
   //%%%Configuracion 0
   11
   conf=0;
   Dist_tau1=_IQmag((X[1]-iLref),(X[3]-vcoref));
   calcula_X_T();
   Dist_T=_IQmag((X[1]-X_T[1]),(X[3]-X_T[3]));
   if (Dist_tau1>=Dist_T)
       d1=_IQ(1);
   else{
       //d1=_IQ(1)-_IQdiv(Dist_tau1,Dist_T);
       d1=_IQdiv(Dist_tau1,Dist_T);temp2=d1;
   }
break;
case 3:
   //%%%%% ZONA 3 --> Psi_I %%%%%
   //%%%Configuracion 1
```

```
//
conf=1;
calcula_X_T();
Dist_T=_IQmag((X[1]-X_T[1]),(X[3]-X_T[3]));
if (X[2]!=_IQ(0)){
    m=-_IQdiv(_IQmpy(Io,_IQ(L)),_IQmpy(X[2],_IQ(Co)));
    a=X[3]-X[2]-_IQmpy(m,X[1]);
    b=Eref-_IQmpy(_IQ(L),_IQmpy(Io,Io));
    d=_IQmpy(_IQ(Co),_IQmpy(m,m))+_IQ(L);
    e=_IQmpy(_IQ(2),(_IQmpy(_IQ(Co),_IQmpy(a,m))-_IQmpy(Io,_IQ(L))));
    f=_IQmpy(_IQ(Co),_IQmpy(a,a))-b;
    Xc1=_IQdiv((-e+_IQsqrt(_IQmpy(e,e)-_IQmpy(_IQ(4),_IQmpy(d,f))))
    ,_IQmpy(_IQ(2),d));
    Xc3=X[3]+_IQmpy(m,(Xc1-X[1]));
}
else{
    Xc1=X[1];
    Xc3=X[2]+_IQmpy(_IQisqrt(_IQ(Co)),_IQsqrt(Eref-_IQmpy(_IQ(L)
    ,_IQmpy((Xc1-Io),(Xc1-Io))));
}
Dist_tau1=_IQmag((X[1]-Xc1),(X[3]-Xc3));
if (Dist_tau1>=Dist_T)
    d1=IQ(0);
else{
```

```
d1=_IQ(1)-_IQdiv(Dist_tau1,Dist_T);temp3=d1;
   }
   if (X_T[1]>=_IQ(iLmax)){
       d1=_IQ(1)-_IQdiv((X[1]-_IQ(iLmax)),(X[1]-X_T[1]));
       conf=1;
       temp4=d1;
   }
break;
case 4:
   //%%%%% ZONA 4 --> Psi_II %%%%%
  //%%%Configuracion 0
   11
   conf=0;
   calcula_X_T();
  Dist_T=_IQmag((X[1]-X_T[1]),(X[3]-X_T[3]));
   if (X[2]!=_IQ(0)){
       m=-_IQdiv(_IQmpy(Io,_IQ(L)),_IQmpy(X[2],_IQ(Co)));
       a=vcoref-X[2]-_IQmpy(m,iLref);
       b=E1-_IQmpy(_IQ(L),_IQmpy(Io,Io));
       d=_IQmpy(_IQ(Co),_IQmpy(m,m))+_IQ(L);
       e=_IQmpy(_IQ(2),(_IQmpy(_IQ(Co),_IQmpy(a,m))-_IQmpy(Io,_IQ(L))));
       f=_IQmpy(_IQ(Co),_IQmpy(a,a))-b;
       Xc1=_IQdiv((-e-_IQsqrt(_IQmpy(e,e)-_IQmpy(_IQ(4),_IQmpy(d,f))))
       ,_IQmpy(_IQ(2),d));
       Xc3=vcoref+_IQmpy(m,(Xc1-iLref));
```

```
}
 else{
     Xc1=X[1];
     Xc3=X[2]+_IQisqrt(_IQ(Co))*_IQsqrt(Eref-_IQmpy(_IQ(L)
     ,_IQmpy((Xc1-Io),(Xc1-Io))));
 }
 Dist_tau1=_IQmag((X[1]-Xc1),(X[3]-Xc3));
 if (Dist_tau1-Dist_T>=_IQ(0)){
     d1=_IQ(1);jj=9;temp5=d1;
 }
 else{
     d1=_IQdiv(Dist_tau1,Dist_T);temp6=d1;
 }
 difer=_IQmag((X[1]-X_T[1]),(X[3]-X_T[3]))-_IQmag((X[1]-iLref)
 ,(X[3]-vcoref));
 if (difer >= _IQ(0)){
     d1=_IQ(1);
 }
 if (X_T[1] \leq IQ(iLmin))
     d1=_IQdiv((X[1]-_IQ(iLmin)),(X[1]-X_T[1]));
     conf=0;
     temp8=d1;
 }
if (X_T[3]<_IQ(0)){
     d1=_IQdiv(X[3],(X[3]+X_T[3]));
     conf=0;
     temp9=d1;
```

