

SECCIÓN MONOGRÁFICA

PRESENTACIÓN:

La formación del profesorado de Matemáticas y la investigación en Didáctica de las Matemáticas

M. M. Socas

M. Camacho

Universidad de La Laguna

A. Morales

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Introducción

La revista *El Guiniguada* dedica una buena parte de este número a la Didáctica de las Matemáticas con la intención de ofrecer al lector un conjunto de trabajos (trece en total) relacionados con temas de investigación e innovación en educación matemática y en formación inicial y permanente del profesorado de Matemáticas, que se desarrolla en las dos universidades canarias.

El área de Didáctica de las Matemáticas es relativamente nueva en la universidad española, hace apenas unos quince años que se reconoció oficialmente. No obstante, puede constatarse un desarrollo creciente de las actividades de investigación e innovación en Didáctica de las Matemáticas, con la presencia de programas de doctorado, artículos en revistas y participación en numerosos congresos nacionales e internacionales. A este desarrollo no son ajenas las áreas de Didáctica de las Matemáticas de las dos universidades canarias.

Didáctica de las Matemáticas

Las Matemáticas se presenta en nuestros días no sólo como una disciplina formal que se construye lejos de nosotros y de nuestros intereses, sino más bien como un lenguaje que se manifiesta en todas las formas de expresión humana y que emerge como un derecho cultural esencial para todos los sujetos de la sociedad, y en consecuencia la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas debe desarrollar y profundizar en su dimensión educativa, planteándose nuevas metas y prioridades que desbordan el papel clásico atribuido a esta disciplina, y por esto toma cada vez mayor fuerza una nueva visión de las Matemáticas en el sistema escolar, que necesita de un nuevo espacio, la Didáctica de las Matemáticas, para su construcción y desarrollo.

En este sentido, debemos considerar la Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica emergente que estudia, para un campo de conocimiento particular (las Matemáticas), los fenómenos de su enseñanza, las condiciones de transmisión de la cultura matemática, y las condiciones de adquisición y evaluación del conocimiento matemático del que aprende, con presupuestos radicalmente opuestos a otras aproximaciones que conciernen a la enseñanza, como por ejemplo, la Pedagogía, en tanto que ésta ofrece reglas de enseñanza y aprendizaje independientes de los contenidos enseñados.

¹ Parece claro que en este planteamiento tenemos que admitir el carácter pluridisciplinar de la Didáctica de las Matemáticas y que ésta no puede ser

considerada como un apéndice técnico de teorías generales como las Matemáticas o la Didáctica General, dado que posee un triple carácter en el sentido de Benedito (1987):

Saber científico (*recibe aportaciones de otras ciencias, intenta elaborar teorías descriptivas, explicativas o axiomáticas de menor a mayor formalización, a partir de los resultados de la investigación; se proyecta sobre la tecnología; utiliza el método científico*), **saber tecnológico** (*es una actividad científicamente fundada, es decir, una ciencia aplicada que se inspira en el conocimiento científico; utiliza el método científico y el método tecnológico en el sentido de Bunge; se apoya en modelos y diseños progresivamente rigurosos y adecuados a la idiosincrasia de la Didáctica, con la evaluación de los resultados; está en continua interacción con la práctica*). Y **saber práctico** (*se nutre, o se ha de nutrir, de las normas, leyes o reglas derivadas del saber científico y del tecnológico; adapta la norma con flexibilidad a cada caso particular y no al revés; es un punto de partida de nuevos enfoques, revisiones e investigaciones destinados a mejorar el saber tecnológico y científico*) (p. 144).

Situándonos en un punto de vista práctico, la Didáctica de las Matemáticas tratará de describir y explicar los aspectos concretos y las relaciones que se dan entre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en el sistema educativo, abarcando el estudio de los fenómenos de su enseñanza, las condiciones de transmisión de esta cultura matemática, y las condiciones de adquisición y evaluación de este conocimiento matemático por el que aprende. De este modo, a través de la interpretación de la propia Matemática en términos epistemológicos y fenomenológicos, y mediante recursos sociológicos, psicológicos, pedagógicos, e incluso antropológicos pueden los procesos de enseñanza/aprendizaje ser interpretados y modelados para incidir positivamente en el sistema escolar.