```
break;
     default:
        //%%%%%ZONA 0%%%%%
        //%%%Configuracion -1
        //%%%Fuera de los limites de trabajo
        if (X[1]>_IQ(iLmax)){
            conf=1;
            d1=_IQ(1);
        }
        else{
            conf=0;
            d1=_IQ(0);
        }
     break;
  }
/********************************/
/**Determinacion de X_T**/
void calcula_X_T(void)
```

} 11 //

// 11

{

```
if(conf==1){
            X_T[0]=0;
            X_T[1]=_IQmpy(_IQ(Ad111),X[1])+_IQmpy(_IQ(Ad112),X[2])+
            +_IQmpy(_IQ(Ad113),X[3])+_IQmpy(_IQ(Id11),Io);
            X_T[2]=_IQmpy(_IQ(Ad121),X[1])+_IQmpy(_IQ(Ad122),X[2])+
            +_IQmpy(_IQ(Ad123),X[3])+_IQmpy(_IQ(Id12),Io);
            X_T[3]=_IQmpy(_IQ(Ad131),X[1])+_IQmpy(_IQ(Ad132),X[2])+
            +_IQmpy(_IQ(Ad133),X[3])+_IQmpy(_IQ(Id13),Io);
     }
     else{
            X_T[0] = 0;
            X_T[1]=_IQmpy(_IQ(Ad211),X[1])+_IQmpy(_IQ(Ad212),X[2])+
            +_IQmpy(_IQ(Ad213),X[3])+_IQmpy(_IQ(Id21),Io);
            X_T[2]=_IQmpy(_IQ(Ad221),X[1])+_IQmpy(_IQ(Ad222),X[2])+
            +_IQmpy(_IQ(Ad223),X[3])+_IQmpy(_IQ(Id22),Io);
            X_T[3]=_IQmpy(_IQ(Ad231),X[1])+_IQmpy(_IQ(Ad232),X[2])+
            +_IQmpy(_IQ(Ad233),X[3])+_IQmpy(_IQ(Id23),Io);
     }
}
/**Determinacion de X con el retardo**/
//
11
void delay_medida(void)
{
       if ((conf==1 && d1>_IQ(del))||(conf==0 && d1<(_IQ(1)-_IQ(del)))){
            if (conf==0){
                  X[0]=0;
                  X[1]=_IQmpy(_IQ(Add111),Xs[1])+_IQmpy(_IQ(Add112),Xs[2])+
                  +_IQmpy(_IQ(Add113),Xs[3])+_IQmpy(_IQ(Idd11),Io);
                  X[2]=_IQmpy(_IQ(Add121),Xs[1])+_IQmpy(_IQ(Add122),Xs[2])+
```

```
+_IQmpy(_IQ(Add123),Xs[3])+_IQmpy(_IQ(Idd12),Io);
           X[3]=_IQmpy(_IQ(Add131),Xs[1])+_IQmpy(_IQ(Add132),Xs[2])+
           +_IQmpy(_IQ(Add133),Xs[3])+_IQmpy(_IQ(Idd13),Io);
     }
     else{
           X[0]=0;
           X[1]=_IQmpy(_IQ(Add211),Xs[1])+_IQmpy(_IQ(Add212),Xs[2])+
           +_IQmpy(_IQ(Add213),Xs[3])+_IQmpy(_IQ(Idd21),Io);
           X[2]=_IQmpy(_IQ(Add221),Xs[1])+_IQmpy(_IQ(Add222),Xs[2])+
           +_IQmpy(_IQ(Add223),Xs[3])+_IQmpy(_IQ(Idd22),Io);
           X[3]=_IQmpy(_IQ(Add231),Xs[1])+_IQmpy(_IQ(Add232),Xs[2])+
           +_IQmpy(_IQ(Add233),Xs[3])+_IQmpy(_IQ(Idd23),Io);
     }
else{
     if (conf==1){
         X[0]=0;
         X[1]=Xs[1]+_IQmpy(Ade112,Xs[2]);
         X[2] = -IQmpy(Ade121, Xs[1]) + Xs[2];
         X[3]=Xs[3]-_IQmpy(Ide13,Io);
         X[0]=0;
         X[1]=Xs[1]+_IQmpy(Ade212,Xs[2])-_IQmpy(Ade213,Xs[3]);
         X[2] = -IQmpy(Ade221, Xs[1]) + Xs[2];
         X[3]=_IQmpy(Ade231,Xs[1])+Xs[3]-_IQmpy(Ide23,Io);
     }
     else{
```

```
X[0]=0;
                X[1]=Xs[1]+_IQmpy(Ade212,Xs[2])-_IQmpy(Ade213,Xs[3]);
                X[2] = -IQmpy(Ade221, Xs[1]) + Xs[2];
                X[3]=_IQmpy(Ade231,Xs[1])+Xs[3]-_IQmpy(Ide23,Io);
                X[0]=0;
                X[1]=Xs[1]+_IQmpy(Ade112,Xs[2]);
                X[2] = -IQmpy(Ade121, Xs[1]) + Xs[2];
                X[3]=Xs[3]-_IQmpy(Ide13,Io);
            }
        }
}
/**Determinacion de las constantes del retardo**/
11
11
void constantes_delay(void)
ſ
         if (conf==1){
                Tt=_IQmpy((_IQ(del)-d1),T);
                Ade112=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(L)),Tt);
                Ade121=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Ci)),Tt);
                Ide13=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Co)),Tt);
                Tt=IQmpy(d1,T);
                Ade212=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(L)),Tt);
                Ade213=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(L)),Tt);
                Ade221=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Ci)),Tt);
                Ade231=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Co)),Tt);
                Ide23=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Co)),Tt);
         }
         else{
```