Podemos señalar que la Didáctica de las Matemáticas se configura como una disciplina con características propias, multidisciplinar, y con un campo teórico y práctico específico; y aunque utiliza herramientas de áreas afines con sentido específico, este carácter multidisciplinar no quiere decir que consideremos la Didáctica de las Matemáticas como suma de todas ellas y que los profesores deben aprender las distintas teorías psico-socio-pedagógicas, lingüísticas, científicas y epistemológicas independientemente, sino que deben ser consideradas como fuentes con las que se relaciona necesariamente.

Es importante, finalmente, destacar el carácter profesional de la Didáctica de las Matemáticas que le une a la práctica docente y a los problemas concretos con los que se encuentran los profesores de Matemáticas. En este sentido, la Didáctica de las Matemáticas se aproxima cada vez más a un conocimiento más preciso de los fenómenos de enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas que se desarrollan en el aula.

Investigación e innovación en Didáctica de las Matemáticas

Desde una perspectiva general, la investigación educativa se puede considerar como un proceso sistemático, controlado y objetivo, dirigido hacia el desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos científicos acerca de la educación, que debería capacitar al educador para determinar qué tipo de enseñanza y qué condiciones de aprendizaje debe proporcionar al educando para obtener conductas predeterminadas. La investigación educativa permite un mejor entendimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje y de las condiciones en las cuales se puede realizar para obtener una óptima eficacia. Su propósito específico consiste en facilitar información o conocimiento a quienes tienen la responsabilidad de tomar decisiones en el campo educativo, mediante las cuales la educación resulte más eficaz. Atendiendo a su finalidad, algunos autores consideran que la investigación puede clasificarse como básica o aplicada. La investigación básica trata de aportar nuevos elementos a un determinado cuerpo científico de conocimientos y de integrarlos en su estructura. La investigación aplicada pretende resolver los problemas prácticos concretos valiéndose del conocimiento científico acumulado; incluye tanto trabajos de tipo empírico, como de decisión y desarrollo. Puede considerarse que la investigación básica en Didáctica de las Matemáticas tiene sus principales componentes dentro de los campos de la Psicología, Pedagogía, Sociología, etc., mientras que en la aplicada aparecen como un factor esencial los propios contenidos de las Matemáticas.

Kilpatrick (1993) indica que esta clasificación parece estar perdiendo vigencia, dado que para algunos investigadores las características de básica y aplicada no lo son del estudio de investigación propiamente dicho, sino que más bien describen el uso que se puede hacer de tales investigaciones. Así, un informe sobre una investigación será básico o aplicado según la propia interpretación del usuario. Esto es, si el informe ayuda al investigador, se tratará para él de una investigación «básica» (sin atender a las consideraciones del propio autor del trabajo) y si ésta ayuda a resolver un problema práctico, se considerará «aplicada».

Gutiérrez (1991), a este respecto, considera igualmente que la investigación puede ser clasificada en teórica y práctica y coincide con lo ya indicado en el comienzo de este párrafo sobre la investigación básica y aplicada. En lo tocante a las investigaciones teóricas señala que en ellas se enmarcan los trabajos de elaboración de teorías de enseñanza o de aprendizaje que, como ya comentamos, deben abordar las diferentes componentes matemáticas, psicológicas y pedagógicas, y nosotros añadimos, sociológicas, epistemológicas

y fenomenológicas, que intervienen en los procesos de comprensión y aprendizaje de las Matemáticas: *Procesos y capacidades de razonamiento, estrategias de enseñanza, niveles de comprensión, obstáculos en el aprendizaje, formación o modificación de redes conceptuales, etc.* (p. 153).

Aparecen aquí dos clases de teorías: las específicas sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas (Skemp, Dienes, Van Hiele) y las teorías más generales como la de Piaget, Vygotsky, constructivismo, constructivismo social, etc.

Con respecto a las investigaciones prácticas, este mismo autor señala que dichas investigaciones son a las que se dedican un mayor número de investigadores. En este tipo de investigaciones se trata de estudiar alguna parcela de la enseñanza o el aprendizaje de las Matemáticas, analizando los procesos de aprendizaje de los alumnos, las dificultades y errores de los alumnos en el desarrollo de un método de enseñanza, etc. Se incluyen aquí tanto las investigaciones centradas en descifrar aspectos específicos de un tema concreto, como aquellas investigaciones que tratan de sistematizar y completar resultados.