```
Tt=_IQmpy((_IQ(del)-(_IQ(1)-d1)),T);
                Ade212=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(L)),Tt);
                Ade213=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(L)),Tt);
                Ade221=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Ci)),Tt);
                Ade231=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Co)),Tt);
                Ide23=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Co)),Tt);
                Tt=IQmpy((IQ(1)-d1),T);
                Ade112=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(L)),Tt);
                Ade121=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Ci)),Tt);
                Ide13=_IQmpy(_IQdiv(_IQ(1),_IQ(Co)),Tt);
         }
}
/**Calculo de la referencia**/
11
11
void calculo_referencia(void)
{
        a=_IQ(Rci)+_IQ(Rl); b=X[2]; c=_IQmpy(Io,vcoreff);
//****Operaciones especiales.*****
//
//
        /*if(Io<_IQ(-1.2)){</pre>
           iLref=_IQ(-1.);
           temp=_IQmpy(iLref,iLref);
           vcoref=_IQdiv(_IQmpy(iLref,X[2]),Io)-
           -_IQdiv(_IQmpy(temp,_IQ(0.35)),Io);
        }
        else{
```

```
iLref=Io;
       vcoref=X[2];
     }
     if(Io>_IQ(0.75)){
       iLref=_IQ(1);
       temp=_IQmpy(iLref,iLref);
       vcoref=_IQdiv(_IQmpy(iLref,X[2]),Io);
     }
     else{
       iLref=Io;
       vcoref=X[2];
     }*/
//****Carga y descarga.*****
     if(Io>=_IQ(0)){
       temp=_IQdiv((X[2]-_IQmpy(_IQ(R1),Io)),_IQ(R1));
       temp1=_IQdiv(_IQmpy(vcoref,Io),_IQ(R1));
       temp2=_IQmpy(temp,temp);
```

// //

```
temp3=_IQmpy(_IQ(4),temp1);
           temp4=_IQsqrt(temp2-temp3);
           iLref=_IQdiv((temp-temp4),_IQ(2));
        }
        else{
           iLref=-_IQdiv((_IQmpy(_IQ(-1),b)+_IQsqrt(_IQmpy(b,b)-
           -_IQmpy(_IQ(4),_IQmpy(a,c)))),_IQmpy(_IQ(2),a));
        }
void PWM(void)
     GpioDataRegs.GPBDAT.all =0x0001; //F=1 Sistema siempre habilitado.
     if (conf==1){
        EvaRegs.GPTCONA.bit.T1PIN = 2; //Pulso desplazado a la derecha.
        EvaRegs.T1CMPR=_IQmpyI32int((_IQ(1)-d1),T1pr); //Se actualiza
                                                        //el pulso, a <-- d1.
     }
     else{
        EvaRegs.GPTCONA.bit.T1PIN = 1; //Pulso desplazado a la izquierda.
        EvaRegs.T1CMPR=_IQmpyI32int(d1,T1pr); //Se actualiza
                                               //el pulso, a <-- d1.
     }
/**Conversion de las variables**/
```

{

```
11
//
void medir_variables(void)
{
IO=AdcRegs.ADCRESULT0>>4;
vco=AdcRegs.ADCRESULT1>>4;
iL=AdcRegs.ADCRESULT2>>4;
vci=AdcRegs.ADCRESULT3>>4;
Io=_IQmpy(_IQdiv(I0,4094),_IQ(3));
Xs[3]=_IQmpy(_IQdiv(vco,4094),_IQ(3));
Xs[1]=_IQmpy(_IQdiv(iL,4094),_IQ(3));
Xs[2]=_IQmpy(_IQdiv(vci,4094),_IQ(3));
}
/**Aplicacion de la curva de calibracion**/
11
11
void curvas_calibracion(void)
{
   Xs[1]=_IQmpy(_IQ(1.83),(Xs[1]-_IQ(1.48)));
   Xs[2]=_IQmpy(_IQ(3.84),(Xs[2]+_IQ(0.000)));
   Xs[3]=_IQmpy(_IQ(10.0),(Xs[3]-_IQ(0.017)));
   if(Io>1.51){
     Io=Io-_IQ(1.51);
   }
   else{
     Io=Io-_IQ(1.51);
   }
}
//
11
/********************/
```

// Fin del codigo fuente.

//=----

B.2. Mapa de memoria

```
/*
11
// Archivo: Tesis.cmd
11
// TÍTULO: Mapa de memoria
11
11
// Ver | dd mmm aaaa | Quien | Descripción de cambios
// 1.00| 16 Ago 2007 | A.R. |
11
  11
    Τ
           1
              1
*/
MEMORY
ſ
PAGE 0 :
 VECTORS(R) : origin = 0x000000, length = 0x000040
       : origin = 0x000100, length = 0x000300
 RAMMO(R)
 BOOT(R)
       : origin = 0x3F8000, length = 0x000080
        : origin = 0x3F8080, length = 0x001F00
 PRAMHO(R)
 RESET(R) : origin = 0x3FFFC0, length = 0x000002
```

```
PAGE 1 :
                       : origin = 0x000400, length = 0x000400
  PAGE 1 : RAMM1(RW)
  PAGE 1 : RAMLOL1(RW) : origin = 0x008000, length = 0x002000
}
SECTIONS
{
   .intvecs
                   : > VECTORS,
                                    PAGE = 0 /* Vectores de interrupcion */
   ramfuncs
                   : > PRAMHO
                                    PAGE = 0
   .text
                   : > PRAMHO,
                                    PAGE = 0
   .rtdx_text
                 : > PRAMHO,
                                  PAGE = 0
   .switch
                   : > PRAMHO,
                                    PAGE = 0
   .pinit
                   : > PRAMHO,
                                    PAGE = 0
   .cinit
                   : > RAMMO,
                                    PAGE = 0
                    : > RESET,
                                    PAGE = 0, TYPE = DSECT /* no utilizada */
   .reset
                                    PAGE = 1
   .stack
                   : > RAMM1,
                   : > RAMLOL1,
                                    PAGE = 1
   .ebss
                   : > RAMLOL1,
                                    PAGE = 1
   .econst
                                    PAGE = 1
   .esysmem
                    : > RAMLOL1,
                    : > RAMLOL1,
                                    PAGE = 1
   .data
                    : > RAMLOL1,
                                    PAGE = 1
   .rtdx_data
                    : > RAMLOL1,
                                    PAGE = 1
   .cio
                    : > RAMLOL1,
                                    PAGE = 1
   .const
                                    PAGE = 1
                    : > RAMLOL1,
   .bss
                    : > RAMLOL1,
                                    PAGE = 1
   .sysmem
   .boot > BOOT
   {
      -lrts2800_ml.lib<boot.obj>(.text)
   }
```

B.3. Inicialización de variables

```
/******Definicion del circuito.*******/
//
11
#define L
        0.003180
                //H
                //F
#define Ci
         250.0
                //F
#define Co 0.000100
#define Rci 0.0000
                //Ohm
#define Rl
               //Ohm
         1.000
#define Rco 0.0000
               //Ohm
//
11
/****Restricciones de las variables de control.*****/
//
11
#define iLmin
            -2.85
                     //A
#define iLmax
             2.85
                     //A
#define vcomin
             8.00
                     //V
#define vcomax
              24.00
                     //V
11
//
//
11
#define VCOREF
                    //V
              16
#define VCIREF
               8
                    //V
11
11
/*******Configuración del sistema*******/
```

```
//
11
                    10000
                               //Hz
#define frec
#define del
                    0.4
                               //delay
#define T1pr
                               //T1pr
                    15000
#define T1cmpr
                               //T1cmpr
                       0
#define T2pr
                               //T2pr
                    15000
#define T2cmpr
                    9000
                               //T2cmpr
#define T_d
                               //T
                    0.000100
#define Tt_d
                    0.000040
                               //Tt
11
//
/*****Coeficientes matrices X_T*********/
11
11
/**Ad1/Id1**/
11
11
#define Ad111
                   0.953925
#define Ad112
                   0.030716
#define Ad113
                   0.000000
#define Ad121
                   -0.00000
#define Ad122
                   1.000000
#define Ad123
                   0.000000
#define Ad131
                   0.000000
#define Ad132
                   0.000000
#define Ad133
                   1.000000
#define Id11
                   0.000000
#define Id12
                   0.000000
#define Id13
                   -1.0000
11
//
/**Ad2/Id2**/
//
//
```