En nuestro país, la investigación en Educación Matemática se encuentra cimentando también su propia identidad (Rico y Sierra, 1994), ya que hace prácticamente quince años que la comunidad de educadores matemáticos ha empezado a preocuparse de la investigación. A partir de 1984, con la creación de los departamentos universitarios y la institucionalización del Área de Conocimiento en la Universidad española comienza la apertura de un nuevo panorama de la Educación Matemática; con anterioridad a esta fecha el trabajo había tenido un carácter puramente voluntarista, a cargo, principalmente, de grupos de profesores de Escuelas de Magisterio y de Enseñanza Media, estando buena parte de la actividad que se realizaba más cerca de la innovación o experimentación educativa que de la investigación propiamente dicha.

Existen diferentes concepciones sobre lo que es una innovación en Matemáticas, y en general en otras áreas del conocimiento. En términos generales se puede decir que una innovación en la enseñanza de las Matemáticas es cualquier aspecto nuevo para los elementos que constituyen el sistema escolar (matemáticos, educadores matemáticos, investigadores en Didáctica de las Matemáticas, institución escolar, evaluadores del sistema educativo, padres y alumnos). Esto implica que la noción de innovación depende de los individuos que componen el sistema escolar, es decir, puede ocurrir que lo que es innovación para una persona o institución no lo sea para las otras.

González y Escudero (1987) consideran la innovación educativa como una serie de procesos deliberados y sistemáticos por medio de los cuales se in-

tenta introducir y promocionar ciertos cambios en las prácticas educativas vigentes. Procesos que son, a su vez, reflejo de una serie de dinámicas explícitas que pretenden alterar las ideas, concepciones y metas, contenidos y prácticas escolares, en alguna dirección renovadora respecto a la existente.

La evaluación de la efectividad o no de la innovación es el eslabón que vincula la innovación con la investigación educativa. La posición que toma la investigación desde esta perspectiva evaluadora de la innovación es entender las potencialidades y dificultades que genera la innovación desde el análisis de las complejas interacciones que se dan entre una innovación, los elementos implicados y sus objetivos, es decir, mostrar lo que realmente está pasando con la utilización de un nuevo aspecto del currículo, un nuevo producto, un nuevo material, una nueva idea, etc., en la escuela y lo que se necesita hacer a partir de ello.

A propósito de la relación investigación/innovación, Gutiérrez (1991) señala que es importante distinguir entre lo que se entiende por innovación (elaboración de actividades o grupos de actividades para mejorar la comprensión de los alumnos en un tema determinado) y lo que se entiende por investigación en sí misma, dado que la innovación adolece de falta de algunos componentes básicos de la actividad investigadora, como son:

- Una planificación que tenga en cuenta los conocimientos disponibles sobre el tema y no sólo la experiencia personal acumulada por el profesor.
- La situación del trabajo que se va a realizar dentro de un marco conceptual concreto que permita analizarlo y relacionarlo con otras investigaciones sobre el mismo tema.
- Un conocimiento tanto didáctico como matemático del tema de estudio, para identificar los orígenes de las dificultades de aprendizaje y enseñanza.
- Una verificación objetiva de los logros alcanzados, más allá de la intuición personal o de los resultados de los exámenes.

La innovación educativa suele estar vinculada a la mejora de la enseñanza y tiene interpretaciones diversas en nuestro sistema educativo: a) aumento del rendimiento de los alumnos, b) elevación del nivel profesional del profesorado, c) mayor eficacia en el uso de los recursos, d) introducción de una renovación en el sistema escolar, etc.

Formación del profesorado de Matemáticas

Nuestra reforma educativa plantea modificaciones profundas en todas las áreas del saber y en particular en el modo usual de enseñar Matemáticas. Los cambios afectan a múltiples dimensiones; así el profesor de Matemáticas se encuentra con que se han producido cambios importantes en lo que se considera conocimiento matemático, apareciendo, de esta manera, que además de los hechos, conceptos y principios de la Matemática, también forman parte del conocimiento matemático los procedimientos: utilización de distintos lenguajes, estrategias generales y específicas para la resolución de problemas, etc., y las actitudes hacia las Matemáticas, donde hay que fomentar la apreciación a las Matemáticas, la organización y los hábitos de trabajo en Matemáticas como aspectos con entidad propia; todo ello lleva necesariamente a una revisión y reorganización de los contenidos.

También se ha modificado el modo de trabajar en el aula; desde las clases diseñadas únicamente sobre lecciones magistrales hasta llegar a la dinámica de grupos, pasando por el trabajo en equipo, donde el énfasis en la participación, en la elaboración de alternativas propias, en la discusión y en la toma de decisiones razonadas desempeñan un papel esencial. Junto a estos cambios metodológicos aparece la evaluación del aprendizaje de los alumnos como un elemento determinante en el diseño y desarrollo de las unidades de aprendizaje; de esta forma, la evaluación debe ser orientadora y formativa antes que sumativa y sancionadora, y debe tener en cuenta no sólo el dominio de definiciones y conceptos o la ejecución de destrezas, sino que debe incluir competencias más generales, incluyendo la actitud hacia la propia Matemática.

En el momento actual, nos encontramos con que parte del profesorado de las diferentes etapas educativas, responsable de llevar adelante toda esta tarea no tiene, como colectivo, la formación adecuada para ello.

En términos más concretos la Reforma Educativa en los niveles no universitarios que se lleva a cabo a partir del curso 1989-90 (MEC, 1989) requiere un profesorado capaz de abordar los cambios curriculares subyacentes, enfrentándose a nuevas tareas, entre otras, las que suponen un currículo abierto que obliga a valorar y elegir entre diversas alternativas pedagógicas la más adecuada a su realidad, tareas más complejas que las incluidas en un currículo cerrado, basado en decisiones teóricas hechas por los diseñadores del currículo en relación a lo que los estudiantes deben aprender, en qué orden y con qué fin. Todo ello implica cambios significativos que pueden resumirse en:

- Formación científica y didáctica adaptada a este nuevo cambio curricular.
- Capacitación para trabajar con alumnos que presenten un alto grado de heterogeneidad en destrezas básicas, intereses y necesidades.
- Cambio de actitudes en el profesorado para que desarrollen los aspectos formativos de la docencia, adopten planteamientos flexibles y profundicen en una visión más interdisciplinar de la cultura.
- Concepción del currículo como un instrumento de investigación que permita el desarrollo de métodos y estrategias de concreción y adaptación.
- Valoración y ejercitación del trabajo en equipo, así como el desarrollo de una sólida autonomía profesional (Camacho, Hernández y Socas, 1993).

En resumen, la propuesta curricular en Matemáticas plantea grandes desafíos a los actuales programas de Matemáticas.

Desde el punto de vista de los profesores, debemos señalar, que éstos han de adecuar su «epistemología de profesor» para negociar con sus alumnos un contrato didáctico (Brousseau, 1986) donde ambos se comprometen a «hacer Matemáticas» y a «darle sentido a las Matemáticas», es decir, propiciando y aceptando, respectivamente, un conjunto de situaciones-problemas que pueden y deben ser trabajados fundamentalmente en grupo, a semejanza de cómo lo harían los matemáticos en sus investigaciones.

Observamos que la propuesta curricular de Matemáticas se inclina por un currículo abierto que considera la Matemática como una disciplina que evoluciona continuamente y donde la actividad matemática juega un papel esencial en la construcción del conocimiento matemático. Destacan, además, la resolución de problemas como foco fundamental para el desarrollo de los conceptos matemáticos, el desarrollo de una actitud positiva hacia la Matemática, la consideración de la Matemática como expresión y creatividad, así como el facilitar una Matemática para todos, reduciendo en lo posible los aspectos más abstractos.

Es evidente que los cambios curriculares en Matemáticas que se desarrollan en la actualidad a nuestro alrededor, en diferentes países, no deben pasar inadvertidos. Y el profesorado que se requiere, al igual que el nuestro, debe estar preparado para afrontar con expectativas de éxito estos movimientos renovadores que se llevan a cabo.

Aportaciones

En esta sección monográfica sobre Didáctica de las Matemáticas se ofrece un bloque de trece artículos que abordan problemas planteados en las

consideraciones anteriores sobre la investigación e innovación en Didáctica de las Matemáticas y en la formación inicial y permanente del profesorado de Matemáticas. Son propuestas originales que tratan de aportar nuevas ideas a los modelos de formación del profesorado de Matemáticas usuales y a la investigación en Educación Matemática.

Las ideas desarrolladas, son en gran medida, las que se analizaron y discutieron en la Primera Reunión Interuniversitaria sobre Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática, que tuvo lugar en la Universidad de La Laguna, Departamento de Análisis Matemático, organizada por el Área de Didáctica de las Matemáticas de las dos universidades canarias (enero de 1998).