```
#define Ad211
                  0.938728
#define Ad212
                  0.030556
#define Ad213
                  -0.030556
#define Ad221
                  -0.00000
#define Ad222
                  1.000000
#define Ad223
                  0.00000
#define Ad231
                  0.971670
#define Ad232
                  0.015439
#define Ad233
                  0.984561
#define Id21
                  -0.015931
#define Id22
                  -0.000001
#define Id23
                  -1.042499
11
11
/*****Coeficientes matrices X_Tt********/
11
11
/**Add1/Idd1**/
11
11
#define Add111
                   0.981309
#define Add112
                   0.012461
#define Add113
                   0.00000
#define Add121
                   -0.00000
#define Add122
                   1.000000
#define Add123
                   0.000000
#define Add131
                   0.00000
#define Add132
                   0.000000
#define Add133
                   1.000000
#define Idd11
                   0.000000
#define Idd12
                   0.000000
#define Idd13
                   -0.400000
11
//
/**Add2/Idd2**/
```

// // #define Add211 0.978826 #define Add212 0.012450 #define Add213 -0.012450 #define Add221 -0.00000 #define Add222 1.000000 #define Add223 0.000000 #define Add231 0.395918 #define Add232 0.002499 #define Add233 0.997501 #define Idd21 -0.002531 #define Idd22 -0.00000 #define Idd23 -0.407254 11 11

Bibliografía

- A. Ter-Gazarian. Energy storage for power system. IEE Energy Series 6, 1 edition, 1994.
- [2] P.F. Ribeiro, B.K. Johnson, M.L. Crow, A. Arsoy, and Y. Liu. Energy storage systems for advanced power applications. In *Proceedings of the IEEE*, pages 1744–1756. IEEE, 2001.
- [3] M. Korpaas, R. Hildrum, and A.T. Holen. Optimal operation of hydrogen storage for energy sources with stochastic input. In *Proceedings of the IEEE*. IEEE, 2003.
- [4] J. Mierlo, P. Bossche, and G. Maggetto. Models of energy sources for ev and hev: fuel cells, batteries, ultracapacitors, flywheels and engines-generators. *Journal of power sources*, 128:76–89, 2004.
- [5] R.B. Schainker. Executive overview: energy storage options for a sustainable energy future. In *Power Engineering Society General Meeting*, pages 2309–2314. IEEE, 2004.
- [6] F. Orecchini. The era of energy vectors. International Journal of Hydrogen Energy, 31:1951–1954, 2006.
- [7] G. Enriquez. Análisis moderno de sistemas eléctricos de potencia. Limusa, 2 edition, 1981.
- [8] T. Gönen. Modern power system analysis. Wiley, 1 edition, 1988.
- [9] R.C. Dugan, M.F. McGranaghan, S. Santoso, and H.W. Beaty. *Electrical power systems quality*. McGraw-Hill, 2 edition, 2002.
- [10] F. Barrero. Sistemas de energía eléctrica. Thomson, 1 edition, 2004.
- [11] B.M. Weedy. *Electric power systems*. Wiley, 3 edition, 1987.

- [12] C.E. Holland, J.W. Weidner, R.A. Dougal, and R.E. White. Experimental characterization of hybrid power systems under pulse current loads. *Journal of Power Sources*, 109:32–37, 2002.
- [13] L. Gao, R.A. Dougal, and S. Liu. Power enhancement of an actively controlled battery/ultracapacitor hybrid. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 20:236–243, 2005.
- [14] K. Furusawa, H. Sugihara, K. Tsuji, and Y Mitani. A new operation framework of demand-side energy storage system cooperated with power system. In *International Conference on Power System Technology*, 2004, pages 385 – 390. IEEE, 2004.
- [15] H.A. Catherino, J.F. Burgel, P.L. Shi, A. Rusek, and X. Zou. Hybrid power supplies: a capacitor-assisted battery. *Journal of Power Sources*, 162:965–970, 2006.
- [16] Z. Jiang and R.A. Dougal. A hybrid fuel cell power supply with rapid dynamic response and high peak-power capacity. APEC 2006, Twenty-first Annual IEEE, 2006.
- [17] W. Lajnef, J.M. Vinassa, O. Briat, S. Azzopardi, and E. Woirgard. Characterization methods and modeling of ultracapacitors for use as peak power sources. *Journal of Power Sources*, 168:553–560, 2007.
- [18] J.K. Kaldellis and D. Zafirakis. Optimum energy storage techniques for the improvement of renewable energy sources-based electricity generation economic efficiency. *Energy*, 32:2295–2305, 2007.
- [19] M. Amrhein and P.T. Krein. Dynamic simulation for analysis of hybrid electric vehicle system and subsystem interactions, including power electronics. *IEEE Transactions on* vehicular technology, 54:825–836, 2005.
- [20] D. Candusso, I. Valero, and A. Walter. Modelling, control and simulation of a fuel cell based power supply system with energy management. In *IEEE 2002 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society*, pages 1294–1299. IEEE, 2002.
- [21] Z. Jiang, L. Gao, M.J. Blackwelder, and R.A. Dougal. Desing and experimental test of control strategies for active hybrid fuel cell/battery power sources. *Journal of power* sources, 130:163–171, 2004.