Esta primera reunión de los profesores del Área de Didáctica de las dos Universidades estuvo dirigida a reflexionar y analizar desde perspectivas diferentes la Didáctica de las Matemáticas, la Investigación e innovación en Didáctica de las Matemáticas y la Formación de Profesores de Matemáticas. Se organizó en torno a un tema debate relativo a *Los programas de Matemáticas y de Didáctica de las Matemáticas para la especialidad de Educación Infantil y Primaria*, y a la presentación de ponencias relativas a la formación del profesorado de Matemáticas y la investigación e innovación en Educación Matemática. Los dos primeros artículos hacen referencia al debate y los once restantes a las ponencias presentadas.

En el primero, «Cambios en el currículum de Matemáticas en la Formación Inicial del Profesorado de Infantil y Primaria», de Martín M. Socas, se analiza el papel que debe jugar las asignaturas matemáticas en las distintas especialidades del Título de Maestro, en los planes de estudio de 1992, y se compara con los planes de estudios de 1971. De la revisión de estos programas se observa que el objetivo tanto en un plan como en el otro es: «Ampliar, completar y reforzar el contenido matemático aprendido en la enseñanza no universitaria».

Se pone de manifiesto que el conocimiento matemático después de cursar la asignatura de Matemáticas ha aumentado, pero sigue teniendo el mismo sentido que el conocimiento adquirido en el contexto escolar. Sin embargo el futuro profesor debe REFLEXIONAR sobre el contenido matemático curricular, es decir, asimilarlo en su globalidad, en su coherencia, en su finalidad, y hacer sobre el mismo una interpretación personal. Se constata, por tanto, la necesidad de hacer otro tipo de planteamientos en el desarrollo de los programas de contenido matemático y se propone como alternativa el desarrollar en los programas de Matemáticas un conocimiento matemático «precurricular», entendido como un conocimiento organizado bajo el binomio fenomenología/epistemología.

En el segundo, «Cambios en el currículum de Didáctica de las Matemáticas en la Formación Inicial del Profesorado de Infantil y Primaria», del mismo autor, también se reflexiona sobre el papel que deben jugar las asignaturas de Didáctica de las Matemáticas en las distintas especialidades del Título de Maestro. A partir de la idea de que el área de Didáctica de las Matemáticas debe ocuparse de proporcionar a los futuros profesores un conocimiento profesional que tiene como objetivo desarrollar capacidades que permitan al Profesor poner en práctica el currículum escolar de Matemáticas mediante el diseño, elaboración y gestión de propuestas didácticas y otros materiales curriculares, y que este conocimiento se concreta en tres ámbitos diferentes, aunque fuertemente relacionados: conocimiento matemático, conocimiento didáctico y conocimiento de la práctica educativa. Se analizan diferentes enfoques: tradicional, humanístico, tecnológico y crítico, que han tenido lugar, a juicio del autor, en el desarrollo de la Didáctica de las Matemáticas en los centros de formación del Profesorado como disciplina que se ocupa del conocimiento didáctico, para proponer finalmente algunas bases teóricas sobre las que estructurar este conocimiento didáctico que pueden servir de referente para la orientación y desarrollo de esta disciplina, en los Centros Superiores de Educación, en la formación inicial del profesorado de Infantil y Primaria. Bases que pueden ayudar a implementar con éxito el camino que debe recorrer el futuro profesor y que va desde el contenido matemático curricular (D.C.B.) al contenido matemático aprendido, pasando por el contenido matemático enseñado.

En el artículo titulado «Fórmulas generales para la determinación de áreas y volúmenes», de José Martel, se analizan las áreas de superficies planas (paralelogramos, triángulos, trapecios, polígonos regulares, corona circular y círculo) y se propone una fórmula general para todas las figuras consideradas. Asimismo, se proponen fórmulas generales para el área de figuras espaciales.

Se considera la fórmula del volumen del prismaoide y se muestran aplicaciones de la misma, entre las que cabe destacar el volumen del tronco de pirámide y del tronco de cono, del sector esférico, de la esfera, de los segmentos esféricos, del elipsoide, de los hiperboloides de una y dos hojas, y se determina el área de la superficie esférica como derivada del volumen de la esfera. Como ejemplos de otros prismatoides se considera el cuerpo conocido como «pequeño altar», así como los antiprismas. También se considera la fórmula del prismaoide en el plano.