- [22] Z. Jiang and R.A. Dougal. Synergetic control of power converter for pulse current charging of advanced batteries from a fuel cell power source. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 19(4):1140–1150, 2004.

- [23] C. Abbey and G. Joos. Supercapacitor energy storage for wind energy applications. *IEEE Transactions on Industrial Applications*, 43:769–776, 2007.
- [24] A. Andreotti, F. Mottola, M. Pagano, and G. Velotto. Desing of ultracapacitor based filter for isolated pv source feeding pulsing load. *Electric Power System Research*, In Press:xxx-xxx, 2007.
- [25] M. Ayad, S. Pierfederici, S. Raël, and B. Davat. Voltage regulated hybrid dc power using supercapacitors as energy storage device. *Journal of Energy conversion & management*, 48:2196–2202, 2007.
- [26] Z. Chlodnicki and W. Koczara. Supercapacitor storage application for reduction drive negative impact on supply grid. In *Compatibility in Power Electronics*, 2005. IEEE, pages 78–84. IEEE, 2005.
- [27] I. Galkin, A. Stepanov, and J. Laugis. Outlook of usage of supercapacitors in uninterruptible power supplies. In *Baltic Electronics Conference*, 2006 International, pages 1–4. IEEE, 2006.
- [28] A. Rufer, D. Hotellier, and P. Barrade. A supercapacitor-based energy storage substation for voltage compensation in weak transportation networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 19:629–636, 2004.
- [29] F. Ciancetta, A. Ometto, and N. Rotondale. Supercapacitor to provide current step variation in fc pem. In *IEEE Symposium on Virtual Environments, Human-Computer Interfaces and Measurement Systems*, pages 439–443. IEEE, 2007.
- [30] L. Gao, Z. Jiang, and R.A. Dougal. An actively controlled fuel cell/battery hybrid to meet pulsed power demands. *Journal of Power Sources*, 130:202–207, 2003.
- [31] Y. Wu and H. Gao. Optimization of fuel cell and supercapacitor for fuel-cell electric vehicles. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 55:1748–1755, 2006.
- [32] M. Becherif, M.Y. Ayad, and A. Miraoui. Modeling and passivity-based control of hybrid sources: fuel cell and supercapacitors. In *Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE*, pages 1134–1139. IEEE, 2006.
- [33] S. Lemofouet and A. Rufer. A hybrid energy storage system based on compressed air and supercapacitors with maximum efficiency point tracking (mept). *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53:1105–1115, 2006.

- [34] A. Rufer and S. Lemofouet. Energetic performance of a hybrid energy storage system based on compressed air and super capacitors. In *Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 2006. International Symposium on*, pages 469–474. IEEE, 2006.
- [35] W. Lhomme, P. Delarue, P. Barrade, A. Bouscayrol, and A. Rufer. Design and control of a supercapacitor storage system for traction applications. In *Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005*, pages 2013–2020. IEEE, 2005.
- [36] J. Moreno, M. Ortuzar, and J. Dixon. Energy-management system for a hybrid electric vehicle, using ultracapacitors and neural networks. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 53:614–623, 2006.
- [37] A. Napoli, F. Crescimbini, L. Solero, F. Carricchi, and F.G. Capponi. Multiple-input dc-dc power converter for power-flow management in hybrid vehicles. In *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, pages 1578–1585. IEEE, 2006.
- [38] M. Ortuzar, J. Dixon, and J. Moreno. Design, construction and performance of a buck-boost converter for an ultracapacitor-based auxiliary energy system for electric vehicles. In *The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, pages 2889–2894. IEEE, 2003.
- [39] M. Ortuzar, J. Moreno, and J. Dixon. Ultracapacitor-based auxiliary energy system for an electric vehicle: Implementation and evaluation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54:2147–2156, 2007.
- [40] A. Rufer and P. Barrade. A supercapacitor-based energy-storage system for elevators with commutated interface. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 38:1151–1159, 2002.
- [41] N.S. Zhai, D.L. Zhang, and D.G. Xu. Design and optimization for a supercapacitor application system. In *Power System Technology*, 2006. PowerCon 2006. International Conference on, pages 1–4. IEEE, 2006.
- [42] Y. Zhong, J. Zhang, G. Li, and A. Liu. Research on energy efficiency of supercapacitor energy storage system. In *Power System Technology*, 2006. PowerCon 2006. International Conference on, pages 1–4. IEEE, 2006.

- [43] B.E. Conway. Electrochemical supercapacitors: Scientific fundamentals and technological applications. Kluwer Academic/Plenum, New York, 1 edition, 1999.
- [44] R. Kötz and M. Carlen. Principles and applications of electrochemical capacitors. *Electrochimica Acta*, 53:2483–2498, 2002.
- [45] A. Burke. Ultracapacitors: why, how, and where is the technology. Journal of Power Sources, 91:37–50, 2001.
- [46] S. Buller, E. Karden, D. Kok, and R.W. Doncker. Modeling the dynamic behavior of supercapacitor using impedance spectroscopy. *IEEE Trans. on industry appl.*, 38:1622– 1626, 2002.
- [47] R. Martin, J.J. Quintana, A. Ramos, and I. Nuez. Modeling of electrochemical double layer capacitors by means of fractional impedance. *Computational and nonlinear dynamics*, ASME, In Press:xxx-xxx, 2008.
- [48] R. Martin, J.J. Quintana, A. Ramos, and I. Nuez. Modeling of electrochemical double layer capacitors by means of fractional impedance. In *Proceedings of the ASME*, *IDETC/CIE 2007.* ASME, 2007.
- [49] J.J. Quintana, A. Ramos, and I. Nuez. Identification of the fractional impedance of ultracapacitors. In *IFAC Workshop FDA*. IFAC, 2006.
- [50] F. Déniz, A. Ramos, J.J. Quintana, and I. Nuez. Identification of ultracapacitors by means of fractional impedance. In *Proceedings of ERCOFTAC*. ERCOFTAC, 2006.
- [51] N. Mohan, T.M. Undeland, and W.P. Robbins. Power electronics : converters, applications, and design. John Wiley & Sons, 3 edition, 2003.
- [52] M.H. Rashid. Electrónica de potencia : circuitos, dispositivos y aplicaciones. Pearson Educación, 3 edition, 2004.
- [53] S. Martínez and J.A. Gualda. Electrónica de potencia componentes, topologías y equipos. Thomson, 1 edition, 2006.
- [54] D.W. Hart. Electrónica de potencia. Prentice-Hall, 1 edition, 1997.
- [55] F. Caricchi, F. Crescimbini, G. Noia, and D. Pirolo. Experimental study of a bidirectional dc-dc converter for the dc link voltage control and the regenerative braking in pm motor drives devoted to electrical vehicles. APEC 1994, Ninth Annual IEEE, 1:381–386, 1994.

- [56] L. Jih-Sheng and J. Nelson. Energy management power converters in hybrid electric and fuel cell vehicles. In *Proceedings eo the IEEE*, pages 766–777. IEEE, 2007.
- [57] R.M. Schupbach and J.C. Balda. Comparing dc-dc converters for power management in hybrid electric vehicles. In *Electric Machines and Drives Conference*, 2003. IEMDC'03. IEEE International, pages 1369–1374. IEEE, 2003.
- [58] H. Tao, A. Kotsopoulos, J.L. Duarte, and M.A.M. Hendrix. Family of multiport bidirectional dc-dc converters. *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, 153:451–458, 2006.
- [59] F. Caricchi, F. Crescimbini, F.G. Capponi, and L. Solero. Study of bi-directional buck-boost converter topologies for application in electrical vehicle motor drives. In *Conference Proceedings*, *Thirteenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition.*, pages 293–293. IEEE, 1998.
- [60] S. Inoue and H. Akagi. A bi-directional dc/dc converter for an energy storage system. In Twenty Second Annual IEEE Applied Power Electronics Conference, pages 761 – 767. IEEE, 2007.
- [61] S. Kim and S Sul. Control of rubber tyred gantry crane with energy storage based on supercapacitor bank. *IEEE Transactions on Pwer Electronics*, 21:1420–1427, 2006.
- [62] Y.R.L. Jayawickrama and S. Rajakaruna. Ultracapacitor based ride-through system for a dc load. In *International Conference on Power System Technology*, 2004, pages 232–237. IEEE, 2004.
- [63] Y. Sung-Geun, L. Jae-Moon, P. Jong-Hu, L. In-Kyu, and B.H. Cho. A frequency controlled bidirectional synchronous rectifier converter for hev using super-capacitor. In *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual*, pages 135–140. IEEE, 2004.
- [64] A. Ramos, J.J. Quintana, R. Martin, and I. Nuez. Esquema de control para un convertidor de carga-descarga para supercondensadores. In SAAEI 2007, pages 43–48, 2007.
- [65] K. Ogata. Ingeniería de control moderna. Prentice-Hall Hispanoamericana, 2 edition, 1993.
- [66] K. Ogata. Sistemas de control en tiempo discreto. Pearson Prentice Hall, 2 edition, 1996.
- [67] R. Isermann. Digital control systems. Springer-Verlag, 1 edition, 1977.

- [68] S. Cuk and R.D. Middlebrook. A general unified approach to modeling switching dcto-dc converters in discontinuous conduction mode. Int. J. Electron., 42:36–57, 1977.
- [69] D. Czarkowski and M.K. Kazimierczuk. Static and dynamic circuit models of pwm buck derived dc-dc converters. *Circuits, Devices and Systems, IEEE Proceedings-G*, 45:2483–2498, 1992.
- [70] J. Sun and H. Grotstollen. Average modelling of switching power converters: Reformulation and theoretical basis. In *IEEE Power Electronics Specialist Conf. Rec.*, pages 1165–1172. IEEE, 1992.
- [71] P. Krein, J. Bentsman, R. Bass, and B. Lesieutre. On the use of averaging of power electronic systems. *IEEE Trans. Power Electronic*, 5:182–190, 1990.
- [72] S. Sanders, J. Noworolski, X. Liu, and G. Verghese. Generalized averaging method for power conversion circuits. In *IEEE Power Electronics Specialist Conf. Rec.*, pages 333–340. IEEE, 1990.
- [73] D. Maksimovic, A.M. Stankovic, V.J. Thottuvelil, and C. Verghese. Modeling and simulation of power electronic converters. In *Proceedings of the IEEE*, pages 898–912. IEEE, 2001.