El autor analiza la conocida como regla de Simpson de los tres pisos o de los tres niveles, que coincide con la del volumen del prismaoide. Asimismo, analiza la regla de Simpson en el plano y da varias fórmulas que permiten

calcular, de forma aproximada, el volumen de un tonel. Es de destacar que la última de ellas no es otra que la del volumen del prismatoide. El trabajo termina con una serie de consideraciones finales y con varios anexos dedicados, respectivamente, a la esfera, el elipsoide, la cuña cilíndrica, y el dodecaedro e icosaedro regulares.

En el titulado «Procesos cognitivos implicados en el aprendizaje del Lenguaje Algebraico. Un estudio biográfico», de Palarea y Socas, se presenta un estudio biográfico sobre un alumno, basado en los datos obtenidos con distintos instrumentos, proporcionando información sobre los procesos cognitivos conceptuales y operacionales del alumno en el aprendizaje de las expresiones algebraicas. El trabajo tiene como finalidad diseñar una Propuesta Curricular para el lenguaje algebraico, dentro de la Educación Secundaria en España que toma en consideración las habilidades cognitivas de tipo operacional y conceptual como un elemento clave para establecer la transición de la Aritmética al Álgebra en esta etapa educativa.

En «Problemas y juegos lógicos en la formación inicial de maestros» de María Celia Ríos, se recuerda la importancia de la realización de actividades de tipo lógico en la escuela elemental como favorecedoras del desarrollo y adquisición de capacidades cognitivas que resultan esenciales para trabajar con las Matemáticas. La autora aclara la relación entre pensamiento lógico y Lógica y se manifiesta a favor de plantear en clase ciertas situaciones que resulten de interés para el alumnado y que contribuyan eficazmente a la construcción y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, para lo que resulta esencial favorecer la expresión del pensamiento por los alumnos.

En el marco de una asignatura optativa para la carrera de Maestro, denominada «La Resolución de Problemas Matemáticos en la Enseñanza Obligatoria», la autora presenta algunos ejemplos del tipo de situaciones que suele proponer a sus alumnos. Unas se agrupan bajo el título «Situaciones para pensar», mientras que otras se han denominado «Juegos de Estrategia». Ejemplos de las primeras son «Triquis y Traques», «Ingenieros y Peritos», «La decisión fatal», entre otras, mientras que de las segundas tenemos «Sumar cien», «Jugando con fichas» y «Dividiendo montones».

En «Estudio exploratorio sobre problemas de combinación de estados», de Bruno y Martín, se presenta un estudio sobre problemas aditivos y su utilización en la enseñanza y aprendizaje de los números, especialmente de los negativos. El estudio de carácter exploratorio trata de problemas de combinación de estados y está hecho con alumnos de 11-13 años. Presentan varios tipos de problemas, según el signo de los datos, la posición de incógnita, la forma de expresar los estados y el formato de la pregunta. Los resulta-

dos obtenidos permiten afirmar que todas las variables que han considerado influyen en los porcentajes de éxito.

Los problemas que más dificultades presentan a los alumnos son aquellos en los que hay un saldo parcial positivo y otro negativo (siendo el saldo total positivo o negativo) y la incógnita es uno de los saldos parciales.

En el trabajo titulado «Estudios del comportamiento de alumnos de Magisterio en la resolución de problemas mal definidos» de Noda, Hernández y Socas, se presenta un «modelo de competencia» para los problemas de encontrar bien y mal definidos, es decir, un modelo formal abstracto de problema de encontrar, en el que utilizan los autores la clasificación de Polya (1957) y adaptan algunos elementos utilizados en la definición de espacio problema de Newell y Simon (1972), después de una amplia revisión bibliográfica de la noción de problema y de analizar los múltiples intentos de caracterizar, organizar y clasificar la noción de problema, tanto desde la Matemática y la Psicología como desde la Educación Matemática. Presentan, igualmente, los resultados de una experiencia con alumnos universitarios, a los que se les ha enfrentado a la resolución de problemas mal definidos en diferentes contextos, con el objetivo de analizar su comportamiento en la fase de preparación.