- [74] A. Ramos, J.J. Quintana, and I. Nuez. Control strategies for series active power filter based on pulse width modulation. In CSIMTA International Conference, France, 2004. SEE.
- [75] J.J. Quintana, A. Ramos, R. Martín, and I. Nuez. Modelos lineales del convertidor buck mediante modulación de ancho de pulso. In SAAEI 2005. SAAEI, 2005.
- [76] R. Martin, J.J. Quintana, I. Nuez, and A. Ramos. Linear models of buck converters by means of pulse width modulation. In *MIC'06: Proceedings of the 25th IASTED* international conference on Modeling, indentification, and control, pages 43–48, 2006.
- [77] I. Nuez and V. Feliu. On the voltage pulse width modulation control of LC filters. IEEE Trans. On Circuits and Systems, 47:338–349, 2000.
- [78] A. Ramos, I. Nuez, and V. Feliu. Linearization method and control for series active power filter by means of pulse-width modulation. *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, 153:337–342, 2006.
- [79] F. Tahami, B. Mobed, and B. Molayee. On piecewise affined large-signal modeling of pwm converters. In in Proc. IEEE International Conference on Industrial Technology, pages 1419–1423. IEEE, 2006.

- [80] M. Athans and P.L. Falb. Optimal control: An introduction to the theory and its applications. McGraw Hill, 1966.
- [81] D.E. Kirk. Optimal control theory: An introduction. Mineola: Dover Publications, 2004.
- [82] J. Krupar, J. Lunze, A. Schild, and W. Schwarz. Analysis of discretely controlled continuous systems by means of embedded maps. *IEICE Trans. Fundam. Electron. Commun. Comput. Sci.*, E89-A(10):2697-2705, 2006.
- [83] A. Aroudi, M. Debbat, and L. Martinez-Salamero. Poncairé maps modeling and local orbital stability analisys of discontinuous piecewise affine periodically driven systems. *Nonlinear Dynamics*, 50:431–445, 2007.
- [84] A. Schaft and M. Schumacher. Introduction to hybrid dynamical systems. Springer-Verlag, London, 1 edition, 2000.
- [85] E. Zulueta, T. Rico, and I. Manero. Comportamiento dinámico del modelo híbrido de un circuito elevador. *Rev. iberoam. autom. inform. ind.*, 3(4):99–103, 2006.
- [86] G. De Sarrazin, A. Mejías, and F. Szigeti. On symbolic hybrid systems. Nonlinear analysis, 63:e595–e604, 2005.
- [87] P. Gupta and A. Patra. Hybrid mode-switched control of dc-dc boost converter circuits. IEEE Trans. on circuits and systems-II, 52:734–738, 2005.
- [88] H. Sira-Ramirez. Sliding motions in bilinear switched networks. *IEEE Transactions on circuits and systems*, 34:919–933, 1987.
- [89] H. Sira-Ramirez. A geometric approach to the feedback control of switch mode dc-to-dc power supplies. *IEEE Transactions on circuits and systems*, 35:1291–1298, 1988.
- [90] H. Sira-Ramirez. A geometric approach to pulse-width modullated control in nonlinear dynamical systems. *IEEE Transactions on automatic control*, 34:184–187, 1989.
- [91] F. Zenith and S. Skogestad. Control of fuel cell power output. Journal of Process Control, 17:333–347, 2007.
- [92] H. Batista and R.J. Mantz. Variable structure control of photovoltaic energy converter. *IEE Proc. Control Theory Appl.*, 149:303–310, 2002.
- [93] O. Gomis-Bellmunt, D. Montesinos-Miracle, S. Galceran-Arellano, and J. Rull-Duran. Sliding mode control based buck-boost bidirectional converter to drive piezoelectric loads. *Electrical Eng.*, 2007.

- [94] H. Sira-Ramirez, R. Marquez, F. Rivas-Echeverria, and O. Llanes-Santiago. Control de sistemas no lineales. Pearson Prentice Hall, Madrid, 1 edition, 2005.
- [95] H. Sira-Ramirez and R. Silva-Ortigoza. Control desing techniques in power electronics devices. Springer, London, 1 edition, 2006.
- [96] J.E. Slotine and W. Li. Applied nonlinear control. Prentice-Hall, USA, 1 edition, 1991.
- [97] G. Escobar, R. Ortega, H. Sira-Ramirez, J.P. Vilain, and I.[~] Zein. An experimental comparison of several nonlinear controllers for power converters. *Control Systems Magazine*, *IEEE*, 19:66–82, 1999.
- [98] G.F. Franklin, J.D. Powell, and M. Worman. Digital control of dynamic systems. Addison Wesley Longman, 3 edition, 1999.
- [99] V. Utkin. Sliding modes and their application in variable structure systems. Mir Moscow, 1978.
- [100] H. Sira-Ramirez and M. Rios-Bolivar. Sliding mode control of dc-to-dc power converter via extended linearization. *IEEE Trans. on circuits and systems*, 41:652–661, 1994.
- [101] H. Sira-Ramirez. Sliding mode control of dc-to-dc power converters via extended linearization. *IEEE Transactions on circuits and systems*, 41:652–661, 1994.
- [102] R. Martin, C. Medina, A. Ramos, and I. Nuez. Método unificado para el control en modo deslizamiento de los convertidores de potencia. In SAAEI 2002. SAAEI, 2002.
- [103] J.J. Quintana, I. Nuez, R. Martín, and A. Ramos. Control por deslizamiento de un convertidor buck de carga variable. In XXVI Jornadas de Automática. CEA-IFAC, 2005.