En «El uso de la visualización en una clase de Matemáticas» de María Dolores Moreno, se realizan consideraciones sobre la relación existente entre visualización y demostración en Matemáticas. El verdadero valor educativo de las representaciones que se utilizan en las demostraciones visuales se deriva del razonamiento que permite descubrir lo que dichas representaciones o figuras realmente evocan.

La autora nos recuerda que el hecho de mejorar la educación visual en Matemáticas contribuye a un aumento de la intuición, facultad que, se considera esencial en el trabajo matemático. Asimismo, la utilización de representaciones contribuye eficazmente a la comprensión por parte del estudiante de muchas relaciones numéricas o algebraicas, lo que contribuirá claramente a evitar errores comunes en las aulas.

Sin embargo, debe advertirse que el empleo de la visualización requiere cierto entrenamiento que permita al alumno realizar el proceso de descodificación de la imagen o representación, habilidad ésta a la que aún no se le da la debida importancia en la enseñanza escolar.

Como muestra del posible uso de la visualización en una clase de Matemáticas, se nos presentan algunos ejemplos tales como la obtención de una regla para elevar al cuadrado cualquier número terminado en cinco, la obtención de relaciones a partir de una configuración puntual, y la obtención de la suma de los «n» primeros términos de una serie hipergeométrica.

En el artículo «La epistemología del profesorado en la implementación de un currículo de Geometría desde la perspectiva de los Van Hiele», de Afonso, Camacho y Socas, se presenta un estudio sobre once profesores en activo. Mediante la combinación de diferentes instrumentos, analizan las experiencias y comportamientos de estos profesores en relación a la enseñanza-aprendizaje de la Geometría y estudian la adecuación o no de los resultados obtenidos con el modelo de profesor que se supone «preparado», para desarrollar con éxito una propuesta curricular de geometría basada en el modelo de los Van Hiele. Concluyen que para afrontar con ciertas garantías estas innovaciones curriculares es necesario implementar con anterioridad programas globales de actuación en la formación del profesorado que sean una interpretación, justificación y orientación desde la práctica misma (inmersión) de las transformaciones necesarias para desarrollar con garantías un currículo de Geometría desde el punto de vista de los Van Hiele.

En «Situaciones metodológicas para la enseñanza de la Geometría en la Formación de Maestros», José Carlos Carrión da a conocer algunas actividades para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría que ha venido realizando con sus alumnos de la especialidad de Educación Primaria que cursan la carrera de Maestro en el Centro Superior de Formación del Profesorado de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, todas las cuales pretenden conseguir una mayor participación del alumno en el proceso educativo.

Las actividades propuestas suponen:

1. La elaboración de diarios en los que se recoge el trabajo realizado en clase y que supone un serio trabajo de reflexión sobre lo trabajado, tanto en grupo como de forma individual.
2. La realización de visitas a jardines botánicos y parques con el fin de realizar actividades matemáticas en el entorno natural.
3. Las consultas bibliográficas, exposición de actividades y metodologías de trabajo.
4. La realización de construcciones geométricas, la resolución de problemas geométricos y el diseño de mosaicos, todo ello mediante el uso de programas informáticos, tales como el Cabri Géomètre II, así como otros programas como Corel Draw o Visual Basic.
5. La grabación de clases de Geometría en la Escuela Primaria en la que se trabajen y construyan conceptos relacionados con el bloque.

«Metodología para un estudio sobre imágenes en Matemática» de los autores Plasencia, Dorta, Espinel y Güemes, describe la metodología cualitativa —estudio de casos— de la investigación con alumnos de octavo de EGB, sobre el papel de las imágenes mentales en la actividad matemática.

El análisis se hace desde el paradigma interpretativo, mediante estudio de casos. La investigación que se presenta pretende observar, conocer y analizar la interpretación que los protagonistas del estudio —profesorado y alumnado— daban a los conocimientos matemáticos, centrado en el uso que hacían de las imágenes mentales y de la visualización en su actividad matemática.

«Intuición y razonamiento en Geometría Elemental», de Agustín Morales, parte de la consideración de los dos modos de comprensión del espacio geométrico. El primero se realiza de forma directa y corresponde con lo que se conoce como intuición geométrica, mientras que el segundo se realiza de forma reflexiva y está caracterizado por el empleo del pensamiento lógico-deductivo.

Estos dos modos no necesariamente son excluyentes, sino que resultan complementarios. Al analizar una determinada situación problemática en el ámbito de la Geometría, una intuición adecuada puede dar la clave para su resolución, recuérdese que la intuición está en íntima relación con la creatividad, cualidad que suele resultar esencial al abordar esa clase de situaciones. Sin embargo, por las especiales características del pensamiento intuitivo, debe usarse con ciertas precauciones, ya que la experiencia nos indica que en muchas ocasiones un razonamiento de tipo lógico conduce a unos resultados que no corresponden a lo que en principio cabría prever mediante el solo uso de la intuición.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, en el trabajo se muestra una serie de situaciones que pretende poner en guardia al lector para que cuando razone en el ámbito de la Geometría Elemental, sea lo suficientemente precavido a fin de no cometer errores.

Las situaciones van desde la consideración de un triángulo «rectángulo» para el que parece no verificarse el teorema de Pitágoras, hasta la consideración de un teorema de Pappus algo desconcertante. Prácticamente todas las situaciones se han trabajado con alumnos de diferentes niveles universitarios, lo que nos permite afirmar que las respuestas rápidas e incorrectas que suelen dar a las preguntas planteadas indican un uso inadecuado del pensamiento intuitivo.

Finalmente, la profesora Candelaria Espinel, con «Gráficas Estadísticas: perspectivas desde la Educación Matemática», reflexiona sobre cómo utilizar la visualización de datos estadísticos para la formación del profesorado. Muestra el papel de los gráficos estadísticos en las publicaciones especializadas y en la comunicación social. Los puntos básicos para esta reflexión los organiza en torno a la fenomenología y epistemología de los gráficos, a las imágenes y a la percepción de la información desde la Psicología Cognitiva, a las perspectivas desde la Educación Matemática y a la presencia en el currículo.

Consideraciones finales

Dada la complejidad de los temas que hemos querido abordar de investigación e innovación en Didáctica de las Matemáticas, muchos son, obviamente, los que se han dejado de considerar. No obstante, constituyen los trabajos presentados una reflexión profunda de diferentes aspectos de la innovación y la investigación, que abarcan desde la formación del profesorado y el desarrollo curricular, hasta investigaciones educativas concretas o reflexiones de naturaleza epistemológica.

Dos son, a nuestro juicio, los elementos que han permanecido de manera constante en las presentaciones y en los debates: la conciencia del bajo rendimiento en Matemáticas de los alumnos en el sistema educativo y las deficiencias que presentan los cursos de formación inicial o permanente de los profesores de Matemáticas.

Las universidades deben aumentar su sensibilidad en la formación de profesores y apostar por una preparación profesional adecuada que facilite al profesorado herramientas adecuadas para la comunicación y construcción del conocimiento matemático en el ámbito educativo. La Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica debe asumir esta tarea en el ámbito de la universidad y potenciarla a pesar de la resistencia del sistema universitario en su conjunto.

LOS COORDINADORES

Referencias bibliográficas

- BENEDITO, V. (1987): *Introducción a la Didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular*. Barcelona: Barcanova.
- BROUSSEAU, G. (1986): «Fondements de la didactique des mathématiques». *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7 (2), 33-115.
- CAMACHO, M.; HERNÁNDEZ, J. y SOCAS, M. M. (1993): «Curricular and teaching experiences with students of Mathematics», en MALARA, N. y RICO, L. 1994. *Proceedings of the first Italian-Spanish Research Symposium in Mathematics Education*, pp. 51-58. Modena: Università di Modena.
- GONZÁLEZ, M. T. y ESCUDERO, J. M. (1987): *Innovación educativa: teorías y procesos de desarrollo*. Barcelona: Humánitas.
- GUTIÉRREZ, A. (1991): «La investigación en Didáctica de las Matemáticas». En GUTIÉRREZ, A. (Ed.): *Área de conocimiento. Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.
- KILPATRICK, J. (1993): «Beyond face value: Assessing research in Mathematics Education». En Nissen, G.; Blomhoj, M. (Eds.): *Criteria for scientific quality and relevance in the Didactics of Mathematics*, pp. 13-33. Roskilde University.

- MEC. (1989): *Libro Blanco de la Reforma Educativa*. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- RICO, L.; SIERRA, M. (1994): «Educación Matemática en la España del siglo XX». En KILPATRICK, J.; RICO, L.; SIERRA, M. (Eds.): *Educación Matemática e investigación*, pp. 99-207. Madrid: Síntesis.